

文章编号:1000-582X(2003)11-0060-04

滑移流区定热流密度加热下微矩形槽道内的换热*

朱 恂, 辛明道

(重庆大学 工程热物理研究所, 重庆 400044)

摘 要:利用正交函数法对定热流密度加热条件下, 气体在微矩形槽道内层流热充分发展滑移流动的换热特性进行了理论分析, 获得相应条件下的 Nusselt 数计算方法及换热特性计算式, 并与大尺度槽道的换热特性进行比较, 探讨了 Kn 数、槽道高宽比及动量协调系数和热协调系数等对微矩形槽道内滑移流动换热性能的影响, 得到了微正方形槽道的平均换热系数关联式。结果表明: 微矩形槽道内的平均 Nusselt 数低于相同加热条件下大尺度矩形槽道中的 Nusselt 数, 且随 Kn 数的增加而减小, 微槽内平均 Nusselt 数随高宽比变化的曲线也越平坦。

关键词:滑移流区; 微矩形槽道; 定热流密度加热; 换热特性

中图分类号:TK124

文献标识码:A

在现代高科技的迅猛发展中, 高集成度电子器件、微加工技术、超导技术等微电子、航天、生物工程、化工工程、汽车等应用领域有了惊人的进展, 导致热现象由宏观到微观研究的历史性转变。Eringen^[1]于1964年就指出微槽中的流体流动特性与 N-S 方程的预测值出现偏离。目前发展中的微尺度热流体系统的特征尺度一般在 $1 \sim 100 \mu\text{m}$ 量级内, 而标态下的气体分子自由程在 100 nm 范围内, 此时 Knudsen 数进入了 $10^{-3} \sim 10^{-1}$ 的速度滑移和温度跳跃区, 因此对微尺度热流体系统的研究必须考虑滑移流动及温度跳跃的影响。Inman^[2]首先对微平行平板通道和微圆管内滑移流动的换热特性进行了分析, 表明 Nusselt 数随着滑移的出现而减小; 其后 Ameer^[3]、Barron^[4]、Wang^[5]、Larode^[6]、Yu^[7] 及笔者^[8] 等分别对均匀加热条件下微圆管、微矩形槽道、微平行平板槽道及微环缝槽道内的换热进行了分析, 结果表明采用连续流的动量及能量方程, 并加以速度滑移及温度跳跃边界条件的修正可以预测微通道内的气体流动与换热。

矩形截面形状的微槽通道在微电子元件散热、微流体机械、微机电与微加工等工程领域普遍存在, 笔者^[9]对微矩形槽道内的滑移流动特性及多种滑移流动边界条件的影响进行了分析, 并利用正交函数法针对滑移流区内微矩形槽道中的气体滑移流动, 在定热流密度加热条件下的换热特性进行理论分析。

1 方程的建立与求解

所分析的微矩形槽道受热情况及坐标建立如图 1 所示。

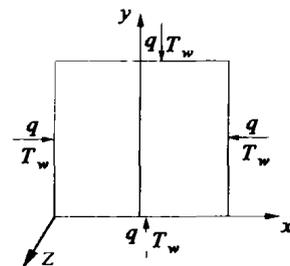


图 1 定热流密度加热条件下微矩形槽道的分析简图

流体流动为充分发展层流流动, 忽略气体的可压缩影响。考虑沿流动 z 方向单位长度热流密度 Q 为定值, 微槽的壁面温度均为 T_w ; 同时考虑滑移流区内微槽壁面处存在温度跳跃的情况, 此时的能量方程及边界条件为:

$$\rho C_p u \frac{\partial T}{\partial z} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$T(x_c, y_c) = T_w - \lambda \xi'_r \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_c \quad (2)$$

其中, $\xi'_r = \left(\frac{2 - \sigma_r}{\sigma_r} \right) \left(\frac{v}{v + 1} \right) \left(\frac{2}{Pr} \right)$, σ_r 为热协调系数, v

* 收稿日期: 2003-06-03

基金项目: 国家自然科学基金“九五”重大资助项目(59995550-3)

作者简介: 朱恂(1968-), 女, 重庆大学副教授, 博士, 主要从事工程热物理领域内的传热传质研究。

为气体的比热比, Pr 为气体的 Prandtl 数, λ 为气体分子平均自由程, n 为微槽壁面的外法线方向, C 表示微槽的周向边界。

根据热充分发展的定热流密度加热条件 $\frac{\partial T}{\partial z} = \text{const} = \frac{Q}{\rho A C_p u_m}$, 同时定义以下无量纲参数:

$$X = \frac{x}{D_h}, Y = \frac{y}{D_h}, U = \frac{u}{u_m}, Kn = \frac{\lambda}{D_h}, \bar{n} = \frac{n}{D_h}, \theta = (T - T_w) / \frac{Q}{kA} \cdot \frac{f \cdot Re \cdot D_h^2}{2}, \text{ 并由文献[9] 引入速比 } \frac{u}{u_m} = \frac{f \cdot Re}{2} \left[\sum_{i=1}^N B_i \cdot G_i(X, Y) - \frac{1}{4}(X^2 + Y^2) \right] \quad (3)$$

且令

$$\theta(X, Y) = \theta^*(X, Y) + \sum_{i=1}^N B_i H_i(X, Y) - \frac{X^4 + Y^4}{48} \quad (4)$$

其中 $\frac{\partial^2 H_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 H_i}{\partial Y^2} = G_i(X, Y) \quad (5)$

则能量方程(1) 将转变为变量 $\theta^*(X, Y)$ 的 Laplace's 方程形式

$$\frac{\partial^2 \theta^*}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial Y^2} = 0 \quad (6)$$

边界条件也转变为

$$\theta(X_c, Y_c) = -Kn \xi_r \left(\frac{\partial \theta}{\partial n} \right)_c \quad (7)$$

对 Laplace's 方程而言, 复变函数 $(X + iY)^n (n = 0, 1, \dots, N)$ 的实部和虚部均为其精确特解, 在此以函数 $G_i(X, Y)$ 表示, 则方程(6) 的解可以表示为

$$\theta^*(X, Y) = \sum_{i=1}^N D_i \cdot G_i(X, Y) \quad (8)$$

其中 D_i 为待定常数, 由边界条件决定。因此, 可求得微矩形槽道内的温度分布为

$$\theta(X, Y) = \sum_{i=1}^N D_i \cdot G_i(X, Y) + \sum_{i=1}^N B_i H_i(X, Y) - \frac{1}{48}(X^4 + Y^4) \quad (9)$$

为确定待定系数 D_i , 将温度分布(9) 应用于边界上, 经整理, 则相应的边界条件可表示为

$$\sum_{i=1}^N D_i \cdot RT_i(X_c, Y_c, Kn, \bar{n}) = ST(X_c, Y_c, Kn, \bar{n}) \quad (10)$$

其中 $RT_i(X_c, Y_c, Kn, \bar{n}) = G_i(X_c, Y_c) + \xi_r \cdot Kn \frac{\partial G_i(X_c, Y_c)}{\partial \bar{n}}$

$$\xi_r \cdot Kn \frac{\partial G_i(X_c, Y_c)}{\partial \bar{n}} \quad (11)$$

$$ST(X_c, Y_c, Kn, \bar{n}) = -\xi_r \cdot Kn \cdot \sum_{i=1}^N B_i \cdot \frac{\partial H_i(X_c, Y_c)}{\partial \bar{n}} - \sum_{i=1}^n B_i \cdot H_i(X_c, Y_c) + \frac{1}{48} \xi_r \cdot Kn \left(\frac{\partial X_c^4}{\partial \bar{n}} + \frac{\partial Y_c^4}{\partial \bar{n}} \right) + \frac{1}{48}(X_c^4 + Y_c^4) \quad (12)$$

由式(12) 可知, $RT_i(X_c, Y_c, Kn, \bar{n})$ 是与能量方程的解有关的函数, 而 $ST(X_c, Y_c, Kn, \bar{n})$ 是与边界条件有关的函数。利用 Gram - Schmidt 方法^[10], 以函数族 $RT_i(X_c, Y_c, Kn, \bar{n})$ 为基础, 构建一个正交化函数系 $\varphi T_i(X, Y, Kn, \bar{n})$, 且将给定函数 $ST(X_c, Y_c, Kn, \bar{n})$ 在所构建的正交化函数系基础上展开成 Fourier 级数。因此, 根据 Gram - Schmidt 正交化程序求出正交函数常数 βT_j , 再通过沿微槽横截面周线计算线积分得出 Fourier 系数 E_j 后, 即可求得待定系数 D_i :

$$D_i = \sum_{j=1}^N E_j \cdot \beta T_j \quad (13)$$

从而获得定热流密度加热条件下微矩形槽道内滑移流动的温度分布 $\theta(X, Y)$ 。

定义微槽内气体流动的截面平均换热系数为 $\bar{\alpha} = \frac{Q/P}{(T_w - T_b)}$, 则根据温度分布、文献[9] 求出的微矩形槽道内的流动阻力特性, 可以得到微矩形槽道内的平均 Nusselt 数:

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{\alpha} \cdot D_h}{k} = - \left(\frac{1}{2fRe} \right) / \left[\frac{1}{A} \int_A \frac{u}{u_m} \theta(X, Y) dA \right] \quad (14)$$

2 计算结果与分析

为验证本分析计算方法的正确性, 首先对 $Kn = 0$ 时, 即连续流动下气体在不同高宽比 (H/W) 矩形槽道内的平均 Nusselt 数 (\overline{Nu}) 进行计算, 并与 Sadik Kakac^[11] 的结果进行了比较, 如图 2 所示。由图中可看出, 计算结果与大尺度矩形槽道内的连续流动、定热流加热条件下的换热特性相当吻合。此外, 作者还曾应用

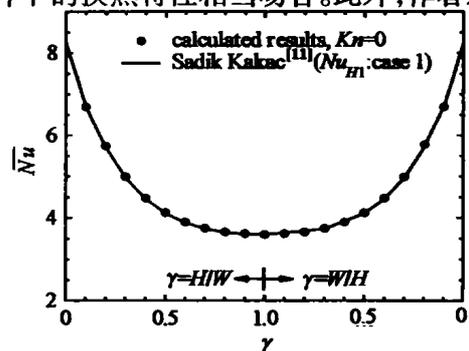


图 2 $Kn = 0$ 时的换热计算值与 Sadik Kakac^[11] 的比较

该分析计算方法对滑移流区内微矩形槽道内的滑移流动特性进行过计算,并与现有实验数据进行了比较^[9],结果表明计算值与实验数据比较吻合,说明本计算方法是可行的。

图3和图4示出了平均 Nusselt 数随 Kn 数及槽道高宽比的变化关系。从图中可看出,对于一定的高宽比, \overline{Nu} 都随 Kn 数的增加而减小,且都小于非滑移和非温度跳跃边界条件模型($Kn = 0$)下的结果,且高宽比越小(以及宽高比越小), \overline{Nu} 随 Kn 数增加而减小得越大,当高宽比为1时, \overline{Nu} 变化最小。此外, Kn 数越大,微槽内平均 Nusselt 数随高宽比变化的曲线越平坦,即在大 Kn 数下,平行平板微槽内的换热特性与正方形微槽内的换热特性趋于一致。这是由于对微槽而言, Kn 数增大,气体在近壁面处的温度跳跃越大,附加热阻也就越大,换热性能就被削弱了。当高宽比较小,近壁面处流体温度梯度较大,温度跳跃较大,因而换热系数下降较大。但随着高宽比的增大,近壁面处流体温度梯度下降,温度跳跃减小,换热系数下降亦随之减小;因此,在高 Kn 数下,高宽比对矩形槽道换热的影响减小。

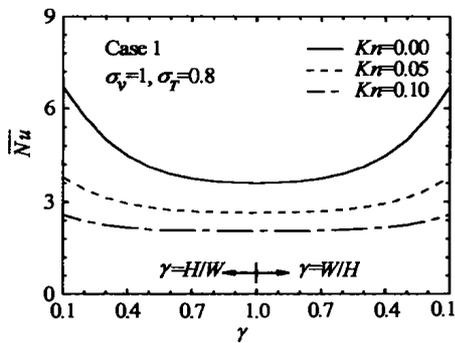


图3 微矩形槽道中 Kn 数对平均 Nusselt 数的影响

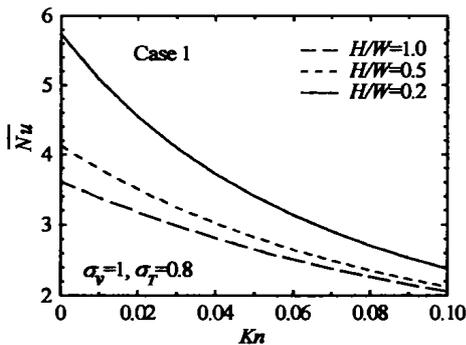


图4 微矩形槽道内平均 Nusselt 数随 Kn 数及高度比的变化关系

图5示出了微矩形槽道中不同高宽比下的平均换热系数与相同条件下大尺度槽道中的平均换热系数之比(Nu/Nu_0)随 Kn 数的变化关系。从图中可以看出,在任一 Kn 数下,高宽比越大, Nu/Nu_0 越大,即相比大尺度槽道而言,其换热性能下降得较少。这说明滑移流动

对平行平板微槽内换热的影响较对矩形微槽的影响要大。

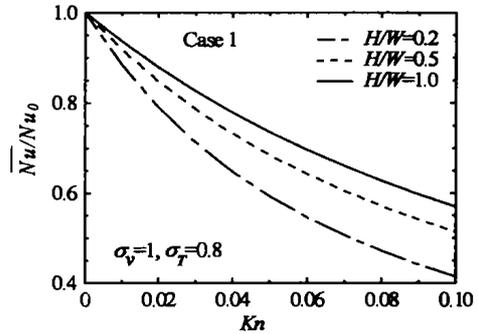


图5 微矩形槽道中高宽比对平均换热系数比的影响

在滑移流动和温度跳跃中,动量协调系数 σ_v 和热协调系数 σ_T 均会影响微槽内的换热性能,如图6所示。在相同热协调系数下,随着动量协调系数的增大, \overline{Nu} 均减小;而在相同动量协调系数下,随着热协调系数的增大, \overline{Nu} 均增大。

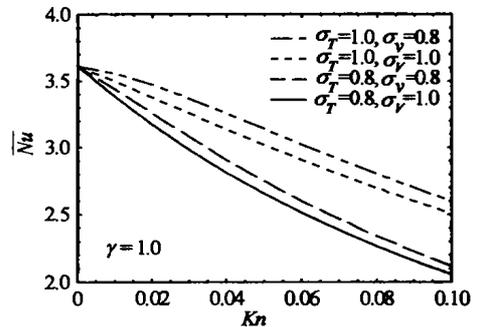


图6 σ_v 和 σ_T 对换热性能的影响

针对微正方形槽道,将 Knudsen 数对微槽内平均 Nusselt 数的影响关系进行了拟合,得到以下换热计算关联式:

$$\overline{Nu} = Nu_0 (1 - 8.719Kn + 61.021Kn^2 - 291.12Kn^3 + 667.35Kn^4) \quad (15)$$

计算关联式的最大计算误差为 $-0.015\% \sim +0.023\%$ 。

3 结论

- 1) 采用正交函数法分析得到了微矩形通道内气体滑移流动在定热流加热条件下的温度分布及平均 Nusselt 数的计算式,并拟合得到了微正方形槽道中平均 Nusselt 数的计算关联式。
- 2) 在定热流密度加热条件下,微矩形槽道内的平均 Nusselt 数随 Kn 数的增加而减小。 Kn 数越大,微槽内平均 Nusselt 数随高宽比变化的曲线越平坦。
- 3) 在任一 Kn 数下,大高宽比下的换热性能下降较少。
- 4) 平均 Nusselt 数随动量协调系数增大而减小,

随热协调系数增大而增大。

参考文献:

- [1] ERINGEN A C. Simple microfluid[J]. International Journal of Engineering Science, 1964, 22:205 - 217.
- [2] INMAN R M. Heat Transfer for Laminar Slip Flow of a Rarefied Gas in a Parallel Plate Channel or a Circular Tube With Uniform Wall Temperature[A]. NASA, 1964, TND - 2213.
- [3] AMEEL T A, BARRON R F, WANG X M, et al. Laminar Forced Convection in a Circular Tube with Constant Heat Flux and Slip Flow[J]. Microscale Thermophysical Engineering, 1997, 1(4): 303 - 320.
- [4] BARRON R F, WANG X M, AMEEL T A, et al. The Graetz Problem Extended to Slip Flow[J]. Int J, Heat Mass Transfer, 1997, 40(8): 1 817 - 1 823.
- [5] WANG M L, AMEEL T A, FRAZIER A B, et al. Micro-tube Convection Heat Transfer for a Power-Law Fluid in Laminar Slip Flow with an Isoflux Boundary Condition[A]. International Mechanical Engineering Congress and Exposition, CA, 1998, ASME HTD 361 - 3:157 - 164.
- [6] LARRODE F E, HOUSIADAS C, DROSSINOS Y. Slip-Flow Heat Transfer in Circular Tubes[J]. Int J Heat Transfer, 2000, 43:2 669 - 2 680.
- [7] YU S P, AMEEL T A. Slip Flow Heat Transfer in Rectangular Microchannels[J]. Int J Heat Mass Transfer, 2001, 44(22): 4 225 - 4 234.
- [8] 朱恂, 辛明道. 滑移流区内微环缝槽道中的层流流动与换热[J]. 工程热物理论, 2001, 22(2): 203 - 206.
- [9] 朱恂, 辛明道, 廖强. 滑移流区任意截面微槽道内流动边界条件的影响[J]. 自然科学进展, 2002, 12(6): 585 - 589.
- [10] TAO L N. On Some Laminar Forced-Convection Problems [J]. J Heat Transfer, Trans ASME, Series C, 1961, 83: 467 - 472.
- [11] SADIK KAKAC, RAMESH K. SHAH, WIN AUNG. Handbook of single-phase convective heat transfer[M]. New York: Wiley, 1987.

Heat Transfer for Gas Slip Flow in Rectangular Microchannels Heated With uniform Heat Flux

ZHU Xun, XIN Ming-dao

(Institute of Engineering Thermophysics, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: A theoretical analysis of heat transfer characteristics for the incompressible gas slip flowing in the rectangular microchannels is presented. The rectangular microchannel is heated with uniform heat flux, and the gas flow is the fully developed laminar flow. By applying a computation-oriented method of the orthonormal function analysis and the thermal creep boundary condition, the theoretical calculation of the average Nusselt number and the heat transfer characteristics in the rectangular microchannels are obtained. The effects of Knudsen number, the aspect ratio of the rectangular microchannel, the tangential momentum accommodation coefficient and the thermal accommodation coefficient on the heat transfer in slip flow regime are discussed. The heat transfer correlation for the square microchannel is obtained finally. By comparing the calculated results with that of the macrochannels, it can be found that the average Nusselt number in rectangular microchannels is lower for slip flow than for no-slip flow, and decreased with increasing Knudsen number. The curve of average Nusselt number vs. the aspect ratio of the rectangular microchannel becomes more even with increasing Knudsen number. The average Nusselt number increases with the increasing thermal accommodation coefficient and the decreasing tangential momentum accommodation coefficient.

Key words: slip flow regime; rectangular microchannel; heat transfer; uniform heated

(编辑 陈移峰)