

文章编号:1000-582X(2004)01-0128-03

$p(\alpha, \alpha')\pi N$ 反应中 $N^*(1440)$ 激发的蒙卡模拟*

袁宏宽¹, 陈洪¹, 平荣刚²

(1. 西南师范大学物理系, 重庆 400715; 2. 中国科学院高能物理研究所, 北京 100039)

摘要:在 $p(\alpha, \alpha')\pi N$ 反应的几种反应机制中研究 N^* 激发, 利用蒙卡模拟的办法重现 $N^*(1440)$ 共振峰的位置, 在给定入射能量情况下模拟出末态各出射粒子的动量分布、角分布情况。计算结果可以在 πN 的不变质量谱中观察到明显的 $N^*(1440)$ 共振峰, 同时达里兹图在 πN 系统能量平方为 2100 MeV^2 附近事件分布密集, 而别的组态却没有观察到这些情况, 这都说明了 πN 共振粒子 $N^*(1440)$ 的产生。

关键词: $p(\alpha, \alpha')\pi N$ 反应; $N^*(1440)$ 模型; 不变振幅; 蒙卡模拟

中图分类号: O571.4

文献标识码: A

原子核内核子共振态的研究一直是核物理中最有趣的问题之一, 核子激发态的性质也一直是理论和实验工作者十分关注的课题。特别是研究 $N^*(1440)$ 粒子的性质对研究强子性质有很重要的作用。目前, 关于 $N^*(1440)$ 的知识几乎全部来源于 20 年前的 πN 和 γN 散射的分波分析, 它的衰变、质量及分支比都有很大的不确定性, 理论上对 $N^*(1440)$ 的结构研究尚无定论, 在组态分支模型内理论给出的质量比测量值大 100 MeV 左右。此外, 对它的光生振幅也不能很好地作出解释, 因此, 有人认为它是重子混杂态。对它的深入研究与探讨可能会对重子内胶子自由度的研究以及检验和发展强相互作用理论(QCD)具有重要作用和一定的理论意义。

实验上所得到的关于 $N^*(1440)$ 质量、衰变宽度等共振态的信息成为检验各种模型下核结构及其共振态的基础。可以通过多种途径获得 $N^*(1440)$ 共振粒子, 在核子上光吸收的反应中, 人们已经清楚地观察到这个核子共振态, $p-p$ 散射生成中子和 π 介子的反应^[1]也可以得到这种共振粒子, 还有由 π 和 σ 作为传播子贡献给氚核(${}^3\text{H}$) 束缚能的三核子相互作用过程^[2]也可以产生 $N^*(1440)$, 另一个产生的 $N^*(1440)$ 反应就是将要讨论的 $p(\alpha, \alpha')\pi N$ 类反应。关于 (α, α') 在以质子 p 为靶核的反应^[3]的实验中, 可以观察到两个明显的共振峰, 低能区的(大峰)是由于在入射粒子 α 上产生 $\Delta(1232)$ 共振而引起的, 高能区(小峰)主要是由于 $N^*(1440)$ 在靶核 p 上的激发而产生。已有的在只观察末态 α 粒子的单举反应计算中, P. Fer-

nandez de Cordoba^[4] 经过计算能很好地解释在 α 粒子丢失能谱中大峰的产生, 同样也在只观察 α 的情况下考虑了在 $N^*(1440)$ 激发能区所有可能对之有贡献的反应过程^[5], 重现了由 $N^*(1440)$ 激发而出现的小峰。

这里考虑 (α, α') 在以 p 为入射粒子的反应。在一定入射能量情况下, 通过蒙卡模拟的办法可以掌握末态各个粒子的动量分布以及角分布情况, 得到末态各个粒子各种可能信息的变举反应计算结果。而正在筹建中的兰州重粒子加速器(CSR)正需要考虑末态粒子动量分布、角分布等能和实验紧密联系的理论结果, 以便进一步考虑对靶的设计, 因此这对他们有很大的帮助。由于此反应属于强相互作用, 在满足同位旋守恒的要求下, $\alpha(S=0, T=0)$ 的性质使得反应机制较简单, 当然, 也可以选用 ${}^{12}\text{C}$ 、 ${}^{16}\text{O}$ 等($S=0, T=0$) 标量粒子做靶核进行相类似的研究, 此类反应如果能够进行的话, 可以进一步提供 σ 粒子和不同强子成分耦合的新信息, 将来与实验结果进行比较, 可能会发现 σ 粒子和此类多核子强子耦合的规律。

1 模型

在反应 $p + \alpha \rightarrow \alpha' + p' + \pi$ 中由于强相互作用同位旋守恒的要求, 使有些过程是严格禁戒的, 例如: 在发射粒子 p 上的 Δ 激发(始态 $T=1/2$, 末态 $T=3/2$) 就不能产生。但此反应在发射粒子 p 和靶核 α 都有可能产生激发, 因此, 这个反应有以下 5 种可能机制:

* 收稿日期: 2003-09-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10147208)。

作者简介: 袁宏宽(1978-), 男, 陕西汉中, 西南师范大学硕士研究生, 主要从事高能核物理研究。

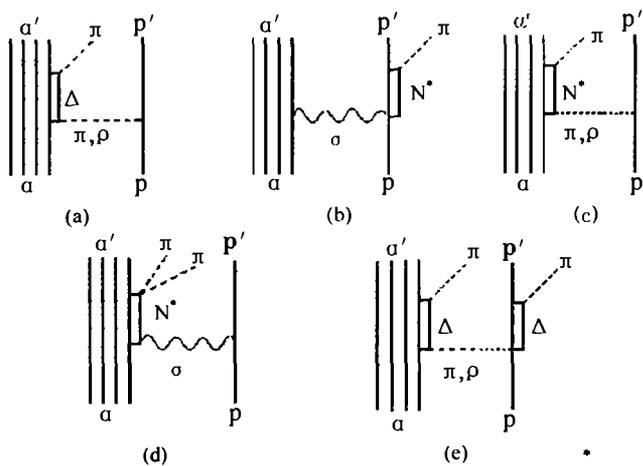


图 1 反应中几种机制的 Feynman 图

1) 靶核 α 上的 Δ 激发; 2) 发射粒子 p 上的 N^* 激发; 3) 靶核 α 上 N^* 激发(单 π 衰变); 4) 靶核 α 上 N^* 激发(双 π 衰变); 5) 分别在发射粒子 p 和靶核 α 上的双 Δ 激发。在这几种机制中对 $N^*(1440)$ 激发有贡献的只有 2)、3)、4) 3 种情况。1) 机制 3) 机制有相同的末态相空间和相同的 M 矩阵, 但它们的顶角耦合系数之比 $f_{\pi NN^*}^2/f_{\pi N\Delta}^2 = 4.9 \times 10^{-216}$, 在已知 Δ 激发^[4] 的截面后, 通过系数关系就可以知道 3) 机制所产生的截面很小。同样, 对于 4) 过程由于 $N^* \rightarrow \pi\pi N$ 的衰变几率约为 $N^* \rightarrow \pi N$ 的衰变的 1/100, 从而使双衰变过程被抑制, 它对 N^* 总截面的贡献也很小。通过以上的分析可知, 对 $N^*(1440)$ 激发起主要贡献的就是 2) 发射粒子 p 上的 N^* 激发。

在强作用单玻色子交换模型下发射粒子 p 上的 N^* 激发机制, 在满足同位旋守恒的要求下使得 $p-\alpha$ 相互作用只能通过交换 ($S=0, T=0$) 的标量介子来传递。故 σ 介子、 ω 介子以及非相互作用的双 π 交换都可以, 交换粒子的质量对于描述散射截面是无关的, 在此采用有效相互作用从而只取 σ 粒子作为中间传播子, 用的是参数化的有效相互作用(其中已包含了 ω 介子以及核子之间的作用)。所以在模型中 $N^*(1440)$ 粒子主要是 2) 通过交换 σ 介子在发射粒子 p 上激发的贡献。由 (α, α') 反应在发射粒子 p 上产生 N^* 激发过程的 Feynman 图(b 图) 可以写出不变振幅 M

$$M_{fi} = \bar{u}(p_f, s_f) \frac{f_{\pi NN^*}}{m_\pi} \gamma_5 G_N(S) \cdot g_{\sigma NN} \cdot D_\sigma(q) g_{\sigma\alpha\alpha} u(p_i, s_i) \quad (1)$$

其中 $u(p_i, s_i)$ 和 $u(p_f, s_f)$ 分别是初、末态质子的 Dirac 旋量, 而 p_i, p_f 则代表初末态质子的四动量, s_i, s_f 代表初末态质子的自旋。 $f_{\pi NN^*}, g_{\sigma NN}, g_{\sigma\alpha\alpha}$ 分别是 $\pi NN^*, \sigma NN^*, \sigma\alpha\alpha$ 耦合顶角的耦合常数。式(1)中 γ_5 的引入是由于 π 介子为赝标介子的缘故。由于 E. oset 组

能很好地重现 α 丢失能谱实验中 $N^*(1440)$ 共振峰^[5], 在此沿用他们的处理思想, 简单假设 σ 和 α 粒子中的一个质子的耦合效果与 σ 和整个 α 粒子耦合是等效的, 则由相互作用拉氏量 $L_{\sigma\alpha\alpha} = g_{\sigma\alpha\alpha} \Phi_\alpha \phi_\alpha \phi_\sigma$ 与 $L_{\sigma NN} = g_{\sigma NN} \bar{\Psi}_N \Psi_N \phi_\sigma$, 在非相对论近似情况下的耦合顶角应相等。

式(1)中 $G_N(S)$ 为 N^* 传播子, 被定义为以下形式

$$G_N(S) = \frac{\not{p}_{N^*} + m_{N^*}}{m_{N^*}^2 - S - im_{N^*} \Gamma_N(S)} \quad (2)$$

这里 $S = (p_\pi + p_N)^2$ 为 πN 质心系的能量的平方, $m_{N^*}, \Gamma_N(S)$ 分别是 $N^*(1440)$ 质量和能量依赖的衰变宽度。

$$\Gamma_N(S) = \Gamma_N(S = m_{N^*}^2) \frac{q_{cm}^3(S)}{q_{cm}^3(m_{N^*}^2)} \quad (3)$$

式(3)中的 $q_{cm}(S)$ 为 πN 质心系中 π 介子动量的大小。另外式(1)中的 $D_\sigma(q)$ 是 σ 粒子的传播子, 其变量为动量转移 $q_\sigma = p_{\alpha'} - p_\alpha$

$$D_\sigma(q) = \frac{1}{m_\sigma^2 - q_\sigma^2} \quad (4)$$

考虑到 σ 粒子在顶角耦合时的形状因子 F_σ , 并认为它们在两个顶角是相等的。

$$F_\sigma(q_\sigma) = \frac{\Lambda_\sigma^2 - m_\sigma^2}{\Lambda_\sigma^2 - q_\sigma^2} \quad (5)$$

如果不考虑极化, 则对初态自旋求平均末态自旋和, 最后可得平均平方不变振幅

$$\bar{\Sigma} \Sigma |M|^2 = 16 F_\sigma^4 g_{\sigma NN}^2 g_{\sigma\alpha\alpha}^2 \frac{f_{\pi NN^*}^2}{m_\pi^2} \cdot Y \frac{1}{(m_{N^*}^2 - S_{\pi N})^2 + m_{N^*}^2 \cdot \Gamma_N^2} \frac{1}{(m_\sigma^2 - q_\sigma^2)} \quad (6)$$

式(6)中的 Y 如下:

$$Y = -2 \{ -2(P_N \cdot P_i)(P_N \cdot P_f) + P_N^2(P_i \cdot P_f) + 2m_N m_{N^*}(P_N \cdot P_i - P_N \cdot P_f) + 2m_N m_{N^*}(P_N \cdot P_i - P_N \cdot P_f) - m_N^2 P_i \cdot P_f + m_N^2 P_f^2 + m_N^2 m_{N^*}^2 \} \quad (7)$$

因此, 将计算结果代入散射截面中

$$d\sigma = \frac{(2m_\alpha)^2 (2m_p)^2}{4 \sqrt{(P_N \cdot P_\alpha)^2 - m_N^2 \cdot m_\alpha^2}} \cdot \bar{\Sigma} \Sigma |M|^2 d\Phi_3(P_N, P_\alpha; P_\pi, P_{\alpha'}, P_{N'}) \quad (8)$$

其中洛伦兹不变的三体相空间 $d\Phi_3$ 取以下形式

$$d\Phi_3(P_N, P_\alpha; P_\pi, P_{\alpha'}, P_{N'}) = (2\pi)^4 \delta^4(P_\alpha + P_N - P_\pi - P_{\alpha'} - P_{N'}) \frac{d^3 p_\pi}{(2\pi)^3 2E_\pi} \frac{d^3 p_{\alpha'}}{(2\pi)^3 2E_{\alpha'}} \frac{d^3 p_{N'}}{(2\pi)^3 2E_{N'}} \quad (9)$$

2 反应的蒙卡模拟

在整个反应的计算过程中取 $N^*(1440)$ 质量就为 1440 MeV, 衰变宽度 $\Gamma_N(S = m_{N^*}^2) = 350$ MeV, 且由

于反应中只有单 π 产生,故只考虑它的一个衰变道 ($N^* \rightarrow \pi N$); 对于顶角耦合常数 $g_{\sigma NN}$ 从 Born Potential^[7] 中得到 $g_{\sigma NN}^2/4\pi = 5.69$, σNN^* 的耦合常数取 $g_{\sigma NN} = 1.79$, 它是在重现 $N^*(1440)$ 共振激发的 α 丢失能谱实验的计算而定出的^[5]。在 J. A. Gomez Tejedor 计算顶角耦合的文章^[6] 中可以得到的耦合系数 $f_{\pi NN} \cdot m_\pi = 0.472$ 。在计算中关于 σ 粒子的形状因子的考虑是由于粒子是离壳有大小不稳定的粒子,而不是点粒子,其截断参数 $\Lambda_\sigma = 1700 \text{ MeV}$, $m_\sigma = 550 \text{ MeV}$ ^[7]。

用 α 粒子打击质子和用质子打击 α 粒子机制基本上是相同的,这里以入射质子动能 $T = 0.98 \text{ GeV}$ 打击靶核 α 粒子,用蒙卡积分的办法模拟出末态各粒子的动量相空间和与之相应的实际粒子的动量分布(图2);相空间角分布和与之相应的实际粒子的角分布(图3);各组态不变质量相空间和实际的不变质量分布(图4);无动力学机制时的达里兹图和有动力学机制时的达里兹图(图5)。给出总的蒙卡反应事例数为10万,通过计算给出的所有图的纵坐标都为事例数,事例数的分布反映了反应过程中粒子的真实分布情况。图2、3、4中虚线代表单纯相空间分布,它们都是在取 $|M|^2 = 1$ (无动力学机制)时在运动学范围所能到达的分布;折线代表加上动力学机制后的实际分布。

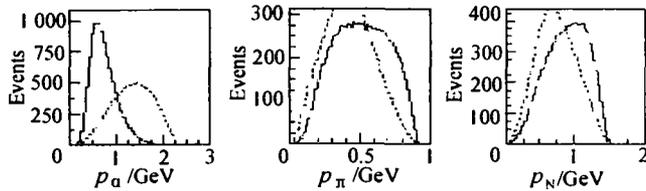


图2 末态粒子动量相空间可能的分布 (虚线) 及实际动量分布 (折线)

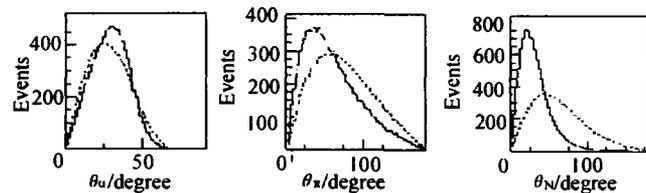


图3 末态粒子相空间可能的角分布 (虚线) 及实际角分布 (折线)

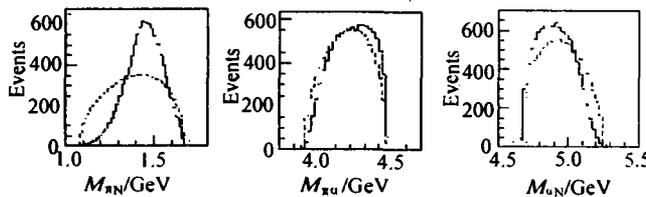


图4 无动力学机制时的不变质量谱 (虚线) 及有动力学机制的不变质量谱 (折线)

从图4可以发现在 πN 不变质量为 1440 MeV 处出现一个共振峰迭加在连续分布的相空间上,而在 $\pi\alpha$ 及 αN 组态的不变质量分布中却没有这样的共振峰。统计理论预言,在运动学允许的范围内,没有共振态时事件的分布应该是均匀的(图5(a));有共振态产生时事件点的密度分布正比于 $|M|^2$,也就是说事例点的分布完全取决于过程的动力学机制——跃迁矩阵 $|M|^2$ 。从图5(b)可以明显看到在 πN 质心系能量平方 $S_{\pi N} = 2100 \text{ MeV}^2$ 附近事件分布密集。

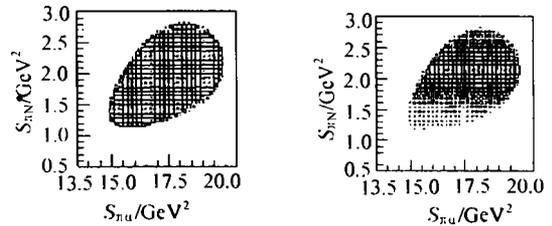


图5 无动力学机制时达里兹图(a) 及有动力学机制的达里兹图(b)

当然,现有的工作只给出了粗略的反应事例数分布模拟结果,以上的计算没有考虑 α 粒子的形状因子,而形状因子都是一压低因子,所以它对所模拟过程的末态各种具体事例数分布影响不会太大,但它对散射截面大小则可能有很大的压低效应,在进一步考虑和具体实验观测测量值相联系的微分截面大小的计算时,则需要很准确地来考虑它对截面的影响;同时,靶核 α 上的 Δ 激发与发射粒子 p 上的 N^* 激发之间干涉项的贡献等也需要考虑,把对此过程有影响的各方面因素都考虑到还需要进一步完善,这些工作正在进行中。

参考文献:

- [1] PENA M T, RISK A D O, STADLER A. Nucleon Resonance Effects in $pp \rightarrow pp\pi^0$ Near Threshold [J]. Phys Rev C, 1999, 60: 045 201 - 045 209.
- [2] COON S A, PENA M T, RISK A D O. Repulsive Short - range Hree - nucleon Interaction [J]. Phys Rev C, 1995, 52: 2 925 - 2 935.
- [3] MORSCH H P, BOIBIN M, JACOBS W, et al. Radial Excitation of the Nucleon to the $P_{11}(1440) \text{ MeV}$ Resonance in Alpha-Proton Scattering [J]. Phys Rev Lett, 1992, 69: 1 336 - 1 339.
- [4] FERNANDEZ P DE CORDOBA, OSET E, JVICENTE-VACAS M, et al. Projectile Delta Excitionn Alpha-proton Scattering [J]. Nucl Phys A, 1995, 586: 586 - 606.
- [5] HIRENZAKI S, ERNANDEZ P DE CORDOBA, OSET E, et al. Roper Excitation in Alpha - proton Scattering [J]. Phys Rev C, 1996, 53: 277 - 294 [arXiv: nucl - th/9511036].
- [6] GOMEZ J A, TEJEDOR, OSET E. The $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^-$ Preacton [J]. Nucl Phys A, 1994, 571: 667 - 693.
- [7] MACHLEIDT K, HOLINDE K, ELSTER CH. The Bonn Meson Exchange Model for the Nucleon Nucleon Interaction [J]. Phys Rep, 1987, 149: 1 - 89.

The Approximate Method of Quadratic Function With Mixed Constraint

WANG Kai-rong

(College of Mathematics and Physics, Chongqing University, 400030, China)

Abstract: A reduced method to solve the problem with equality constraints is given. Based on the reference we use nonlinear equality constraints, the approximate algorithm is obtained. The nonlinear programming of quadratic function with equality and inequality constraints is discussed by Wang kairong. We transform inequality constraints into equality constraints by add to relaxation variable, the quadratic programming is obtained by linear approximation, and approximate calculation is done by means of reduced method. The result of numerical calculation shows the method is feasible.

Key words: optimization; inequality constraints; linear approximation; quadratic programming

(编辑 张 革)

~~~~~  
(上接第 130 页)

## Monte Carlo Study of $N^*(1440)$ Excitation in $p(\alpha, \alpha')\pi N$ Reactions

YUAN Hong-kuan<sup>1</sup>, CHEN Hong<sup>1</sup>, PING Rong-gang<sup>2</sup>

(1. Physics Department of South-west Normal University, Chongqing 400715, China;

2. Institute of High Energy Physics, Beijing 100039, China)

**Abstract:** We study the roper  $N^*(1440)$  excitation in the  $p(\alpha, \alpha')\pi N$  reaction and reproduce the peak position  $N^*(1440)$  of resonance in the target by using Monte Carlo simulation approach. Given a definite beam energy we could simulate the momentum distributions and angular distributions of final particles. By calculating one can observe the  $N^*(1440)$  resonance peak obviously in the invariant mass spectrum, also, the events distribution is dense at  $2.100 \text{ MeV}^2$  of  $\pi N$  system energy square in Dalitz plots. But there are no such phenomenon in other composed systems. All of those things indicate that  $N^*(1440)$  produced.

**Key words:**  $p(\alpha, \alpha')\pi N$  reaction;  $N^*(1440)$  model; invariant amplitudes; monte carlo simulation

(编辑 张 革)