

文章编号:1000-582X(2003)01-0138-04

有破产成本的风险债务估值未定权益分析^{*}

曹国华¹, 黄薇²

(1. 重庆大学工商管理学院, 重庆 400044; 2. 重庆大学数理学院, 重庆 400044)

摘要:破产成本是企业破产时发生的费用,从而降低了企业资产价值。破产时,债权人只能得到扣除破产成本后的企业资产价值,因而对企业的债务价值有影响。运用未定权益分析方法,给出风险债务估值的基本思路及风险债务价值满足的微分方程,得到永久性债务估值模型,可作为长期债务估值的近似。运用未定权益定价和随机计算方法,导出了一个包含破产成本的风险债务估值公式,该公式能说明投资策略、股利策略对风险债务价值的影响。最后将得到的结果与默顿、布莱克等人的工作进行了比较。

关键词:破产成本;未定权益分析;风险债务估值

中图分类号:F830.91

文献标识码:A

破产是一种法律机制。当企业违约时,债权人能通过这种机制接管企业,一般来说,企业资产价值下降会引发违约,从而导致破产,因此破产是企业资产价值下降的结果。使用这种机制的成本就是破产成本,狭义地理解破产成本往往是指企业在清算或重组过程中所发生的法律费用支出,然而广义地理解破产成本可能指财务危机的成本。破产成本往往是影响企业资本结构决策的重要因素,实际上,破产成本直接影响的是企业所发债务的价值,破产成本越大,债务价值越低,从而债权人会要求更高的风险费,增加了企业债务融资的成本,从而决定企业的资本结构。因此,研究资本结构不能不研究企业债务估值,而研究企业债务估值不能不研究企业破产成本。

破产成本往往是企业违约由企业支付的费用,实际上由债权人支付。由于一旦企业违约,债权人将取得企业资产的所有权,破产成本的支出,减少了企业资产价值,从而降低了债权人所可能获得的补偿。实证研究发现,破产成本往往占企业违约时资产市值的很大比例,Altman(1984)^[1]、Weiss(1990)^[2]的研究发现,企业破产的直接成本大约是企业市值的3%,一些小企业的破产成本是企业市值的更大份额,可能达到30%,因而在破产过程中也存在规模效益。然而,如果考虑破产的间接成本,Altman估计破产的直接成本、间接成本之和会远远大于企业价值的20%。与国外相

比,我国企业破产的各种成本(不仅包括法律费用)可能更高,中国工商银行企业破产问题课题组1997年提供了《关于企业破产问题的调查报告》^[3],他们对实行“资本结构优化”试点的50个城市的企业破产问题做了专门调查,调查显示,转轨时期企业破产后债权人的利益难以得到保障,利用破产形式逃债废债较为普遍,据工商行的统计,企业破产后,该行破产企业贷款的受偿率仅为15%左右,说明破产成本(直接成本与间接成本)远远高于国外的实证结果。

破产成本是一种不容忽视的流向第3方的支出,破产成本的存在,将使M-M定理难以成立。如果仅有破产风险而无相应成本支出,默顿证明了M-M定理仍能成立,但在未考虑破产成本下,默顿给出的风险债务定价公式与实际金融市场数据不太吻合^[4-6]。将考虑破产成本对风险债务价值的影响。

1 一般风险债务估值模型

设在破产点,企业资产价值为 V_B ,假定 V_B 是外生给定的,由于有破产成本,债权人在企业破产时只能得到 $g(V_B)$,这里 $g(V_B) < V_B$, $V_B - g(V_B)$ 即为破产成本,其既可以理解为破产过程的直接成本,也可理解为包含各种破产间接成本,如无形资产、声誉等的丧失,另外也可能包括重组时股东获得的一部分^[7-8]。可以取线性函数,也可以取非线性函数。为反映规模效益,

* 收稿日期:2002-06-27

基金项目:国家自然科学基金资助项目(79970073);重庆大学青年骨干教师资助计划资助

作者简介:曹国华(1967-),男,安徽宣城人,重庆大学博士,重庆大学副教授,研究方向:证券投资及金融工程。

随着增加,也变大,即债权人得到保障的比例随企业破产资产价值的规模而变化。一旦企业资产价值达到,即触发破产,因此对于风险贴息债,类似布莱克-舒尔斯给出的 $B-S$ 微分方程,企业债务价值满足下式,但笔者给出这种情形下的边界条件,即

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 F_{VV} + rVF_V - rF - F_t = 0 \quad (1)$$

边界条件为

$$\lim_{V \rightarrow \infty} F(V, \tau) = Be^{-r\tau} \quad (2)$$

$$F(V, \tau)/V \leq 1 \quad (3)$$

$$F(V_B, \tau) = g(V_B) \quad (4)$$

这个偏微分方程一般没有解析解,边界条件(2)说明当 V 充分大时,债务无风险,边界条件(3)说明有限责任,而边界条件(4)说明在破产时,债权人最多只能获得扣除破产成本的企业价值 $g(V_B)$ 。此时无法得到 $F(V, t)$ 的解析解。实际上这里只能利用数值积分技术(numerical integration techniques)^[9-10]。

为了更好地理解破产成本 $V_B - g(V_B)$ 对债务价值的影响,可以考虑另一种债务,即永久性息票债务。Mella-Barnal & Perraudin^[11] 曾考虑过永久性债务,另外 Merton^[4-6]、Black & Cox^[7] 也均注意到永久性债务估值可得到解析解(未考虑破产成本)。

2 永久性债务定价模型

不失一般性,假设每单位时间的连续性利息支付为 C ,并设每单位时间的连续性股利支付为 dV ,即比例于企业资产价值,利息支付是由企业发行新股权融资来支付,但假定企业可以出售资产来支付股利或由资产的增值来支付股利,因此,只有当股权价值为 0 时,企业才难以用新股权融资,这时企业违约或破产。因而永久性息票债务价值 $F(V, t)$ 满足的方程如下:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 F_{VV} + (r-d)VF_V - rF + C = 0 \quad (5)$$

其边界条件如下:

$$\lim_{V \rightarrow \infty} F(V) = \frac{C}{r} \quad (6)$$

$$F(V_B) = g(V_B) \quad (7)$$

注意到式(5)中不含 F_t 或 F_r ,事实上,由于考虑的是永久性债务, $F_t(V, t) = 0$,即认为 $F(V, t)$ 不显含 t ,即 $F(V, t) = F(V)$ 。由于式(5)是一个二阶常微分方程,其有通解如下:

$$F(V) = A_0 + A_1 V^{-Y} + A_2 V^{-X} + A_3 V \quad (8)$$

其中 $X =$

$$\left\{ \left(r - d - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) + \left[\left(r - d - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)^2 + 2\sigma^2 r \right]^{\frac{1}{2}} \right\} / \sigma^2$$

$$Y =$$

$$\left\{ \left(r - d - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) - \left[\left(r - d - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)^2 + 2\sigma^2 r \right]^{\frac{1}{2}} \right\} / \sigma^2$$

X, Y 分别是式(5)的特征方程 $\lambda(\lambda-1)\frac{\sigma^2}{2} + \lambda(r-d) = r$ 的两个根的反数,利用边界条件(6)不难得出

$$A_0 = \frac{C}{r}, A_1 = 0, A_3 = 0$$

而利用边界条件(7),可计算出

$$A_2 = \left[g(V_B) - \frac{C}{r} \right] V_B^X$$

因此

$$F(V) = \frac{C}{r} + \left[g(V_B) - \frac{C}{r} \right] \left[\frac{V}{V_B} \right]^{-X} =$$

$$\frac{C}{r} + \left[g(V_B) - \frac{C}{r} \right] \left[\frac{V_B}{V} \right]^X \quad (9)$$

实际上,方程(9)可改写成如下形式

$$F(V) = [1 - P_B] \cdot \frac{C}{r} + P_B \cdot g(V_B) \quad (10)$$

其中, $P_B = \left(\frac{V}{V_B} \right)^{-X} = \left(\frac{V_B}{V} \right)^X$ 可看作是将来破产的可能性或相机于将来的破产 1 元的现值。

由于 $g(V_B) < \frac{C}{r}$,故 $F(V) < \frac{C}{r}$,通过式(10),可看出永久性债务价值 $F(V)$ 与破产成本的关系,对于同样的 V_B ,如破产成本越大, $g(V_B)$ 会越小,从而 $F(V)$ 值越低,反之,债务价值越高。另外,也可看出破产点对债务价值的影响,即破产点资产价值越高, V_B 越大, $g(V_B)$ 一般也会越大,然而 $P_B = \left(\frac{V_B}{V} \right)^X$ 会越大,因此对债务价值的影响是不确定的。从债权人的角度来看,设置较高的破产点,既有好处,也有坏处,好处在于一旦企业破产可以获得更多的补偿,而坏处在于破产点设置越高,越有可能发生破产,由于存在破产成本,债权人的利益会立即受到损害。

而从式(10)可以看出,决定 P_B 的变量主要有 $V_B/V, r, d, \sigma^2$ 。显然 V_B/V 越大, X 不变时, P_B 越大,特别地,当把 V_B 看作与负债相关的变量,如是息票 C 的函数,则 V_B/V 表示一种“准”负债比率,因此,负债比率越高,破产的可能性会越大,与人们的直觉是一致的。

而由 X 的表达式,不难发现, X 随 r 增加而增加,随 d 增加而减小,随 σ^2 增加而减小。当固定 V_B/V 时,

由于 $V_B/V \leq 1$ 而 $X > 0$, $P_B = (V_B/V)^X$ 随 X 增加而减小, 随 X 减小而增加。因此 P_B 随 r 增加而减小, 随 d 增加而增加, 随 σ^2 增加而增加, 这也与人们的直觉一致。

股利支付越多, 企业经营风险越大, 企业更可能破产, 联系到式(9)或式(10), 企业债务价值更低, 然而无论 σ^2 , d 如何大, 企业债务价值都有一个地板价即下界 $g(V_B)$, $F(V) \geq g(V_B)$, 因此破产点 V_B 的设定可看作是债务合同所提到的安全条款(safety covenants)。

由式(9), 还可计算公司永久性债务的收益率及收益利差(yield spread), 收益率用 R 表示, 利差用 $R - r$ 表示, 则

$$R = C/F(V) = r / \left\{ 1 + \left[\frac{rg(V_B)}{C} - 1 \right] \left[\frac{V_B}{V} \right]^X \right\} \equiv r/(1-m) \quad (11)$$

由于分母必然小于1(因 $g(V_B) < \frac{C}{r}$), 故 $R > r$, 而 $R - r$ 即风险费有如下表达式:

$$R - r = r \left[1 - \frac{rg(V_B)}{C} \right] \left[\frac{V_B}{V} \right]^X / \left\{ 1 + \left[\frac{rg(V_B)}{C} - 1 \right] \left[\frac{V_B}{V} \right]^X \right\} \equiv rm/(1-m) \quad (12)$$

$$\text{其中 } m \equiv \left[1 - \frac{rg(V_B)}{C} \right] \left[\frac{V_B}{V} \right]^X = \frac{C - rg(V_B)}{C} \cdot P_B$$

由于 $C - rg(V_B)$ 可看作是一旦企业破产, 债权人的单位时间损失, P_B 表示破产可能性, 故 m 可看作是债权人, 可能面临的由企业破产而导致的损失比率, 而风险费 $R - r$ 可看作是债权人因面临破产可能导致的损失而获得的补偿。

笔者给出的式(10)、式(11)、式(12)中, V_B , $g(V_B)$, V , r , d , σ^2 大多数是可观测变量, 实际上 V_B 外生给定, $g(V_B)$ 可以通过不同行业、不同规模内破产企业数据统计得到, 特别需要确定 $g(V_B)$ 的函数形式, r 可由长期国债利率代替, d 可根据历史数据或同类企业数据计算。只有 σ^2 相对难以确定, 根据 Jones 等所作的实证工作^[8], 他们用两种方法估计 σ^2 。一种方法是利用企业资产价值的时间序列数据, 计算企业资产价值的回报及回报标准差, 而企业资产价值数据他们是运用股权市值、交易债务市值以及非交易债务的估计市值求和计算得出; 另一种方法是把看成是股权证券, 用股权证券的标准差来计算, 即用

$$\sigma = \sigma_E E / VE_V \quad (13)$$

要想得到 σ , 只须统计出 σ_E , 并估计出弹性系数 VE_V/E 即可。因此, 能够容易地利用式(10)、式(11)、式(12)分

别计算出不同企业的债务价值、债务收益率及收益利差。

当然, 这里给出的仅仅是永久性债务估值, 对于包含破产成本的有限期公司债, 可以通过现代计算技术如马尔科夫链(Markov chains)法或有限差分(finite difference)法来逼近解。实际上, 当到期时间 T 充分大时, 正如 Brennan 等所作的实证分析显示, 如 T 超过 25 年, 债务价值对 T 就不敏感了, 因此这里给出永久性债务价值可以看作是长期息票债务价值的一个好的逼近。事实上, 对于 30 年期债务, 如果利率是 15%, 则到期支付的本金仅占债务价值的 1.5%, 而如果利率是 10%, 则到期支付的本金也仅占债务价值的 5.7%。这时本金的偿还就意义不大或可以忽略不计^[9]。

3 与已有结果的比较

比较的结果与默顿、布莱克等人的工作, 发现笔者给出的公式有更明确的经济含义, 也可以看作是布莱克等人工作的推广。默顿^[4]在考察有限期息票债务时, 发现难以得到闭式解或解析解, 但他发现, 当 $T \rightarrow \infty$, 即永久性债务时, 可以得到如下表达式

$$F(V, \infty) = \frac{C}{r} \left[1 - \frac{\left(\frac{2C}{\sigma^2 V} \right)^{\frac{2r}{\sigma^2}}}{\Gamma\left(1 + \frac{2r}{\sigma^2}\right)} M\left(\frac{2r}{\sigma^2}, 2 + \frac{2r}{\sigma^2}, -\frac{2C}{\sigma^2 V}\right) \right] \quad (14)$$

其中 $\Gamma(\cdot)$ 是 gamma 函数, 而 $M(\cdot)$ 是合流型超几何函数(confluent hypergeometric function), 当然, 默顿未考虑股利支付及破产成本。默顿认为公式(14)可作为优先股的定价公式。结果更贴近布莱克等人^[7]的工作, 在不考虑股利支付与破产成本, 且重组边界给定为 $F(\bar{V}) = \min\left(\bar{V}, \frac{C}{r}\right)$ 时, 他们给出永久性债务价值 $F(V)$ 的如下表达式:

$$F(V) = \frac{C}{r} + \left(\bar{V}^{\frac{2r}{\sigma^2} + 1} - \frac{C}{r} \bar{V}^{\frac{2r}{\sigma^2}} \right) \cdot V^{-\frac{2r}{\sigma^2}} = \frac{C}{r} + \left(\bar{V} - \frac{C}{r} \right) \left(\frac{\bar{V}}{V} \right)^{\frac{2r}{\sigma^2}} \quad (15)$$

因此, 结果式(9)可看作是布莱克等人结果公式(15)包含破产成本与股利支付下的直接拓广。给出的风险费的含义不仅包括 Merton、Black & Cox 的风险费中包括的破产风险, 而且还包含由破产而可能导致的破产成本损失, 因此, 这里给出的风险费的含义更广泛, 更贴近现实情况。另外, 由式(11)可看出, 由于 $1 - m$ 表示未受损失部分, 因此债务价值收益率 R 用未受损失部分应达到无风险利率 r 来表示。

4 结 语

由于考虑了破产成本,因此,能把资本结构与公司债务价值连在一起,公式(9)可看成资本结构对公司债务价值的影响,而反过来公司债务价值也会对公司选择资本结构有很大影响,具体将体现在 V_B 的确定上,如果 V_B 是由企业或股东确定而不是外生给定,债务价值又如何,又如何影响公司资本结构决策,这是需进一步研究的问题。

参考文献:

- [1] ALTMAN E. A Further Investigation of the Bankruptcy Cost Question [J]. *Journal of Finance*, 1984, 39: 1 067 - 1 088.
- [2] WEISS L. Bankruptcy Resolution: Direct Costs and Violation of Priority of Claims [J]. *Journal of Financial Economics*, 1990, 27: 285 - 314.
- [3] 中国工商银行企业破产问题课题组. 关于企业破产问题的调整报告 [J]. *经济研究*. 1997. (4): 15 - 23.
- [4] MERTON R. On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates [J]. *Journal of Finance*, 1974, 29: 449 - 470.
- [5] MERTON R. On the Pricing of Contingent Claims and the Modigliani - Miller Theorem [J]. *Journal of Financial Economics*. 1977, 5: 241 - 249.
- [6] MERTON R. *Continuous-Time Finance* [M]. Basil Black Well Inc., 1990.
- [7] BLACK F, COX J. Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions [J]. *Journal of Finance*. 1976, 31: 351 - 367.
- [8] JONES E, MASON S, ROSENFELD E. Contingent Claims Analysis of Corporate Capital Structures: An Empirical Investigation [J]. *Journal of Finance*. 1984, 39: 611 - 625.
- [9] BRENNAN M, SCHWARTZ E. Finite Difference Methods and Jump Processes Arising in the Pricing of Contingent Claims: A Synthesis [J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. 1978, 13: 441 - 474.
- [10] MAUER D, TRIANTIS A. Interactions of Corporate Financing and Investment Decisions: A Dynamic Framework [J]. *Journal of Finance*. 1994, 49: 1 253 - 1 277.
- [11] MELLA-BARRAL P, PERRAUDIN W. *Strategic Debt Service* [R]. Working Paper London: Center for Economic Policy Research, London, 1993. No. 39

Contingent Claims Analysis of Valuation of Risky Debt with Bankruptcy Costs

CAO Guo-hua¹, HUANG Wei²

(1. College of Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

2. College of Mathematics and physics, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Research on valuation of corporate risky debt is given when bankruptcy costs are taken into account. Bankruptcy costs are expenditures of enterprise that get into bankruptcy, as a result, enterprise asset value is reduced, and debt value is reduced too because bondholders only receive asset value deducted from bankruptcy costs. Differential equation which risky debt value follows is given and a model about infinite maturity debt is obtained. By applying contingent claims pricing and stochastic calculus methods, the paper derives a risky debt value formula, this formula can illustrate the effect of investment policy and dividend policy on risky debt value. At last the results are compared with results of Merton and Black and it is found that our results improve Merton and Black's.

Key words: bankruptcy costs; contingent claims analysis; valuation of risky debt

(责任编辑 刘道芬)