

文章编号:1000-582X(2003)03-0020-04

H_∞ 控制理论在大气污染控制系统中的应用*

肖冬荣, 陆振宇

(南京气象学院 信息工程系 系统工程研究室, 南京 210044)

摘要: H_∞ 控制理论以基于使用状态空间模型的频率设计方法为主要特征, 提出了从根本上解决控制对象外界扰动不确定性问题的有效方法。针对大气污染控制系统模型的不确定性, 运用 H_∞ 控制理论进行大气污染系统的控制, 得出了仿真结果, 提出了控制策略, 使得受控对象大气污染系统能够保持鲁棒稳定性, 并且其规定的指标始终在期望目标值内运行。

关键词: H_∞ 控制理论; 大气污染控制系统; 鲁棒稳定性

中图分类号: TP273

文献标识码: A

H_∞ 控制理论以基于使用状态空间模型的频率设计方法为主要特征, 提出了从根本上解决控制对象外界扰动不确定性问题的有效方法。 H_∞ 控制理论确立了在频域内进行回路成形的技术和手段, 克服了经典控制理论和现代控制理论各自的不足, 使经典的频域概念与现代的状态空间方法融合在一起; 将控制系统设计问题转换成 H_∞ 控制问题, 使其更加接近实际情况, 并满足实际需要; 给出了鲁棒控制系统的设计方法, 通过求解两个黎卡提 (Riccati) 方程来获得 H_∞ 控制器, 充分地考虑了系统不确定性带来的影响, 不仅能保证控制系统的鲁棒稳定性, 而且能优化一些性能指标; 它是频域内的最优控制理论, 但 H_∞ 控制器的参数设计比最优调节器更加直接^[1]。

1 标准 H_∞ 控制问题

1.1 问题描述

标准 H_∞ 控制问题如图 1 所示主要由两部分 G 和 K 构成, 其中 G 是广义控制对象, 它是系统中给定的部分, K 是 H_∞ 控制器, 它是需要进行设计的。

假设 G 和 K 均是线性时不变系统的传递函数矩阵描述, 即 $G(s)$ 和 $K(s)$ 都是真的有理函数矩阵。把 $G(s)$ 分解为:

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\text{其状态空间实现为: } \begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1\omega + B_2u \\ z = C_1x + D_{11}\omega + D_{12}u \\ y = C_2x + D_{21}\omega + D_{22}u \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{记为: } G = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中 $x \in R^n$ 是状态向量, ω 是外部输入, u 是控制输入, z 是被控制的输出, y 是被测量的输出, 它们均是向量信号。对照式(1)和(3)有

$$G_{ij} = G_i(sI - A^{-1}B_j + D_{ij}), \quad i, j = 1, 2 \quad (4)$$

显然, 由 ω 到 z 的闭环传递函数矩阵为:

$$T_{\omega z}(s) = G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21} = F_1(G, K) \quad (5)$$

H_∞ 最优控制问题是, 对闭环控制系统寻找一个真的实有理控制器 K , 使闭环控制系统内部稳定, 而且最小化闭环传递函数矩阵 $T_{\omega z}$ 的 H_∞ 范数, 即

$$\min_{K \text{ 稳定化 } C} \|F_1(G, K)\|_\infty < 1 \quad (6)$$

1.2 状态空间 H_∞ 输出反馈控制问题

假定广义控制对象 G 的状态空间实现为式(2), 其中 $x \in R^n, \omega \in R^{m_1}, u \in R^{m_2}, z \in R^{p_1}, y \in R^{p_2}; A \in R^{n \times n}, B_1 \in R^{n \times m_1}, B_2 \in R^{n \times m_2}, C_1 \in R^{p_1 \times n}, C_2 \in R^{p_2 \times n}, D_{21}$ 和 D_{22} 为相应维数的实数矩阵, 控制器 K 是动态输出反馈补偿器。

* 收稿日期: 2002-10-04

基金项目: 国家自然科学基金项目资助(49875013)

作者简介: 肖冬荣(1944-), 男, 湖南郴州人, 教授。主要从事鲁棒控制理论和最优控制方面的研究。

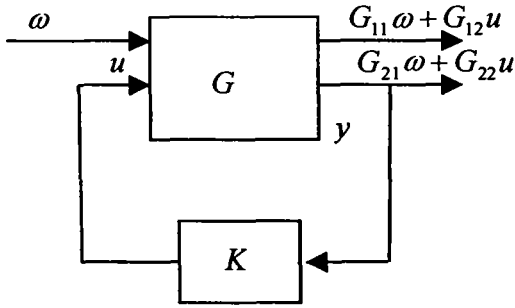


图 1 标准 H_∞ 控制问题基本框图

假设 G 有特殊形式：
$$G = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ [I] & [0] & [0] \\ [0] & [I] & [0] \end{bmatrix} \quad (7)$$

并满足下述条件：

- 1) (A, B_1) 是可稳定的, (C_1, A) 是可检测的;
- 2) (A, B_2) 是可稳定的;
- 3) $D_{12}^T [C_1 \ D_{12}] = [0 \ I]$ 。

很显然, $y = \begin{bmatrix} x \\ \omega \end{bmatrix}$, 即广义控制对象的状态 x 和外部输入信号 ω 均能测量到, 可以直接用于构成控制规律。从而可以得出定理 1。

[定理 1] 当且仅当 $H_\infty \in \text{dom}(\text{Ric}), X_\infty = \text{Ric}(H_\infty) \geq 0$ 时, 存在 H_∞ 控制器

$$u = -B_2^T X_\infty x + Q(s)(\omega - \gamma^{-2} B_1^T X_\infty x) \quad (8)$$

$$\text{即 } K(s) = [-B_2^T X_\infty - Q(s)\gamma^{-2} B_1^T X_\infty Q(s)] \quad (9)$$

其中 $Q(s) \in RH_\infty, \|Q(s)\|_\infty < \gamma$, 使得闭环控制系统内部稳定, 而且 ω 到 z 的闭环传递函数矩阵 $T_\omega(s)$ 满足 $\|T_\omega(s)\|_\infty < \gamma$ 。

证明 如果对于哈密顿矩阵 H_∞ , 存在 $X_\infty = \text{Ric}(H_\infty)$, 则可求 $x'(t)X_\infty x(t)$ 的导数

$$\frac{d}{dt} x^T X_\infty x = x^T X_\infty \dot{x} + \dot{x}^T X_\infty x \quad (10)$$

把式(2)代入上式, 并注意到黎卡提方程式(11)和正交条件,

$$\begin{aligned} & A^T X_\infty + X_\infty A + \gamma^{-2} X_\infty B_1 B_1^T X_\infty - \\ & X_\infty B_2 B_2^T X_\infty + C_1^T C_1 = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

得:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x^T X_\infty x &= x^T (A^T X_\infty + X_\infty A) x + \omega^T (B_1^T X_\infty x) + \\ & (B_1^T X_\infty x)^T \omega + u^T (B_2^T X_\infty x) + (B_2^T X_\infty x)^T u = \\ & - \|C_1 x\|^2 - \gamma^{-2} \|B_1^T X_\infty x\|^2 + \|B_2^T X_\infty x\|^2 + \\ & \omega^T (B_1^T X_\infty x) + (B_1^T X_\infty x)^T \omega + u^T (B_2^T X_\infty x) + (B_2^T X_\infty x)^T u = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \|z\|^2 + \gamma^2 \|\omega\|^2 - \gamma^2 \|\omega - \gamma^{-2} B_1^T X_\infty x\|^2 + \\ & \|u + B_2^T X_\infty x\|^2 \end{aligned} \quad (12)$$

假设 $x(0) = x(\infty) = 0, \omega \in L_2[0, +\infty]$, 从 $t=0$ 到 $t=\infty$ 对上式进行积分, 则有

$$\|z\|_2^2 - \gamma^2 \|\omega\|_2^2 = \|u + B_2^T X_\infty x\|_2^2 - \gamma^2 \|\omega - \gamma^{-2} B_1^T X_\infty x\|_2^2 \quad (13)$$

这时, 根据等价关系

$$\|T_\omega(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \|z\|_2^2 < \gamma^2 \|\omega\|_2^2 \quad (14)$$

由式(12)和式(13)得

$$\begin{aligned} \|T_\omega(s)\|_\infty < \gamma &\Leftrightarrow \|u + B_2^T X_\infty x\|_2^2 < \\ &\gamma^2 \|\omega - \gamma^{-2} B_1^T X_\infty x\|_2^2 \Leftrightarrow u + B_2^T X_\infty x = \\ &Q(s)(\omega - \gamma^{-2} B_1^T X_\infty x) \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示欧几里德范数;

所以 $u = -B_2^T X_\infty x + Q(s)(\omega - \gamma^{-2} B_1^T X_\infty x)$ 从而得证。

u 是保证 $\|T_\omega(s)\|_\infty < \gamma$ 的输入, 其中 $Q(s)(\omega - \gamma^{-2} B_1^T X_\infty x)$ 是传递函数为 $Q(s)$ 的系统在输入 $(\omega - \gamma^{-2} B_1^T X_\infty x)$ 时的输出。由式(12)可知, $x^T(t)X_\infty x(t) \geq 0$ 的衰减在 $\omega = \gamma^{-2} B_1^T X_\infty x$ 下最慢, 因而对于这种扰动, 只要使用控制策略 u 就可以稳定化式(2)。

2 大气污染控制系统的分析与综合

大气质量管理实质上就是对所研究的大气污染控制系统进行分析和综合的过程。所谓系统分析就是对一个大气区域系统或设施系统进行定性和定量研究。这些研究包括: 对现状的评价和找出主要的环境问题, 提出一系列供决策选择的目标方案, 建立起排放情况与受纳大气的质量之间的定量关系; 所谓“系统综合”指在系统分析的基础上确定目标, 规划和设计一个大气污染控制系统, 确定一个系统的管理办法等工作内容, 也即为达到某个环境目标而选择最优规划方案, 进行最优设计, 找出最佳管理办法等。因此, “综合”的过程应包括确定目标、形成系统较佳的可行性方案和最优化决策等 3 个主要步骤。^[2]

大气圈通常具有一定的自净能力, 即大气环境具有一定的容量, 它是指在自然净化能力之内所容许的污染物排放量, 也就是不至于破坏自然界物质循环的极限量。把满足一定环境目标的污染物排放量定为容许排放总量。只有当污染物排放量超过大气的自净能力, 即超过环境容量时才构成空气污染。^[3]

笔者把 H_∞ 控制理论运用到大气污染控制系统的目的是希望摸清规律, 分利用大气环境的自净能力, 做到既发展生产又保护环境。

3 大气污染的 H_∞ 控制

近年来,大气污染的治理已引起了人们的极大关注,笔者主要针对大气中的首要污染物 SO_2 来进行分析和控制,并引入两个指标,一是排放物中的 SO_2 的浓度(PSO_2);二是大气中 SO_2 的浓度(ASO_2)。如果大气中 SO_2 的浓度高于一定的程度,则构成空气污染,同时我们应当改变排放物中的 SO_2 的含量(用提高处理水平的方法),以便大气质量回到期望的数值。

3.1 大气污染的数学模型

一定体积的大气主要接受某一污染物净化设备排放出来的受控污染物,同时考虑到大气自净能力主要受风向等气象因素的影响,可以把一定体积的大气定义为一个大气段,从而可以提出一个二阶状态空间方程,它描述了该大气段中的某个平均点上 $PSO_2 - ASO_2$ 的关系。其建模的基本思想是将每一区段都看成理想的搅拌反应器^[4],如图2所示。这样整个区段的参数与变量都是一致的,而且 PSO_2 和 ASO_2 的输出浓度就等于该区段内的相应浓度。因此从质量平衡的角度,可以写出下列方程:

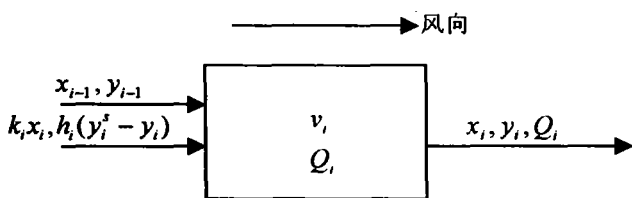


图2 一个大气段的理想搅拌反应器模型

PSO_2 平衡方程:

$$\dot{x}_i = -k_i x_i + \frac{Q_{i-1}}{v_i} x_{i-1} - \frac{Q_i + Q_E}{v_i} x_i \quad (16)$$

ASO_2 平衡方程:

$$\dot{y}_i = h_i(y_i^s - y_i) + \frac{Q_{i-1}}{v_i} y_{i-1} - \frac{Q_i + Q_E}{v_i} y_i - k_i x_i \quad (17)$$

其中:

- x_i, x_{i-1} ——第 i 及第 $i-1$ 区段的 PSO_2 (mg/m^3)
- v_i ——第 i 区段的大气容量 (m^3)
- Q_E ——第 i 区段 PSO_2 的气体流动量 (m^3/d)
- y_i, y_{i-1} ——第 i 及第 $i-1$ 区段的 ASO_2 (mg/m^3)
- k_i, h_i ——第 i 区段 PSO_2 的逐日衰减率和第 i 区段 ASO_2 的补给率
- Q_i, Q_{i-1} ——第 i 及第 $i-1$ 区段的大气流动量

(m^3/d)

y_i^s ——第 i 区段的 SO_2 饱和量 (mg/m^3)

从文献[5]可得出方程中各系数取下列值为宜:

k_i ——0.32/d, h_i ——0.2/d, y_i^s ——0.36 mg/m^3 ,

Q_E/v_i ——0.1, $Q_i/v_i, Q_{i-1}/v_i$ ——0.9。

因此第 i 区段大气污染的数学模型为:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.32 & 0 \\ -0.32 & -1.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.9x_{i-1} \\ 0.9y_{i-1} + 1.9 \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中 u 是控制策略。

3.2 大气污染的 H_∞ 控制的仿真

大气污染 H_∞ 控制问题基本上是如何最好地控制污染物的排放,以便妥善处理净化费用与大气过份污染所付出的代价。应用 H_∞ 控制理论可以较好地达到这一目标,不但节约投资,而且容易实现。

本文仿真的对象是两个区段的大气污染的 H_∞ 控制,其状态空间方程描述为:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.32 & 0 & 0 & 0 \\ -0.32 & -1.2 & 0 & 0 \\ 0.9 & 0 & -1.32 & 0 \\ 0 & 0.9 & -0.32 & -1.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0 \\ 0.1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 5.35 \\ 1.09 \\ 4.19 \\ 1.9 \end{bmatrix} \quad (19)$$

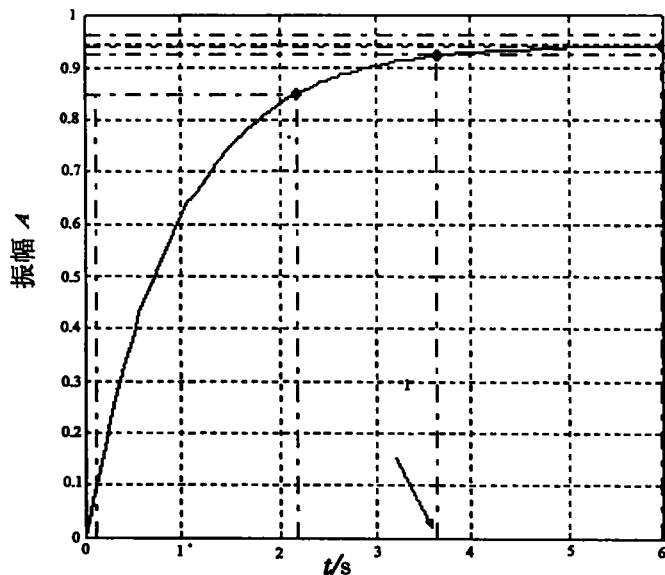
运用 MATLAB 软件进行仿真^[6],可得出该大气污染控制系统的阶跃响应曲线。

$$u(s) = \frac{5706133.9602(s+7.702)(s+1.32)^2(s+1.2)^2}{(s+4012)(s+1.77)(s^2+2.5s+1.563)(s^2+2.4s+1.44)} \quad (20)$$

$$\text{即 } K(s) = \begin{bmatrix} -0.67 & -1.77 & -2.32 & -1.52 & -0.4 & 0.1 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 8.63 & 4.36 & 8.24 & 6.92 & 2.18 & 0.14 \end{bmatrix} Q(s) \quad (21)$$

以上就是具有鲁棒性的 H_∞ 控制器的传递函数和状态空间表达式。

从图3可以看出,原系统的响应时间是3.6s,而带 H_∞ 控制器的闭环系统的响应时间是0.026s,这表明 H_∞ 控制器使闭环系统的阶跃响应有显著的改善,



(a) 原闭环系统

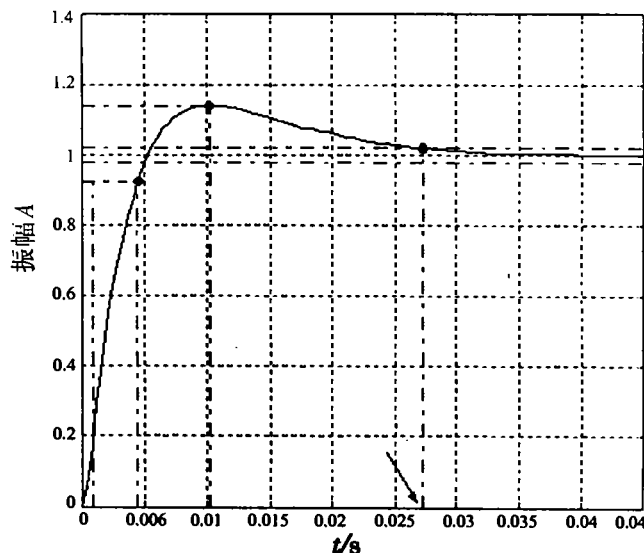
(b) 带 H_∞ 控制器的闭环系统

图3 系统阶跃响应

响应时间比原系统大大地缩短。因此 H_∞ 控制器是一种实用的良好的控制器。因此, H_∞ 控制理论能够保证大气污染控制系统在期望的目标值内稳定地运行。

4 结束语

笔者提出的 H_∞ 控制理论和方法对大气污染控制系统具有较大的应用价值, 并且能够帮助各级环境保护部门进行大气污染系统的分析, 保证大气质量在期望的目标值内稳定的运行。当然引入其它影响因子的大规模的大气污染系统的分析和控制将是十分复杂的系统工程, 这也是今后该领域工作的重点。

参考文献:

- [1] 吴敏, 桂卫华. 现代鲁棒控制 [M]. 长沙: 中南工业大学出版社, 1998.
- [2] 肖冬荣, 陆振宇. 机动车尾气污染的最优化控制 [J]. 湖北大学学报, 2001, (7): 104-107.
- [3] 蒋维楣, 曹文俊, 蒋瑞宾. 空气污染气象学 [M]. 北京: 气象出版社, 1993.
- [4] Beck M B. The application of control and system theory to problems of river pollution control [D]. Cambridge University Ph. D. Thesis, 1974.
- [5] 南京气象学院杨子乙烯工程大气环境影响评价课题组. 南京市大厂区大气污染控制研究 [J]. 南京气象学院学报, 1988, (1): 25-39.
- [6] 薛定宇. 反馈控制系统设计与分析——MATLAB 语言应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.

Theory of H_∞ Control of Using in the Control of Atmospheric Pollution System

XIAD Dong-rong, LU Zhen-yu

(Department of Information Engineering, Nanjing Institute of Meteorology, Nanjing 210044, China)

Abstract: This paper aims at the uncertainty of atmospheric pollution system model, it makes use of the theory of H_∞ control to put up analyzing and control of atmospheric pollution system, The atmospheric pollution system can keep robust stability and is exact of tracking the target of putting forward in advance.

Key words: H_∞ control; atmospheric pollution system; robust stability

(责任编辑 吕赛英)