

文章编号:1000-582X(2002)04-0103-04

# 增长极理论的模型化研究<sup>\*</sup>

杜俊涛, 陈迅, 雷森, 王亚娜

(重庆大学工商管理学院, 重庆 400044)

**摘要:**从技术进步的角度对增长极理论模型化进行了探索和丰富。认为腹地在一定时间内能够承受其与增长极之间的经济发展差距增大所带来的压力,是增长极模式得以运用的一个必要条件。这就要求政府在考虑运用增长极模式时,不能只关注开发效果,更应该首先关注腹地的承受能力;增长极的选择不是任意的,其规模不能超过某一定值;新增投资比例与采用增长极模式的预期开发效果(扩散效应)、增长极的极化效应强度以及极化效应完成的时间长短之间均呈现正相关关系。

**关键词:**增长极;增长极模式;极化效应;扩散效应

**中图分类号:**F061.2

**文献标识码:**A

落后地区的区域经济发展模式一直是经济研究中的一个热点领域。在现有的模式理论中,最具代表性的有梯度推移理论、增长极理论等。增长极模式的中心思想是通过在落后地区引入增长极,带动整个区域的发展。其带动机制是通过增长极的极化效应和扩散效应来完成的。这是两股作用相反的效应,但是两者发生作用的时间及强度不尽相同。极化效应主要发生在建设初期,而扩散效应则是始终持续存在的,并且随着时间的推移,其强度逐渐加大,最后占据主导地位。

尽管增长极的概念和增长极理论在不断的完善和发展,但在我国其发展速度是极其缓慢的。几乎所有文献都是介绍、转述或评论性质的文章和书籍。这种状况可能与增长极理论到还处于一种文字描述状态,而没有成熟的数学模型做支撑有关。在将增长极理论模型化这方面曾经有人做过尝试<sup>[1]</sup>,但他们只是在文字描述的过程中引入了乘数理论,使得思想表达更清晰一些而已,还没有上升到数学模型的层次。

## 1 模型

### 1.1 模型假定

为了计算方便,这里给出了相当严格地假设条件,在后面一部分笔者将放松某些条件。

1) 将一个落后区域分为增长极与腹地两部分,整个区域处于封闭状态,即不与外界发生交换。2) 技术

进步在增长极上是内生的且属于劳动附加型技术进步<sup>[2]</sup>,在腹地却是外生的。即先进的技术总是在增长极出现,然后向腹地传播,并且技术的传播不花费成本和时间。3) 在初始时刻,增长极的技术水平要高于腹地的技术水平。4) 整个区域的人口自然增长率是常数,且劳动力占总人口的比例保持不变。5) 增长极和腹地的生产函数都是一次齐次  $C-D$  函数。

我们用  $K$  表示资本、 $L$  表示劳动、 $Y$  表示产量、 $A$  表示技术水平,用带上圆点的字母表示该变量对时间的导数。下标 0、1、2 分别表示整个区域、增长极和腹地的变量。 $\gamma_x = \frac{\dot{x}}{x}$  表示变量  $x$  的增长率, $n$  为人口自然增长率。一般情况下,省略时间下标  $t$ 。

### 1.2 增长极的生产函数及其性质

由假定,得到增长极的生产函数形式

$$Y_1 = F(K_1, N_1) = K_1^\alpha N_1^\beta \quad (1)$$

$$N_1 = A_1 L_1 \quad (2)$$

其中: $N$  为有效劳动; $A_1$  为劳动附加型技术进步; $\alpha + \beta = 1$ 。

根据阿罗的观点,在技术进步是内生的情况下,技术进步  $A(t)$  与资本  $K$  之间存在增函数关系<sup>[3]</sup>。即: $\Delta A(t) = C \Delta K(t)$ ,  $C$  为比例常数

对式(3)积分得到:

$$A(t) = CK(t) + d \quad (d \text{ 为积分常数})$$

\* 收稿日期:2001-12-14

基金项目:国家软科学研究项目(299034)

作者简介:杜俊涛(1976-),男,河北保定人,重庆大学博士研究生。主要研究方向:产业经济、财务与金融。

该关系式已经在对航空制造业、造船业及其他行业的经验研究中得到了广泛证实<sup>[4]</sup>。

为了简化计算,我们假定  $d = 0$ , 得到:

$$A = CK \tag{4}$$

由式(4)可得:  $\gamma_A = \dot{A}/A = \dot{C}\dot{K}/CK = \gamma_K$  (5)

将式(2)、式(4)代入式(1)得到:

$$Y_1 = K_1^\alpha A_1^\beta L_1^\beta = C^\beta K_1^\beta L_1^\beta \tag{6}$$

可见式(1)给出的生产函数对于  $K_1, L_1$  是规模报酬递增的, 这一性质与增长极的实质特征相吻合。由假定 4) 劳动力占人口的比例保持不变, 这样劳动力的增长率就等于人口的自然增长率。对式(6)两边取对数, 对  $t$  求导数得:

$$\gamma_{Y1} = \gamma_{K1} + n\beta \tag{7}$$

其中:  $n = \dot{L}/L$

### 1.3 腹地的生产函数及其性质

根据假定, 腹地的技术进步是外生的。再进一步假定该技术进步属于希克斯中性<sup>[5]</sup> 的, 得到腹地生产函数的一般形式:

$$Y_2 = A_2 F(K_2, L_2) = A_2 K_2^\alpha L_2^\beta \tag{8}$$

通过取对数, 对  $t$  求导数可得:

$$\gamma_{Y2} = \gamma_{A2} + \alpha\gamma_{K2} + n\beta \tag{9}$$

### 1.4 运用增长极模式时, 整个区域的经济增长率

在运用增长极模式情况下, 整个区域的经济增长率可以用  $\gamma_{Y1}$  和  $\gamma_{Y2}$  来表示:

$$\begin{aligned} \gamma_{Y0} &= \dot{Y}_0/Y_0 = (\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2)/Y_0 = \\ & (Y_1\gamma_{Y1} + Y_2\gamma_{Y2})/Y_0 = b\gamma_{Y1} + (1-b)\gamma_{Y2} \end{aligned} \tag{10}$$

其中:  $b = Y_1/Y_0$ , 是增长极初始时刻产出水平占全区域产出水平的比例。

### 1.5 不采用增长极模式时, 整个区域的经济增长率

根据假定, 整个区域是封闭的, 不可能从外部无偿获得技术, 从而其本身的技术进步需要花费成本。所以将整个区域的技术进步也看成是内生的, 存在合理性。这样在不采用增长极模式的情况下, 整个区域的生产函数具有与增长极的生产函数相同的形式。我们用  $Y'_0$  表示这种情况下的整个区域的产出水平:

$$Y'_0 = F(K'_0, N'_0) \tag{11}$$

得到其产出增长率:  $\gamma'_{Y0} = \gamma'_{K0} + n\beta$  (12)

### 1.6 增长极模型

对落后地区的开发完成通常是以该区域的人均产出水平达到某一既定水平为标准进行衡量的, 比如我国西部大开发的时限计算, 大都以西部地区的人均收入达到与东部地区的水平相当为标准。笔者以相对产出增长率为目标函数, 即运用增长极模式与采用均匀

分散投资模式两种方式下的产出增长率之差。该指标越高说明达到某一既定的产出水平所需要的时间越短, 从而这种开发模式就越成功。建立模型:

$$\begin{aligned} \max u &= \gamma_{Y0} - \gamma'_{Y0} \\ \text{St. } \Delta K &= \Delta \bar{K} \end{aligned} \tag{13}$$

其中:  $\Delta K$  为资本增量, 可以简单地看成政府的投入

根据定义有:

$$\gamma'_{K0} = \Delta K/K_0 = \Delta \bar{K}/K_0 \tag{14}$$

$$\gamma_{K1} = \Delta K_1/K_1 = a\Delta K/cK_0 = a/c \cdot \gamma'_{K0} \tag{15}$$

$$\gamma_{K2} = \frac{\Delta K_2}{K_2} = \frac{(1-a)\Delta K}{(1-c)K_0} = \frac{1-a}{1-c} \gamma'_{K0} \tag{16}$$

其中:  $a$  是新增投资中分配到增长极上的比例;

$c$  是现有资本存量中增长极所占的分额。

由假设知, 技术传递瞬时完成, 所以有:  $A_{2(t+1)} = A_{1(t+1)}$ 。可以得到  $\gamma_{A2}$  的表达式:

$$\begin{aligned} \gamma_{A2} &= \frac{\dot{A}_{2(t)}}{A_{2(t)}} = \frac{A_{2(t+1)} - A_{2(t)}}{A_{2(t)}} = \frac{A_{1(t+1)} - A_{2(t)}}{A_{2(t)}} = \\ & \frac{A_{1(t)}(1 + \gamma_{A1}) - A_{2(t)}}{A_{2(t)}} = \frac{A_1}{A_2} + \frac{A_1}{A_2} \gamma_{A1} - 1 \end{aligned} \tag{17}$$

将式(7)、式(9)、式(10)、式(12)、式(15)、式(16)、式(17)代入式(13)并进行整理得:

$$\begin{aligned} u &= \frac{a}{c}(1-b) \left( \frac{A_1}{A_2} - 1 \right) \gamma'_{K0} + \\ & (1-b) \left( \frac{A_1}{A_2} - 1 + \alpha \frac{1-a}{1-c} \gamma'_{K0} \right) \end{aligned} \tag{18}$$

其中:  $\alpha, A_1, A_2, \gamma'_{K0}$  均为正常数, 且  $A_1 > A_2, 0 < a, b, c < 1$ 。

从而可知,  $u > 0$ 。

这意味着, 当我们的假设条件成立时, 在对落后地区进行开发的过程中, 运用增长极模式会比不分重点、全盘推进的开发方式取得更加明显的效果。

再次考察式(18), 对  $a$  求得:

$$s = \frac{\partial u}{\partial a} = \frac{(1-b)}{c} \left( \frac{A_1}{A_2} - 1 \right) \gamma'_{K0} - \frac{1-b}{1-c} \alpha \gamma'_{K0} \tag{19}$$

令  $s = 0$

$$\text{解得: } c = \frac{A_1 - A_2}{A_1 - (1-\alpha)A_2} = c_0 \tag{20}$$

将式(19)对  $c$  求导数:

$$\frac{\partial s}{\partial c} = - \frac{(1-b)}{c^2} \left( \frac{A_1}{A_2} - 1 \right) \gamma'_{K0} - \frac{\alpha(1-b)}{(1-c)^2} \gamma'_{K0} < 0 \tag{21}$$

说明  $s$  是  $c$  的减函数, 从而有:

当  $c < c_0$  时,  $s > 0$ , 即  $a$  与  $u$  正相关; 当  $c > c_0$  时,  $s < 0$ , 即  $a$  与  $u$  负相关。

这一结论给出了相对产出增长率  $u$  与投资比例  $a$  的函数关系: 当增长极的资本存量比例小于某一限度 ( $c_0$ ) 时, 新增投资中分配到增长极上的比例越高, 则增长极模式产生的效果就越明显; 相反当增长极的资本存量比例大于某一限度 ( $c_0$ ) 时, 新增投资中分配到增长极上的比例越高, 则增长极模式产生的效果就越不明显。

同时, 这一结论还为增长极的选择规模给出了限定条件:  $c < c_0$ 。因为选择的  $c$  过大, 会造成  $\gamma_{10}$  与  $\gamma'_{10}$  十分接近, 从而偏离了增长极理论的实质。所以在文章中不讨论  $c > c_0$  的情况。

## 2 模型扩展

在以上的模型里, 由于某些假设条件(主要是第一个和第二个条件)太严格, 所以实质上是描述了一个相当理想的状况, 从而给人一种与现实相去甚远的感觉。下面对这些条件限制进行讨论和放宽。

1) 整个区域处于开放状态, 而不是封闭状态时。由于是从技术进步的角度进行考虑的, 可以想象, 增长极的现有技术水平、基础设施状况、人均受教育程度等多个有利于技术传播的因素质量都要优于腹地, 因此即使整个区域可以从外部取得先进技术, 那首先波及的区域在很大程度上也应该是增长极, 而不是腹地。所以假设整个区域是封闭的, 并不影响增长极模式效果评价, 只是使得讨论更加方便。

2) 在增长极上产生的技术进步向腹地传播不可能是瞬时完成的, 需要花费一定的时间。假设新技术的传播过程符合传染模型<sup>[6]</sup>,  $I(t)$  是  $t$  时刻技术进步的传播比例。

其表达式由下式给定:

$$I(t) = \frac{1}{(1 + e^{-n-mt})} \quad (22)$$

其中:  $m > 0, n < 0$ , 且均为待定常数。

此时,  $A_{1(t+1)}$  与  $A_{2(t+1)}$  不再是相等的关系, 变成:

$$A_{2(t+1)} = I(t)A_{1(t+1)} \quad (23)$$

将式(23)代入式(17)得到  $\gamma'_{A2}$  的表达式:

$$\frac{\partial I}{\partial a} = \frac{\alpha A_1 A_2 \gamma'_{K0} (1-c) \left(1 + \frac{a}{c} \gamma'_{K0}\right) + [(A_2 \gamma'_{K0} + 1)(1-c) - \alpha A_2 (1-a) \beta'_{K0}] \frac{A_1 \gamma'_{K0} (1-c)}{c}}{\left[A_1 (1-c) \left(1 + \frac{a}{c} \gamma'_{K0}\right)\right]^2} \quad (31)$$

考虑到  $a > c$ , 可得:

$$\gamma'_{A2} = \frac{A_1}{A_2} I(t) (1 + \gamma_{A1}) - 1 \quad (24)$$

当  $t = 0$  时,  $\gamma'_{A2} = 0$ , 可得:

$$I(t=0) = \frac{1}{1 + \gamma_{A1}} \cdot \frac{A_2}{A_1} \quad (25)$$

腹地的产出增长率则变成:

$$\gamma'_{Y2} = \gamma'_{A2} + \alpha \gamma_{K2} + n\beta \quad (26)$$

根据上文得出的结论, 当  $c < c_0$  时,  $a$  与  $u$  正相关。此时, 为了追求开发效果政府会提高比例  $a$ 。

在技术传播需要时间的情况下, 比例  $a$  的增加在提高开发效果的同时, 还会产生其他作用。假定  $c < c_0, a > c_0$ 。显然, 在技术进步传播瞬时完成的假定下, 只考虑了增长极的扩散效应, 而忽略了增长极的极化效应的作用。如果定义  $w = \gamma'_{Y0} - \gamma'_{Y2}$  为增长极的极化效应强度。于是有:

$$w = \gamma'_{Y0} - \gamma'_{Y2} = \gamma'_{K0} + n\beta - \gamma'_{A2} - \alpha \gamma_{K2} - n\beta = \gamma'_{K0} - \gamma'_{A2} - \alpha \gamma_{K2} \quad (27)$$

当  $t = 0$  时有:

$$w(t=0) = \gamma'_{K0} - \alpha \gamma_{K2} = \gamma'_{K0} - \alpha \frac{1-a}{1-c} \gamma'_{K0} \quad (28)$$

$$\frac{dw(t=0)}{da} = \frac{\alpha}{1-c} \gamma'_{K0} > 0 \quad (29)$$

可以得出结论: 随着比例  $a$  的增加, 开发效果会更加显著, 但同时也使得极化效应程度加深。即在增长极的建设过程中, 比例  $a$  的值越高, 腹地与增长极之间的经济发展差距就越大。所以在确定比例  $a$  时, 就要考虑腹地对这种差距的承受能力, 同时这也成为增长极模式能否应用的一个必要条件。

我们定义  $w = 0$  时, 增长极的极化效应完成。

令式(27)等于零, 并将式(5)、式(16)、式(24)代入, 得:

$$0 = \gamma'_{K0} - \frac{A_1}{A_2} I(1 + \gamma_{K1}) - \alpha \gamma_{K2} \text{ 解得: } I = \frac{A_2 \gamma'_{K0} + 1 - \alpha A_2 \gamma_{K2}}{A_1 (1 + \gamma_{K1})} = \frac{A_2 \gamma'_{K0} + 1 - \alpha A_2 \gamma'_{K0} \frac{1-a}{1-c}}{A_1 \left(1 + \frac{a}{c} \gamma'_{K0}\right)} \quad (30)$$

$$\frac{\partial I}{\partial a} > 0 \quad (32)$$

由一阶导数  $I'(t) > 0$  知, 函数  $I(t)$  是时间  $t$  的增函数, 所以  $w = 0$  时的  $I(t)$  值越大, 说明增长极极化效应的完成需要越多的时间。由式(32)可知, 在  $w = 0$  时, 函数  $I(t)$  是比例  $a$  的增函数, 即随着资本增量比例  $a$  的提高, 极化效应完成的时间也在延长。

### 3 结 论

通过讨论, 不仅在增长极理论模型化方面进行了探索, 而且还对增长极理论进行了丰富。给出了运用增长极模式的一个必要条件, 增长极的选择规模限度, 并且说明了新增投资比例  $a$  与采用增长极模式的预期开发效果(扩散效应)、增长极的极化效应强度以及极化效应完成的时间长短之间的关系。

1) 腹地在一定时间内能够承受其与增长极之间的经济发展差距增大所带来的压力, 是增长极模式得以运用的一个必要条件。这就要求政府在考虑运用增长极模式时, 不能只关注开发效果, 更应该首先关注腹

地的承受能力;

2) 增长极的选择不是任意的, 其规模不能超过某一限值( $C_0$ );

3) 新增投资比例与采用增长极模式的预期开发效果(扩散效应)、极化效应强度以及极化效应完成的时间长短之间均呈现正相关关系。

#### 参考文献:

- [1] 孙久文. 中国区域经济与地区投资实务[M]. 北京: 人民日报出版社, 1998.
- [2] BARRO R J and XAVIER SALA - I - MARTIN. Economic Growth[M]. Inc: McGraw - Hill, 1995.
- [3] ARROW, KENNETH J. The Economic Implications of Learning by Doing[J]. Review of Economic Studies, 1962, 29: 155 - 173.
- [4] 蒲勇健. 经济增长方式转变中的产业结构调整与产业政策[M]. 北京: 华文出版社, 2000.
- [5] 舒元. 现代经济增长模型[M]. 上海: 复旦大学出版社, 1998.
- [6] 陈宗胜. 发展经济学——从贫困走向富裕[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2000.

## Research on the possibility of making DP theory into a model

DU Jun - tao, CHEN Xu, LEI Sen, WANG Ya - na

(College of Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** This article carries out a study on the possibility of making DP theory into a model from the point of technical development, and makes some further research into this theory. The conclusions include: the necessary condition for applying DP theory is that the surrounding area should have a higher tolerance to the pressure resulting from the development of the Pole. The recognition of this fact requires the government to focus more on the tolerance of the surrounding area rather than the developing effect only. The author also makes a detailed research on the scale limitation of the Pole selection, and finds out there exist positive correlations respectively between the newly-added investment and the dispersing effect, and the polarizing intensity, and the needed time for fulfilling this process.

**Key words:** development pole; development pole mode; concentrating effect; dispersing effect

(责任编辑 姚 飞)