

文章编号: 1000-582X(2002)09-0043-03

小波与多分辨分析用于 PN 码捕获时刻的检测

杨洁¹, 仲元昌¹, 曾孝平¹, 徐继则²

(1. 重庆大学通信学院, 重庆 400044; 2. 重庆通信学院, 重庆 400035)

摘要: DS-SS 技术在 CDMA 系统中应用最为广泛, 因此基于 DS-SS 方面的 PN 码捕获方法研究很多。传统的 PN 码捕获的判定是通过能量检测的办法进行的。基于 PN 码已被捕获时信号(被高斯白噪声污染的 BPSK 或 QPSK 信号)及未捕获信号(高斯白噪声)的特征, 介绍了 PN 码捕获时刻的小波检测方法, 并且研究了小波门限的性能。最后, 对本检测方法的参数进行了统计, 结果表明在这样的信号处理中, 小波的多分辨分析具有优越的实用价值。

关键词: 小波变换; 捕获检测; 门限

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

第 3 代移动通信系统是国际联盟 (ITU) 在 1985 年提出来的, 当时称为未来公众陆地移动通信系统 (FPLMTS), 1996 年正式更名为国际移动通信 - 2000 (IMT - 2000), 业界称之为第 3 代移动通信系统, 简称 (3G)。它主要工作在 2 GHz 频段, 支持语音数据综合和移动多媒体业务, 可支持数据率最高达 2 Mb/s。第 3 代移动通信系统中, 无线传输技术 (RTT) 是 3G 接入网的最重要组成部分, 其最有竞争力的 3 大主要技术标准是 IMT - DS (WCDMA), IMT - MC (cdma2000), 及 IMT - TD。这 3 大技术标准均采用 CDMA 技术, 也就是说 CDMA 技术是第 3 代移动通信的关键技术。CDMA 系统中应用最广的为直序列扩频 (DS - SS) 通信系统。DS - SS 通信系统对已经码同步 (码捕获) 的信号检测, 是一个重要而关键的问题。传统的对码捕获信号的检测主要依赖能量检测的方法, 它通过在一段时间内, 一定频带内积累所接收到的信号的能量, 利用能量积累到一定值来判断捕获信号的存在。这种方法, 除了对高斯白噪声作能量上的统计平均之外, 不能更有效的抑制和对抗它的存在和影响。在对扩频通信信号 PN 码捕获检测时, 尽管现在提出了各种各样的改进办法, 但基本原理和基本方法并未改变。在检测中没有提出一种充分利用扩频信号特点的新方法。

小波分析作为信号处理的方法, 在工程领域应用广泛。由于小波分析具有多尺度的特点, 使得小波分析在进行信号去噪、信号压缩及数据处理等方面得以大量运用。结合到在扩频通信过程中, 由于传输中的

信号一般会被高斯白噪声所污染, 可以通过 PN 码已被捕获时信号自身时域的特点, 结合利用小波的多分辨分析, 用以区别已捕获时信号和未捕获时信号, 即通过小波对捕获时刻进行检测。

1 小波变换

1.1 二进小波变换

由小波理论^[1-2], 当 $\Psi(x) \in L^2(R)$ ($L^2(R)$ 表示均方可积一维函数的 Hilbert 空间) 时, $\Psi(\omega)$ 为其 Fourier 变换, 有:

$$\sum_{j \in \mathbb{Z}} |\Psi_{2^j}(\omega)|^2 = 1 \quad (1)$$

成立时, $\Psi(x)$ 被称为二进小波。

任意函数 $f(x) \in L^2(R)$ 的二进小波变换序列 $\{W_{2^j}f(x)\}_{j \in \mathbb{Z}}$ 为:

$$W_{2^j}f(x) = f(x) * \Psi_{2^j}(x) = \frac{1}{2^j} \int_R f(t) \Psi\left(\frac{x-t}{2^j}\right) dt \quad (2)$$

式(2)表明, 二进小波变换是任意属于 $L^2(R)$ 的函数 $f(x)$, 用一系列小波函数的和展开, 其中 j 为分辨率。任一展开函数都是由一母小波函数的伸缩得到的, 若令 $s = 2^j$, 则称 s 为尺度因子 (伸缩因子), 用 s 对 $\Psi(x)$ 作压扩, 得压扩后的函数 $\Psi_s(x) = \frac{1}{s} \Psi\left(\frac{x}{s}\right)$ 。随着尺度因子的变化, 可以得到函数在不同尺度下的展开特性, 尺度越小, 空间分辨率就越高。

• 收稿日期: 2002-02-01

作者简介: 杨洁 (1973-), 女, 重庆人, 重庆大学硕士研究生。主要研究方向: 通信与信息系统。

1.2 多分辨分析

为了解决分析信号或信息的困难, Mallat 提出多分辨分析^[2-3], 证明了在 2^{j+1} 和 2^j 分辨率下的信息差别(即细节), 可以通过将函数在一小波正交基上分解而得到, 并且给出了其小波计算的塔式算法。

在多分辨分析理论中: 空间 $V_{j-1} = V_j \oplus O_j$, $\varphi_{j,n}(t)$ 是 V_j 空间的标准正交基, $\Psi_{j,n}(t)$ 是 O_j 空间的标准正交基。信号 $f(t)$ 在 V_j 空间的正交投影 $A_j f(t)$, 称为 $f(t)$ 在分辨率为 j 时的近似信号; 信号 $f(t)$ 在 O_j 空间的正交投影 $D_j f(t)$, 称为 $f(t)$ 在分辨率为 j 时的详细信号。显然, $A_{j-1} f(t) = A_j f(t) + D_j f(t)$ 为在分辨率 $j-1$ 时的近似信号, 它是由分辨率 j 时的近似信号与详细信号之和构成。

1.3 Lipschitz 指数

定义: 设 n 为非负整数, $n \leq \alpha \leq n+1$, 如果存在常数 k 及 n 次多项式 $p_n(h)$, $p_n(h)$ 是 $f(x)$ 在 x_0 处的 n 阶 Taylor 展开式, 使当 $|h| \leq h_0$ 时,

$$|f(x_0 + h) - p_n(h)| \leq k|h|^\alpha \quad (3)$$

称 $f(x)$ 在 x_0 是 Lipschitz α , 记为 $\text{Lip}\alpha$ ^[2]。其中 k 是一个与 x_0, h 无关的常数。

一般来说, 如果 $f(x)$ 在某一点可导, 它的 $\alpha = 1$ 。如果 $f(x)$ 在某一点不连续但有限, $0 \leq \alpha \leq 1$ 。对所有的白噪声, $\alpha \leq 0$ 。当 $\alpha \geq 0$ 时, 函数小波变换极大值的幅度将随着尺度的增加而增加。相反, 当 $\alpha \leq 0$ 时, 函数的小波变换极大值的幅度将随着尺度的增加而减少。对于已捕获的信号, 因为它在某一点不连续但有限, 所以 $\alpha \geq 0$ 。它的小波变换极大值的幅度将随着尺度的增加而增加。但是白噪声的 Lipschitz 指数是负数, 它对应的小波变换极大值的幅度将随着尺度的增加而减少。

2 小波检测

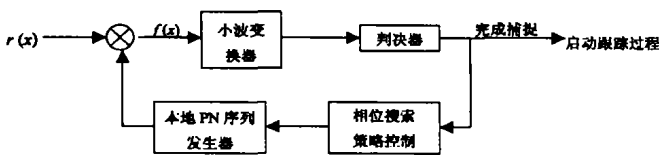


图1 小波检测框图

2.1 小波检测框图

2.2 小波变换与门限检测

设 $\theta(x)$ 是一个3次样条函数, 称为平滑函数, 它满足:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \theta(x) dx = 1 \quad \text{且} \quad \theta(x) = O(1/1+x^2) \quad (4)$$

平滑函数的能量通常集中在低频段, 因此 $\theta(x)$ 也可看成一个低通滤波器的冲激响应。 $\Psi(x)$ 是它的一阶导

数, 即 $\Psi(x) = \frac{d\theta(x)}{dx}$, 因为 $\Psi(x)$ 满足可容许性条件式1, 所以它可以作为一个母小波。同样记 $\theta_s(x) = \frac{1}{s}\theta\left(\frac{x}{s}\right)$ 。

设 $f(x)$ 是系统的接收波, 未捕获时: $f(x) = n(x)$; 捕获时: $f(x) = s(x) + n(x)$ 它们的小波变换为:

$$W_s f(x) = f(x) * \Psi_s(x) = f(x) * \left(s \frac{d\theta_s(x)}{dx} \right) = s \frac{d}{dt} (f(x) * \theta_s(x)) \quad (5)$$

可以看到, $f(x)$ 的小波变换实际上是在不同分辨率下经 $\theta_s(x)$ 平滑后的一阶导数。当尺度 s 很小时, $\theta_s(x)$ 的平滑影响很小, 因此小波变换极大值对应了变化点, 这时这部分提供了更多的位置信息。在未捕获时, 只有高斯白噪声存在, 它的 Lipschitz 指数 $\alpha \leq 0$, 其小波变换极大值的幅度将随着尺度的增加而减少。在捕获时刻到达, 由于捕获信号(调制信号)的出现, 信号产生不连续点, 经小波平滑后的一阶导数将出现新的极大值, 因为新的极大值对应的不连续点的值有限, 它们的 Lipschitz 指数 $0 \leq \alpha \leq 1$, 所以它们的极大值的幅度将随着尺度的增加而增加, 当这些极值点出现时, 说明系统完成捕获。所以可以选择适当的尺度因子, 设立门限值 th , 来区分两种情况, 以达到检测捕获时刻的目的。

3 性能分析和仿真实验

3.1 最优门限的选取

文献表明^[4], 对于噪声污染了的信号, 在较大尺度上, 小波变换模极大几乎完全属于信号, 对应较小尺度上还含有噪声成分, 因此可以设立一个与该尺度噪声标准差有关的门限, 无大于门限的极大值时, 认为接收信号为高斯白噪声; 反之, 则为捕获信号(调制信号)。在二进离散小波变换中, 利用 Mallat 塔式算法选取门限为 $\sigma_m^2 = \sigma^2 \|h_n^0 * h_n^1 * \dots * g_n^{m-1}\|^2$, $\|\cdot\|$ 为范数, σ 为噪声标准差。

3.2 平均捕获时间^[3]

设 PN 码码长为 N , 从搜索开始到第一次同步滑动了 D 个码元, 在滑动中, 若不发生虚警, 环路每隔 $(\lambda + 1)T_c$ 滑动一个码元, λT_c 为小波检测处理时间, λ 为处理时间常数, T_c 为一次滑动动作所需要的时间。若发生一次虚警, 则停留 λT_c 后, 转入下次检测, P_{fa} 为虚警概率。滑动了 D 个码元所需要的时间为:

$$T_D = D[(\lambda + 1)T_c + \lambda T_c P_{fa} + 2\lambda T_c P_{fa}^2 + 3\lambda T_c P_{fa}^3 + \dots] = D[(\lambda + 1)T_c + \lambda T_c P_{fa} / (1 - P_{fa})^2] \quad (6)$$

滑动一个 PN 码周期所需时间为:

$$T_N = N[(\lambda + 1)T_c + \lambda T_c P_{fa} / (1 - P_{fa})^2] \quad (7)$$

设检测概率为 P_d , 平均捕获时间为:

$$\begin{aligned} \bar{T}_{acq} &= \bar{T}_D P_d + (\bar{T}_D + T_N)(1 - P_d) P_d + \\ &(\bar{T}_D + 2T_N)(1 - P_d)^2 P_d + (\bar{T}_D + 3T_N)(1 - P_d)^3 P_d + \\ &\dots = \bar{T}_D + T_N \frac{1 - P_d}{P_d} \end{aligned} \quad (8)$$

在小波变换中, 如果噪声向量 $n(x)$ 是高斯形式的, $n(x) \sim N(E_n, \sigma^2)$, 由于小波变换的正交性, 则它的多分辨小波变换 $W_s n(x)$ 也将是高斯形式的, 其小波系数 $d_e \sim N(E_n, \sigma^2 I_{2^{j+1}})^{[4]}$, 令 $\sigma_n = \sigma^2 I_{2^{j+1}}$, 假设信号为高斯白噪声, E_n 的值取 0, 经过小波变换后, 它的概率密度为:

$$p_n(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n}} \exp\left[-\frac{a - E_n}{2\sigma_n^2}\right] \quad (9)$$

则虚警概率 P_{fa} 为:

$$P_{fa} = P_r(V > th | \text{信号不存在}) = \int_{th}^{\infty} p_n(a) da \quad (10)$$

当信号在噪声背景下, 噪声污染了经过多分辨小波变换的 $W_s s(x)$, 其奇异点对应的峰值出现是由载波调制的数据信号决定的, 实验表明它以极大的概率出现^[5]。

检测概率为 P_d 为:

$$P_d = P_r(V > th | \text{信号存在}) = \int_{th}^{\infty} p_{nc}(a) da \approx 1 \quad (11)$$

把 P_{fa}, P_d, th 代入公式(8) 即可获得平均捕获时间 \bar{T}_{acq} ^[6]。

3.3 数值图表及实验

利用 Matlab 进行仿真实验^[6], 实验所采用的波形如下:

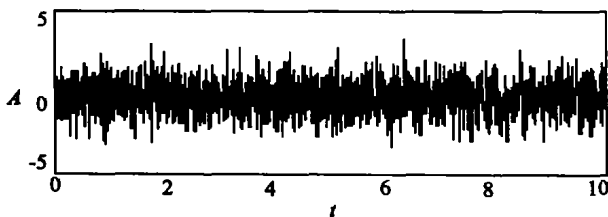


图 2 高斯白噪声

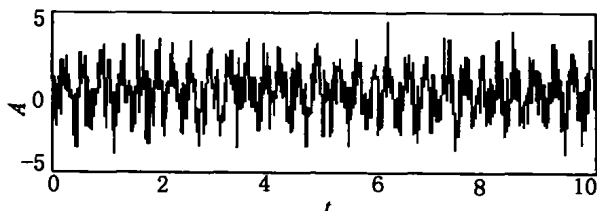


图 3 被噪声污染的捕获信号

图 4 和图 5 分别给出了在不同尺度 j ($s = 2^j$ 称为尺度因子) 下, 虚警概率 P_{fa} 与尺度及处理时间常数 λ 与尺度的关系图。其中, 在图 4 中, 门限 $th1$ 的值小于门限 $th2$ 的值。可以看出门限值 th 与虚警概率 P_{fa} 成反比; 处理时间常数 λ 与尺度 j 成正比。

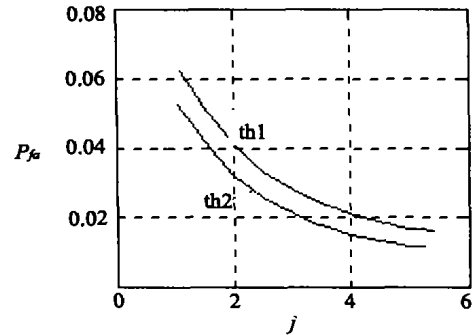


图 4 虚警概率与尺度关系

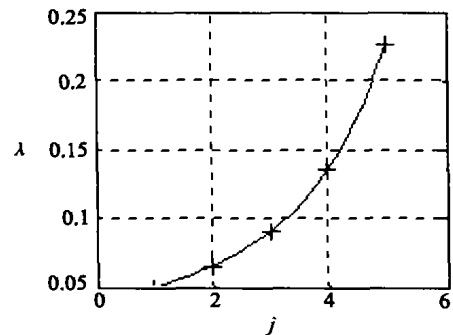


图 5 处理时间常数与尺度关系

4 结 论

根据在 PN 码被捕获时与未被捕获时信号的特点, 提出了利用小波的多分辨分析来进行 PN 码捕获的检测, 并且对这种方法进行了数据分析和仿真, 实验表明, 系统采用小波检测可以降低虚警概率, 提高检测概率, 最终达到减小平均捕获时间 \bar{T}_{acq} 的目的。

参考文献:

- [1] 崔锦泰. 小波分析导论[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1997.
- [2] 李建平. 小波分析与信号处理[M]. 重庆: 重庆出版社, 1997.
- [3] 沈允春. 扩谱技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995.
- [4] MALLAT S. Characterization of signals from multiscale edges [J]. IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell, 1992, 14: 425 - 430.
- [5] PAN QUAN. Two Denoising Methods by Wavelet Transform [J]. IEEE. Trans. Signal Processing, January 1999, 47: 3 401 - 3 406.
- [6] 胡昌华. 基于 MATLAB 的系统分析与设计[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2001.

(下转第 49 页)