

文章编号:1000-582X(2004)10-0033-04

因果图转换为信度网的算法*

沈文武¹, 汪成亮², 程克非¹, 张勤¹

(1. 重庆大学 计算机学院, 重庆 400030; 2. 重庆大学 自动化学院, 重庆 400030)

摘要:动态因果图理论是在信度网基础上发展起来的一种不确定推理模型,两者在知识表达上存在一定的差别,但大体结构类似,在一定的条件下可以进行相互转换。从分析信度网与因果图的知识表达方式的异同入手,最后推导出一种将因果图模型转换为信度网模型的算法,主要从构成信度网模型的两大要素——拓朴结构和条件概率表两方面的生成算法进行了推导和阐述。

关键词:动态因果图;信度网;不确定性推理;转换算法

中图分类号:TP183

文献标识码:A

动态因果树/图理论^[1](以下简称因果图),是张勤教授于1993-1995年间,在清华大学950 MW全尺寸核电站模型的故障诊断专家系统^[2]研制过程中,通过对信度网^[3-4]及其他不确定知识表达模型的深入研究后首次提出的一种新的不确定性推理模型,并在近年来得到了进一步的发展^[5-8]。该方法基于传统的信度网和故障树分析技术,较好地继承了两者的优点,在一定程度上克服了信度网的不足,在复杂工业系统故障诊断领域具有重大应用价值。

研究因果图与信度网之间的转换问题是目前因果图理论的重点研究方向之一。因果图与信度网在知识表达上存在一定的差别,但大体结构类似,在一定的条件下,两者的数据应该可以进行相互转换,从而使两者的优势都得到最充分的发挥。笔者将首先从分析信度网与因果图的知识表达方式的异同入手,最后推导出一种从因果图转换为信度网的算法,该算法已经在重庆市科委攻关项目《面向工业应用的智能开发平台及系统研究》中得到了较好的应用。

1 信度网与因果图知识表达方式

1.1 信度网表达方式

信度网又名贝叶斯网(Bayesian Network),在知识表达上它采用图形化的方式表达了一个联合概率分

布。图1是一个由5个节点 $\{X_1, X_2, \dots, X_5\}$ 构成的信度网。一个由 N 个节点 $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 构成的信度网 B 可以表达为一个二元组 $\langle G, P \rangle$ 。其中:

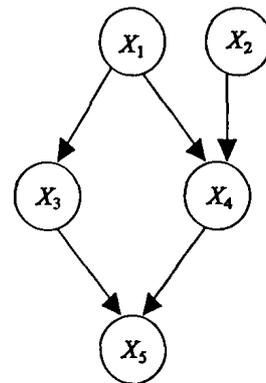


图1 信度网示例

G 为信度网拓朴结构,具有 N 个节点的有向无环图。该图中的节点为随机变量,节点间的有向边表达了节点间的相关关系。整个图形结构蕴含了如下节点间的条件独立性:

$$X_i \perp \{X_1, X_2, \dots, X_{i-1}\} \setminus Pa_i \mid Pa_i$$

它表示在节点 X_i 的父节点集合 Pa_i 已知的情况下,节点 X_i 同节点集合 $\{X_1, X_2, \dots, X_{i-1}\} \setminus Pa_i$ (其中符号“ \setminus ”表示集合减)中的任何一个节点独立。即在给定父节点的情况下,节点 X_i 同它的其它上层节点条件独立。

P 为信度网参数,由每个节点的条件概率表:

* 收稿日期:2004-05-18

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60373052);重庆市科技攻关资助项目(5990)

作者简介:沈文武(1972-),男,四川蓬安人,重庆大学博士研究生,研究方向为人工智能、软件工程。

$P(X_i | Pa_i)$ 组成。它表达了节点 X_i 同其父节点的相关关系。

由此,信度网可以表达如下的联合概率分布^[3]:

$$P(X_1, X_2, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | X_{i-1}, X_{i-2}, \dots, X_1) = \prod_{i=1}^n P(X_i | Pa_i)$$

1.2 因果图表达方式

因果图知识表达方式也可以形式化表示为一个二元组 $\langle S, A \rangle$, 且 $S = \langle X, B, G, P \rangle$, 其中符号含义如下:

X 为中间事件, 或中间事件变量, 用来表示任何有原因的事件。在图形上以至少含有一条输入边的圆圈节点表示。

B 为基本事件, 或基本事件变量, 用来表示任何没有原因或不追究其原因的事件, 并且它至少为一个中间事件的原因。显然由于任何一个基本事件都不可能是另一基本事件的原因, 基本事件之间相互独立。在图形上以不含有任何输入边但至少含有一条输出边的方框节点表示。为方便起见, 以下在必要的时候将基本事件和中间事件统称为节点事件。

G 为逻辑门, 用于将输入变量通过逻辑运算组合成输出变量, 输入变量到输出变量的映射由一张真值表来描述, 既可以是简单的与、或、非关系, 也可以表达更复杂的逻辑关系。图形上以至少含有一条输入边和一条及以上输出边的门节点表示。

P 为连接事件, 或连接事件变量, 它表示父节点事件(原因)导致子节点事件(结果)发生的事件, 当父节点事件发生并且该连接事件发生时, 子节点事件必定发生。从数值上其概率表示父节点与子节点间的因果强度, 但作为一个事件, 它与父节点事件相互独立。图形上表示为从基本事件、中间事件或逻辑门出发, 始终指向中间事件的一条有向弧。

S 为因果图结构, 由上述基本事件、中间事件、逻辑门、连接事件构成的有向图, 它定性表示了各节点间的因果关系。

A 为因果图参数, 由基本事件的先验概率、连接事件的连接概率、逻辑门的真值表组成, 它定量表示了各节点间的因果关系。

图 2 为一个因果图示例, B_1 、 B_2 表示基本事件, X_3 、 X_5 表示中间事件, G_4 表示逻辑门, P_{13} 、 P_{35} 、 P_{45} 表示连接事件, 没有标注的边也是连接事件, 他们的连接概率为 1。

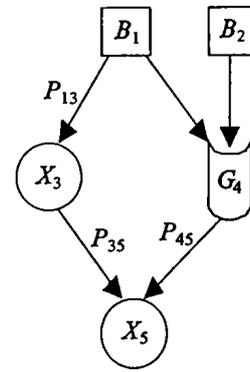


图 2 因果图示例

1.3 异同分析

分析上述信度网和因果图的知识表达方式, 可以得出:

1) 二者都以图形化方式来表达知识, 由且仅由图形拓扑结构和参数构成。

2) 从拓扑结构上来讲, 二者都由节点和有向边构成, 每个节点均有一个互斥且完全的状态空间; 但因果图对于节点类型进行了细分, 对信度网中抽象的节点赋予了一定的物理意义, 将其分为基本事件、中间事件和逻辑门 3 种不同的节点, 有向边被称之为连接事件, 使之更符合专家的知识表达习惯; 另外信度网对于拓扑结构的要求是有向无环图, 而因果图中允许有向环的存在。

3) 从参数上看, 信度网需要指定每个节点的条件概率表, 对于没有父节点的节点, 需要指定的条件概率实际上为该节点先验概率, 而因果图参数由基本事件的先验概率、连接事件的连接概率、逻辑门的真值表组成。

因此, 要将一个因果图模型转换为相应的信度网模型, 只需要推导出结构到结构、参数到参数的映射关系即可。

2 转换算法推导

由于信度网要求为有向无环图, 笔者只讨论无有向环的因果图向信度网的转换问题。在这种情况下, 对于结构到结构的映射是显而易见的: 只需直接将因果图中的基本事件、中间事件和逻辑门节点映射为信度网中的相应节点, 将连接事件直接映射为信度网中的有向边即可。这样就可以使得转换前后的模型所表示的专家知识的逻辑关系, 即各节点间的影响关系保持一致。图 2 所示的因果图从拓扑结构上可以直接映射为图 1 所示的信度网。

对于参数到参数的映射问题, 由于在信度网中的参数是指各个节点的条件概率表, 而在结构映射中笔

者指出信度网的节点由因果图中的基本事件、中间事件和逻辑门节点映射而来,下面将分别讨论他们的条件概率表的构成方式。

1) 基本事件节点对应的条件概率表

在因果图中,基本事件节点的先验概率指的是基本节点在没有任何先决条件下的概率分布,其物理意义与信度网中无原因节点的先验概率是一致的,因此可以直接将基本事件节点的先验概率映射为对应的信度网中节点的先验概率。如图 2 中的基本事件 B_1 、 B_2 的先验概率可以直接对应于图 1 中节点 X_1 与 X_2 的先验概率表。

2) 中间事件节点对应的条件概率表

设结果节点 Y 有 m 个状态、有 n 个原因节点 X_k ($k=1,2,\dots,n$), X_k 有 m_k 个状态, $X_k^{i_k}$ ($1 \leq i_k \leq m_k$) 表示 X_k 处于第 i_k 个状态, X_k 第 i 个状态与结果节点 Y 的第 j 个状态之间的连接事件为 P_{kY}^{ij} , P_{kY}^{ij} 的概率值为 $\Pr\{P_{kY}^{ij}\} \equiv p_{kY}^{ij}$, 其中 $\Pr\{\cdot\}$ 为取括号内事件概率值算符。于是中间事件节点 Y 的条件概率表可以由 $\Pr\{Y^j | \bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k}\}$ 表示, 首先由贝叶斯公式可得:

$$\Pr\{Y^j | \bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k}\} = \frac{\Pr\{Y^j \cap (\bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k})\}}{\Pr\{\bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k}\}} \quad (1)$$

再由因果图定义可知

$$Y^j = \bigcup_{k=1}^n \bigcup_{i=1}^{m_k} X_k^i P_{kY}^{ij} \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)中的分子部分有

$$\begin{aligned} Y^j \cap (\bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k}) &= \\ (\bigcup_{k=1}^n \bigcup_{i=1}^{m_k} X_k^i P_{kY}^{ij}) \cap (\bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k}) &= \\ \bigcup_{k=1}^n \bigcup_{i=1}^{m_k} (X_k^i P_{kY}^{ij} \cap (\bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k})) & \quad (3) \end{aligned}$$

由于当 $i \neq i_k$ 时, $X_k^i \cap X_k^{i_k} = \Phi$, 当 $i = i_k$ 时, $X_k^i \cap X_k^{i_k} = X_k^{i_k}$, 因此, 式(3)可继续化简为

$$\begin{aligned} \bigcup_{k=1}^n (P_{kY}^{ij} \cap (\bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k})) &= \\ \bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k} \cap (\bigcup_{k=1}^n P_{kY}^{ij}) & \quad (4) \end{aligned}$$

最后将式(4)代入式(1), 又由于在因果图中, 节点事件 X 与连接事件 P 彼此独立, 可得

$$\begin{aligned} \Pr\{Y^j | \bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k}\} &= \frac{\Pr\{\bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k} \cap (\bigcup_{k=1}^n P_{kY}^{ij})\}}{\Pr\{\bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k}\}} = \\ \frac{\Pr\{\bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k}\} \times \Pr\{\bigcup_{k=1}^n P_{kY}^{ij}\}}{\Pr\{\bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k}\}} &= \Pr\{\bigcup_{k=1}^n P_{kY}^{ij}\} \quad (5) \end{aligned}$$

至此对于中间事件节点的条件概率表的推导化简完毕, 进一步的数值运算请参见文献[1]中的容斥展

开算法。

3) 逻辑门节点对应的条件概率表

设 G 为一个有 q 个原因节点、 m 个状态的逻辑门, G 的第 i 个原因节点表示为 X_i , X_{ij} 表示第 i 个节点的第 j 个状态, G^j 是 G 的第 j 个状态。 G 与 X 的关系由如表 1 所示的一张真值表给出。

表 1 逻辑门真值表

	G_1	G_2	...	G_m
Π_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1m}
Π_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2m}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
Π_n	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nm}

其中, n 是 G 的输入节点的状态组合数, Π_k 是第 k 个状态组合。 a_{ij} 只能为 1 或 0, 但对相同的 i , 只能有一个 $a_{ij} = 1$, 其余都等于 0, 即输入节点的一个状态组合只能对应 G 的一个状态 G^h , 也就是说, 在给定所有父节点状态的条件下, G 的条件概率分布中除了 G^h 为 1 之外, 其余均为 0, 即,

$$\Pr\{G^j | \bigcap_{k=1,2,\dots,n} X_k^{i_k}\} = \begin{cases} 1 & \text{当 } j = h \\ 0 & \text{当 } j \neq h \end{cases} \quad (6)$$

由此可知, 从数值上来看, 逻辑门的真值表其实就直接对应于转换后的信度网相应节点的条件概率表。

3 算例分析

对于前面给出的转换算法, 除上述理论推导外, 笔者还在自行研制的动态因果图推理平台和微软发布的信度网平台 MSBNX 1.4.2 上进行了大量的算例分析, 分别针对未转换前的因果图和转换后的信度网模型在给定相同证据的情况下进行推理, 推理结果完全吻合。限于篇幅, 下面以一个简单的算例加以说明, 图 3 所示为一个简单的二值因果图。

$$B_1 = \begin{pmatrix} B_1^1 \\ B_1^2 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0.2 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} B_2^1 \\ B_2^2 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.3 \end{pmatrix}$$

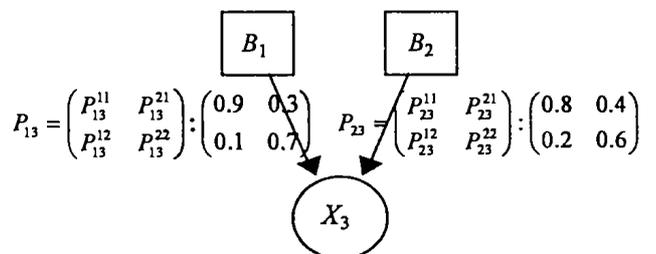
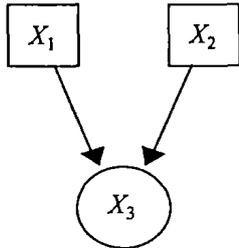


图 3 二值因果图示例

图 4 为按第 2 节算法转换后的图 3 对应的信度网。

现假设证据为 X_3^1 , 根据因果图的推理算法可得: $P(B_1^1 | X_3^1) = 0.866$, 而在 MSBNX 上对图 4 的计算结果为 $P(B_1^1 | X_3^1) = 0.866$, 这表明了本算法是合理并且符合实际的。

$$X_1 = \begin{pmatrix} X_1^1 \\ X_1^2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0.2 \end{pmatrix} \quad X_2 = \begin{pmatrix} X_2^1 \\ X_2^2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.3 \end{pmatrix}$$



$$X_3 | X_1 X_2 = \begin{pmatrix} X_3^1 | X_1^1 X_2^1 & X_3^1 | X_1^2 X_2^1 \\ X_3^1 | X_1^1 X_2^2 & X_3^1 | X_1^2 X_2^2 \\ X_3^2 | X_1^1 X_2^1 & X_3^2 | X_1^2 X_2^1 \\ X_3^2 | X_1^1 X_2^2 & X_3^2 | X_1^2 X_2^2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0.85 & 0.55 \\ 0.65 & 0.35 \\ 0.15 & 0.45 \\ 0.35 & 0.65 \end{pmatrix}$$

图 4 图 3 对应的信度网

4 结 论

研究因果图与信度网之间的转换问题对于因果图理论的丰富和完善以及实际应用有着重要的意义。提出的因果图模型到信度网模型的转换算法, 从组成信度网模型的两要素——拓朴结构和条件概率表两方面进行了推导和阐述, 推导合理, 论证严密, 并在实践中

得到了验证。在相互转换的问题上除了讨论的无有向环因果图转换为信度网的算法外, 还有包括含有向环的因果图如何转换以及信度网如何转换为因果图等一系列工作需要继续深入地研究。

参 考 文 献:

- [1] ZHANG QIN. Probabilistic Reasoning based on Dynamic Causality Tree/Diagrams [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1994, 46: 209 - 220.
- [2] ZHANG QIN, AN Xue - gao, GU Lin, et al. Application of FBOLES a prototype expert system for fault diagnosis in nuclear power plants [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1991, 34: 225 - 235.
- [3] PEARL J. Probabilistic Reasoning in intelligent systems; network of plausible inference [M]. San Mateo, CA: Morgan Kaufman Publishers, 1988.
- [4] PEARL J. Fusion, propagation, and structuring in belief networks [J]. Artificial Intelligence, 1986, 29: 241 - 288.
- [5] 樊兴华, 仲昕, 张勤, 等. 因果图推理的一种新方法 [J]. 计算机科学, 2001, 28(11): 48 - 52.
- [6] 刘启元. 信度网及因果图理论与实现研究 [D]. 重庆: 重庆大学计算机学院博士学位论文, 2001.
- [7] 樊兴华. 因果图理论及其用于复杂系统故障诊断研究 [D]. 重庆: 重庆大学自动化学院博士学位论文, 2001.
- [8] 樊兴华, 张勤, 孙茂松, 等. 多值因果图的推理算法研究 [J]. 计算机学报, 2003, 3: 310 - 322.

Algorithm to Transform Dynamic Causality Diagram Into Belief Network

SHEN Wen-wu¹, WANG Cheng-liang², CHENG Ke-fei¹, ZHANG Qin¹

(1. College of Computer Science & Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China

2. College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: The Dynamic Causality Diagram methodology is a new probabilistic reasoning model based on Belief Network. To some extent, it is similar to the Belief Network in structure. So that knowledge from one can be transformed into the other on some conditions. To begin with, this paper discusses the similarities and differences between them, and finally presents a transformation algorithm from Dynamic Causality Diagram into Belief Network. The algorithm is composed of two parts: a mapping algorithm of structure and a generating algorithm of conditional probability tables.

Key words: dynamic causality diagram; belief network; probabilistic reasoning under uncertainty; transformation algorithm