文章编号:1000-582X(2002)05-0089-04

二维图像小波分析的滤波器设计*

李晴辉,彭承琳,罗小刚
(重庆大学 生物工程学院,重庆 400044)

摘 要:滤波器的设计是实现二维图像小波分析的关键。在研究图像信号特征和一维小波变换理论的基础上,根据图像信号邻近像素的相关性提出了一种准对称边界延拓方法,用一维小波变换实现了二维离散小波变换。同时,在理论上证明了行的反向数据流的离散小波变换也是反向的,离散细节信号除反向外并改变符号的性质,并利用双正交滤波器的对称性建立了一种实现二维离散小波变换的滤波器结构。实验证明此方法有较好的图像重构性和信噪比。

关键词:小波变换;图像重构;边界延拓
中图分类号:TN919.8 **文献标识码**:A

小波变换具有良好的空间频率局部化性能,在图像压缩编码中,二维离散小波变换是一种接近理想的子带分析/综合子系统,现在许多文献在进行图像压缩时利用的是一维变换,作者在文中利用一维变换实现二维变换。同时给出了二维离散小波正变换(DWT)和反变换(IDWT)的滤波器结构。构造的这个滤波器结构是压缩算法的核心。

1 一维有限长度离散小波变换及边界延拓

初始离散信号为 $S^0=\{S^0(n),n\in Z\}$ 一维离散小波变换定义为:

$$\mathrm{DWT}: S^{j+1}=\Delta(h_0\times S^j)\quad j=0,1,2,\cdots,J$$
$$d^{j+1}=\Delta(h_1\times S^j)$$

这儿 Δ 为小波算子,S^j,d^j 为初始信号在 δ^j 分辨率的分析信息和细节信息,因此 DWT 将初始信号分割成 $j+1$ 个子带信号 $S^j\neq 0$ $d^j(j=1,2,\cdots,J)$,其中一个分析信号可由子带信号完全重构,即

$$\mathrm{IDWT}: S^j=g_0\times(D\times S^{j+1})+g_1\times(D\times d^{j+1})$$
$$j=J,J-1,\cdots,0$$

g_0 和 g_1 构成一对镜像滤波器,h_0,h_1,g_0,g_1 进一步形成正交镜像滤波器(QMF),已知离散分析/综合的低通和高通滤波器是由尺度函数及平移伸缩系或小波函数的平移伸缩系和内积定义的,显然,当尺度函数和小波函数为紧支时,滤波器长度是有限的[1-3]。

设滤波长度为 L,有限长度分析和综合滤波器满足下式[3]:

$$h_1(n)=(-1)^n h_0(L-1-n);$$
$$g_1(n)=(-1)^n g_0(L-1-n);$$
$$g_0(n)=(-1)^n h_1(n)$$

在子带编码系统中,为了获得高压缩比低比特率,分析/综合子系统必须满足:

1) 完全重构性,初始信号应能由子带信号完全重构。小波变换能够构成完全重构系统。

2) 子带部分不应增加信号的样本数,即所有子带信号样本总和不应超过初始信号样本数,否则,压缩的效率将下降[3,4]。

对于无限长度的信号,频带是严格受限的,严格重抽样的子带信号满足条件 2),然而如果信号是紧支的(长度有限),在信号的子带分割过程中信号的边界将向外扩散,为了满足完全重构性,严格重抽样的子带信号将含有比初始信号更多的样本,从而不能满足条件 2),为了同时满足条件 1) 和 2),我们可在小波变换前对信号进行边界延拓,使之成为无限长的周期信号,再进行小波变换,有很多边界延拓方法[4],文中讨论对称周期延拓后的一维有限长度离散小波变换。

假设信号 $S^j(n)$ 有 N 个样本,滤波器 h_0,h_1,满足:

$$h_i(L-1-n)=\pm h_i(n),i=0,1$$

* 收稿日期:2002-02-25
作者简介:李晴辉(1968-),男,重庆人,重庆大学博士研究生,现在第三军医大学西南医院信息科工作,从事信息化研究。

对信号进行对称边界延拓：

$$S_d^j(n)=\begin{cases}S^j(-1-n) & -N+1<n<0\\ S^j(n) & 0\leqslant n\leqslant N-1\\ s^j(2N-1-n) & N\leqslant n\leqslant 2N-1\end{cases}$$

有限离散小波变换仅需计算每个子带信号的 $N/2$ 个样本，因此，对称周期延拓的有限长信号的小波变换具有下面的迭代表示式：

$$S^{j+1}(n)=\sum_{k=-L/2=1}^{N+L/2-1}h_0(2n+L/2+k)\cdot S_e^j(k)$$

$$j=0,1,\cdots,J-1$$

$$d^{j+1}(n)=\sum_{k=-L/2+1}^{N+L/2-1}h_1(2n+L/2-k)\cdot S_e^j(k)$$

$$n=0,1,\cdots,-N/2-1$$

2 用一维小波变换实现二维小波变换

对于二维小波变换，尺度函数和小波函数，这时有3个小波函数都是可分离的[4-7]，二维离散小波变换定义为：

$$S^{j+1}(n_1,n_2)=\sum_{k_1}\sum_{k_2}h_0(2n_1-k_1)\cdot h_0(2n_2-k_2)\cdot S^j(k_1,k_2)$$

$$d_1^{j+1}(n_1,n_2)=\sum_{k_1}\sum_{k_2}h_0(2n_1-k_1)\cdot h_1(2n_2-k_2)\cdot S^j(k_1,k_2)$$

$$d_2^{j+1}(n_1,n_2)=\sum_{k_1}\sum_{k_2}h_1(2n_1-k_1)\cdot h_0(2n_2-k_2)\cdot S^j(k_1,k_2)$$

$$d_3^{j+1}(n_1,n_2)=\sum_{k_1}\sum_{k_2}h_1(2n_1-k_1)\cdot h_1(2n_2-k_2)\cdot S^j(k_1,k_2)$$

逆变换定义为：

$$S^j(k_1,k_2)=\sum_{n_1}\sum_{n_2}g_0(k_1-2n_1)\cdot g_0(k_2-2n_2)\cdot S^{j+1}(n_1,n_2)+$$
$$\sum_{n_1}\sum_{n_2}g_0(k_1-2n_1)\cdot g_1(k_2-2n_2)\cdot d_1^{j+1}(n_1,n_2)+$$
$$\sum_{n_1}\sum_{n_2}g_1(k_1-2n_1)\cdot g_0(k_2-2n_2)\cdot d_2^{j+1}(n_1,n_2)+$$
$$\sum_{n_1}\sum_{n_2}g_1(k_1-2n_1)\cdot g_1(k_2-2n_2)\cdot d_3^{j+1}(n_1,n_2)$$

其中，$S^{j+1},d_1^{j+1},d_2^{j+1},d_3^{j+1}$ 为二维信号 S^j 的4个子带信号。当信号为紧支时，实际图像信号总是紧支的，如前所述，为了满足子带编码的2个条件，在进行小波变换时对其行和列进行延拓，这样变换的实现就变得复杂。基于对称周期延拓方法和实际图像信号相邻象素具有较高相关性的事实，即对于信号 x 有 $x(n,m)\cong x(n\pm 1,m\pm 1)$，我们对二维紧支信号的行和列作准对称边界延拓，列延拓和行延拓利用准对称方法[8]，将二维信号转化为一维。

综上所述，一维小波变换实现二维有限离散小波变换的算法如下：

1) 将待变信号 x 进行一维行转化并作进行一维离散小波变换，则产生两个 $N/2\times m$ 一维子带信号。

2) 对上边产生的两个 $N/2\times m$ 子带信号，作列转换形成两个一维矢量并进行相应的列一维小波变换得到4个 $(N/2)\times(m/2)$ 的二维子带信号，也形成一维数据，如果需进行下一级变换用同样的步骤。

3 离散小波变换的滤波器结构

上面介绍了以回形结构，生成数据后用一维离散小波变换来实现二维离散小波变换的方法，在这一节中讨论上述一维离散小波变换的滤波器结构。

3.1 反向数据流结构的DWT和IDWT

在二维信号的回形结构准对称边界延拓一维数据流中，奇数行和奇数列的数据是反向的，着重说明反向数据DWT和IDWT的结构。设分析低通滤波器 h_0 是对称的，那么，分析带通滤波器 h_1 是奇对称的，同样，综合低通滤波器 g_0 对称，综合高通滤波器 g_1 对称。若 $\boldsymbol{H}_0,\boldsymbol{H}_1$ 表示对称延拓的DWT滤波矩阵，则一维DWT可表示为：

$$\left.\begin{aligned}S^{j+1}&=\boldsymbol{H}_0\cdot S_j\\ d^{j+1}&=\boldsymbol{H}_1\cdot S^j\end{aligned}\right.\quad j=0,1,\cdots,J$$

设 $\boldsymbol{G}_0,\boldsymbol{G}_1$ 表示对称延拓的IDWT滤波矩阵，则一维IDWT表示为：

$$S^j=\boldsymbol{G}_0\cdot s^{j+1}+\boldsymbol{G}_l\cdot d^{j+1}\quad j=0,1,\cdots,J$$

由于滤波器的对称性，DWT具有如下形式：

$$\boldsymbol{H}_0(J\cdot S^j)=J(J\cdot\boldsymbol{H}_0\cdot J)S^j=J(\boldsymbol{H}_0\cdot S^j)=J\cdot S^{j+1}$$

$$\boldsymbol{H}_1(J\cdot S^j)=J(J\cdot\boldsymbol{H}_1\cdot J)S^j=J(\boldsymbol{H}_1\cdot S^j)=-J\cdot d^{j+1}$$

采用双通正交对称滤波器组，则反向数据结构的离散小波变换后，离散分析也是反向的，但离散细节除反向外并改变符号。

同样，反向数据流结构的IDWT具有下列的形式：

$$S^j=\boldsymbol{G}_0(J\cdot S^{j+1})+\boldsymbol{G}_1(J\cdot d^{j+1})=$$
$$J(J\cdot\boldsymbol{G}_0\cdot J)S^{j+1}+J(J\cdot\boldsymbol{G}_1\cdot J)d^{j+1}=$$
$$J(\boldsymbol{G}_0\cdot S^{j+1}-\boldsymbol{G}_1\cdot d^{j+1})$$

3.2 DWT的滤波器结构

不失一般性，我们采用双通正交对称滤波器组，且假定低通和高通滤波器具有不同长度，设对称分析低通滤波器 h_0 具有有限长度 L_0，对称分析高通滤波器

h_1，具有有限长度 L_1，其对称性可表示如下[9]：

$$h_0(n) = h_0(L_0 - 1 - n)$$
$$h_1(n) = (-1)^n h_1(L_1 - 1 - n)$$

为了讨论方便，仅以二维 DWT 的行变换来讨论滤波器结构，所得结果可以直接应用到列变换中，记 $\boldsymbol{V}_c[s^j](n)$ 为二维信号 s^j 的行转化矢量 $\boldsymbol{V}_c[s^j]$ 第 n 个元素，令：

$$X_{0n} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_c[s^j](n + L_0/2 - 1) \\ M \\ \boldsymbol{V}_c[s^j](n - L_0/2 - 1) \end{bmatrix}$$

$$X_{1n} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_c[s^j](n + L_1/2 - 1) \\ M \\ \boldsymbol{V}_c[s^j](n - L_1/2 - 1) \end{bmatrix}$$

则二维对称延拓 DWT 的变换为：

$$V_c[Y_0](n) = [h_0(0)h_0(2)\cdots h_0(L_0-2)]\cdot x_{0n}^0 + [h_0(1)h_0(3)\cdots h_0(L_0-1)]\cdot x_{0n}^1$$
$$\pm V_c[Y_1](n) = [h_1(0)h_1(2)\cdots h_1(L_1-2)]\cdot x_{1n}^0 + [h_1(1)h_1(3)\cdots h_1(L_1-1)]\cdot x_{1n}^1$$

式中，$\boldsymbol{x}_{\mathrm{in}}^0$，$\boldsymbol{x}_{\mathrm{in}}^1$ 分别表示矢量 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{in}}$ 偶数项和奇数项组成的矢量。当数据流为反向时上式“±”取“-”号，正向数据流时取“+”号。由于滤波器的对称性，二维 DWT 滤波器可表示如下：

$$V_c[Y_0](n) = [h_0(0)h_0(2)\cdots h_0(L_0-2)]\cdot[X_{0n}^0 + \boldsymbol{J}\cdot X_{0n}^1]$$
$$\pm V_c[Y_1](n) = [h_1(0)h_1(2)\cdots h_1(L_1-2)]\cdot[X_{1n}^0 - \boldsymbol{J}\cdot X_{1n}^1]$$

3.3 IDWT 的滤波器结构

现在以列变换介绍二维 IDWT 的滤波器结构，设综合低通和高通滤波器 g_0，g_1 具有有限长度 m_0、m_1，且对称：

$$g_0(n) = g_0(m_0 - 1 - n)$$
$$g_1(n) = (-1)^n \cdot g_1(m_1 - 1 - n)$$

由于信号为偶长度，所以在回形结构中反向数据和正向数据的奇偶变换错位，二维 IDWT 的滤波器可表示如下：

$$VL_e[S^j][n] = [g_0(0)g_0(2)\cdots g_0(m_0-2)] + [g_1(0)g_1(2)\cdots g_1(m_1-2)]$$
$$VL_0[S^j][n] = [g_0(1)g_0(3)\cdots g_0(m_0-1)] + [g_1(1)g_1 3\cdots g_1(m_1-1)] = [g_0(0)g_0(2)\cdots g_0(m_0-2)]\boldsymbol{J} - [g_1(0)g_1(2)\cdots g_1(m_1-2)]\cdot\boldsymbol{J}$$

式中 $VL_e[S^j]$，$VL_0[S^j]$ 分别表示 $VL[S^j]$ 的偶部和奇部，从以上可以看出，采用的由一维变换实现的二维小波正变换和小波反变换滤波器结构非常简单。在微机上用文中提出的滤波器结构进行仿真实验，滤波器采用 *Ve ++ ei* 的 18 点双正交滤波器(未作量化编码)。通过对 256 × 256 的图像和 512 × 512 的图像的三级小波分析和综合，结果表明此方法具有良好的重构性，从人的直观判断重构后的图像与原图像无区别。

4　结　论

根据图像信号邻近象素的相关性提出了一种准对称边界延拓方法，并用一维离散小波变换实现二维离散小波变换，理论上说明了行的反向数据流的离散小波变换的离散分析也是反向的，离散细节信号除反向外并改变符号，针对这种数据流的特点，利用双正交滤波器对称性组成了二维离散小波变换的一种滤波器结构。实验表明我们提出的这种延拓方法具有良好的重构性，信噪比在 60 dB 左右，完全适用于图像压缩编码系统的子带分析/综合子系统，且这种滤波器结构便于硬件实现。

参考文献：

[1] 李弼程，胡宗云．基于小波变换的图像矢量量化[J].信号处理，2000，16(1)：32 - 36.

[2] 李弼程，沙基昌．小波变换域中的塔式网格矢量量化[J].电子学报，1998，26(12)：37 - 40.

[3] 龙瑞麟．高维小波分析[M].北京：世界图书出版社，1994.

[4] 秦前清．实用小波分析[M].西安：西安电子科技大学出版社，1994.

[5] WU X. Lossless compression of continuous-tone images via context selection, quantization, and modeling [J]. IEEE Trans Image Processing, 1997, 6: 656 - 664.

[6] MUNTEANU A, CORNELIS J. Wavelet-Based lossless compression of coronary angiographic images[J]. IEEE Trans ed Imag, 1999, 18: 272 - 281.

[7] DAS M, BURGETT S. Lossless compression of medical image using two-dimension multiplicative autoregressive models[J]. IEEE Trans Med Imag, 1993, 12: 721 - 726.

[8] 沈兰荪．图像编码与异步传输[M].北京：人民邮电出版社，1998.

[9] 王大凯，魏海．小波分析应用于迭代分形和统计预测分形结合的图像编码方法[J].电子学报，1998，26(11)：131 - 134.

Filter Design of Wavelet Transform for 2 - D Image

LI Qing-hui, PENG Cheng-lin, LUO Xiao-gang
(College of Bioengineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: The filter design is the key to 2 - D image wavelet transform. Based on the studying of image properties and 1 - D wavelet theory, the authors describe a parasymmetry boundary extension method and realize 2 - D discrete wavelet transform by means of 1 - D wavelet transform according to correlation of adjacent pixels. Also, it is proved that the discrete wavelet transform of inverse data stream in row and the sign of discrete detail signal will be inversed, and that a filter of wavelet transform based on symmetry of bi-orthogonal filter is constructed. The test has proved the fine reconstruction and perfect SNR.

Key words: wavelet transform; image reconstruction; boundary extension

(责任编辑 李胜春)

(上接第 85 页)

Nitrogen Alloying of Steels Containing Nitrogen by Gas Injection

LIU Shou-ping, SUN Shan-chang
(College of Materials Science and Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Nitrogen is an important alloy element in valve steel and stainless steel. Nitrogen alloying of valve steel and stainless steel by gas injection is an new technique , it can reduce the production cost . The thermodynamics and kinetics on the nitrogen absorption by liquid steel are studied, nitrogen gas injection trials have been carried out in 10 kg induction furnace in this paper. When the nitrogen gas top injection time is 27 ~ 40 minute, the [N%] in valve steel and stainless steel can be picked up to the content that the steels standard required, but measures must be taken to avoid the [N%] evolution during the process of liquit steel solidification.

Key words: steel containing nitrogen; nitrogen injection; nitrogen alloying

(责任编辑 李胜春)