

文章编号:1000-582X(2004)05-0099-04

# 一维溃坝涌波的特征线-激波装配法\*

陈景秋,张永祥,韦春霞

(重庆大学 工程力学系,重庆 400030)

**摘要:**基于特征线上的相容方程和激波点处的间断条件,构造了一维溃坝涌波的一种拟合计算的显格式,并进行了一维矩形断面水坝瞬间全溃洪水波演进的数值模拟。数值模拟结果与理论解的比较表明,这种方法精度高,很好地模拟了溃坝涌波和展示了溃坝波的运动特性,是研究溃坝涌波一种高精度的数值模拟方法。

**关键词:**溃坝;特征线;涌波装配;涌波

**中图分类号:** O352

**文献标识码:** A

如文献<sup>[1]</sup>所述,水坝的安全问题构成了对人类生命和财产的潜在威胁。在数学表达上,重力引起的浅水运动类似于可压缩流体的运动,求解含激波的空气动力学双曲波问题<sup>[2-3]</sup>的方法可用来求解含涌波的浅水运动问题。近年来,MacCormack, Bean - Warming, Godunov 等差分格式的应用取得了良好的效果,但并不十分理想。国内有用 TVD 格式模拟溃坝洪水波的演进和反射<sup>[4-5]</sup>,但具有一定的耗散性。曾基于特征线的算子分裂法<sup>[6]</sup>,应用了激波捕捉方法来模拟二维溃坝波的演进过程<sup>[7]</sup>,给出了多种数值算例,得到了比较满意的结果。成功地应用激波装配法即激波拟合法对一维溃坝涌波进行数值模拟。

## 1 一维浅水波方程

St. Venant 一维浅水波方程守恒形式为

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S(U) \quad (1)$$

其中:

$$U = \begin{bmatrix} h \\ uh \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} uh \\ u^2h + gh^2/2 \end{bmatrix}, S(U) = \begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_0 - S_f) \end{bmatrix}$$

其中  $S_f = \frac{u^2}{C_0^2 R}$ ,  $C_0$  为谢才系数,  $R$  为水力学半径,当河

道为矩形时等于  $h$ ,  $u$  为流速,  $S_0$  为底坡,  $S_f$  为摩阻坡降,  $g$  为重力加速度,  $x$  为沿河底的距离,取下游方向为正,  $t$  为时间。

欲求方程(1)的数值解可以利用算子分裂法<sup>[7]</sup>,把方程(1)分裂为

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

和 
$$\frac{dU}{dt} = S(U) \quad (3)$$

对于方程(1)在  $n$  时间步的初值  $U_n$ ,解方程(2)得到  $n+1$  时间步的中间解  $\bar{U}^{n+1}$ ,然后用中间解  $\bar{U}^{n+1}$  解方程(3)得到  $n+1$  时间步的解  $\bar{U}^{n+1}$ 。

方程(2)是 St. Venant 一维浅水波齐次方程守恒形式,在齐次方程(2)成立的物理条件下在激波点有对应激波间断条件:

$$[h]U_t - [hu] = 0$$

$$[hu]U_t - \left[ hu^2 + \frac{g}{2}h^2 \right] = 0 \quad (4)$$

其中  $U_t$  为激波速度。方程(2)的非守恒形式即为:

$$h_t + uh_x + hu_x = 0 \quad (5)$$

$$u_t + uu_x + gh_x - g(S_0 - S_f) = 0 \quad (6)$$

对方程(5),(6)利用 Lagrange 乘子法得到特征线方

\* 收稿日期:2003-10-30

基金项目:重庆市应用基础研究基金资助( )。

作者简介:陈景秋(1944-),男,贵州贵阳人,重庆大学工程力学系教授,研究方向流体力学。

程<sup>[7]</sup>:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{\pm} = \lambda_{\pm} = (u \pm \sqrt{gh}) \quad (7)$$

及特征线上的相容方程:

$$gdh \pm \sqrt{gh}du = 0 \quad (8)$$

由方程(4)可得到激波速度  $U$ :

$$U_s = \sqrt{\frac{g}{2}(h_1 + h_2) + \frac{h_2 u_2^2 - h_1 u_1^2}{h_2 - h_1}} \quad (9)$$

设  $V = U_s - u, a = \sqrt{gh}, M = \frac{V}{a}$

则由方程(4)可以得到:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{4M_1^2}{1 + \sqrt{1 + 8M_1^2}} \quad (10)$$

其中下标1代表激波的波前区,下标2代表激波的波后区。

(7)和(8)式在网格点离散可以确定齐次方程(2)在内点求解点的单元过程。在图1中节点4为所求解点,5,3,7点为上一时间步的已知点,1,2点由5,3,7点线性插值确定<sup>[7]</sup>。

确定激波上一个激波点的单元过程,必须在整个流场追踪激波的路径,在激波的两侧,流动参数  $h, u$  等是不连续的。因为激波总是会追上在它下游的连续波,且总是被它上游的连续波追上,因此在激波后侧的4L点上见图2,仅有右行马赫线1'4L通过<sup>[8]</sup>。激波点4的位置由下式给出的激波路径确定:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_s = \lambda_s = \frac{1}{U_R + U} = \frac{1}{\left(\frac{u_{3R} + u_{4R}}{2}\right) + \left(\frac{U_3 + U_4}{2}\right)} \quad (11)$$

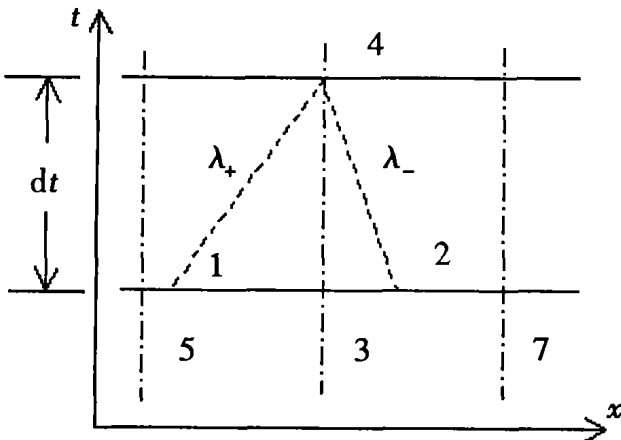


图1 内点的单元过程

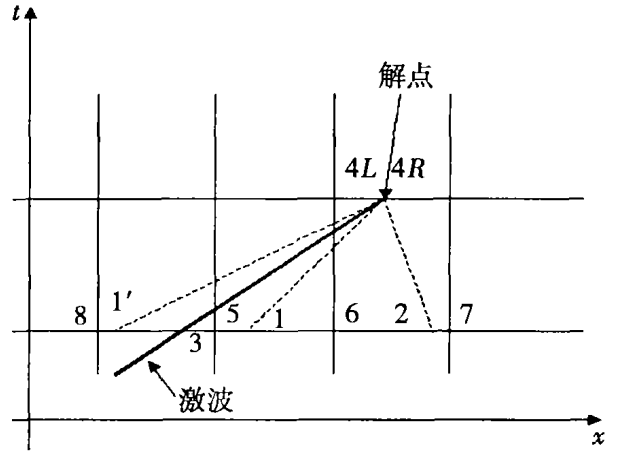


图2 激波的单元过程

这里  $u_R$  是激波右侧流体的平均速度,而  $U$  是激波相对于它传入其中的流体的平均速度。

对(11)式进行离散则可以得到  $x_4$  的关系  $x_4 = x_3 + \frac{\Delta t}{\lambda_s}$

第一次计算时假设  $u_{4R} = u_{3R}$  和  $U_4 = U_3$  由上式就能确定  $x_4$ ,又因为5,6,7点的位置和流动参数给定,则可用内点的单元过程得到4R点的解。

确定4L点的解:

由(10)式可以第一次确定4L的解,  $h_{4L1}, u_{4L1}$ 。

确定1'点的位置并计算  $h_{4L2}$ , 1'点由8点和激波点进行插值就能确定,则可进一步确定  $h_{4L2}$ 。

$$\Delta h_{4L}^{(1)} = h_{4L2} - h_{4L1}$$

第二次计算可以令  $U_4^{(2)} = 1.01U_4$  重复计算可得到:

$$\Delta h_{4L}^{(2)} = h_{4L2} - h_{4L1}$$

后几次用割线法来确定即:

$$\frac{\Delta h_{4L}^{(3)} - \Delta h_{4L}^{(2)}}{U_4^{(3)} - U_4^{(2)}} = \frac{\Delta h_{4L}^{(2)} - \Delta h_{4L}^{(1)}}{U_4^{(2)} - U_4^{(1)}}$$

重复计算直到达到足够的精度,根据计算大致只要迭代5次,最后就能得到最终的  $h_{4L}, u_{4L}$ 。

在3点和4点之间的网格点的特征线在激波上插值来得到结果。

## 2 算例

考虑图3所示的瞬间全溃问题:等宽矩形断面河道上有一底坡为  $S_0$ , 摩擦为  $S_f$  的低坝,坝址位于1000 m处,溃决前上下游均为静水,水深分别为  $H_0$  和  $H_1$ ,取计算域长2000 m,  $\Delta x = 5$  m,网格点数  $N = 401$  显示计算的时间步长,依赖于 Courant 条件:

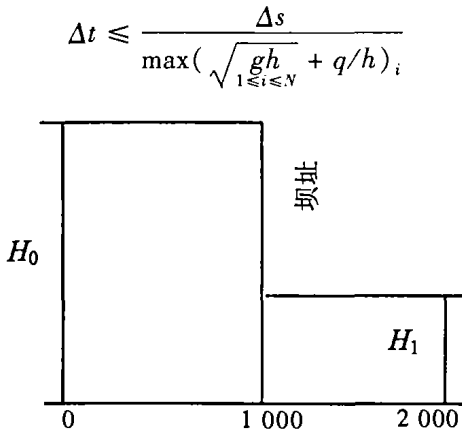


图 3 一维矩形断面全溃坝模型

2.1 理想条件

假设河道为水平,平底,无阻尼。图 4 是瞬间溃坝后不同时刻( $t = 25\text{ s}$ ,  $t = 50\text{ s}$ )洪水波的演进过程和速度的分布图,图 5 是瞬间溃坝后洪水波的分布与理论解的比较,对于该算例最关心的是洪水波的波高和激波,从图 5 中可以看出激波装配法的数值结果与理论解十分吻合。表 1 给出了上游为 10 m,对于不同的下游的高度与理论解的比较。

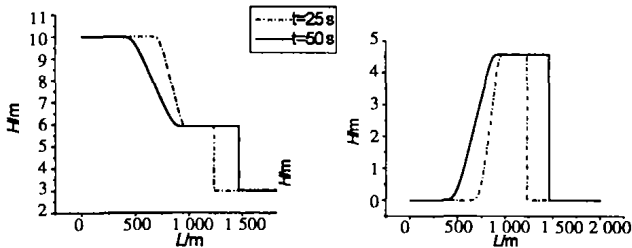


图 4 上游为 10 m,下游为 3 m 时波的演进进程和速度分布

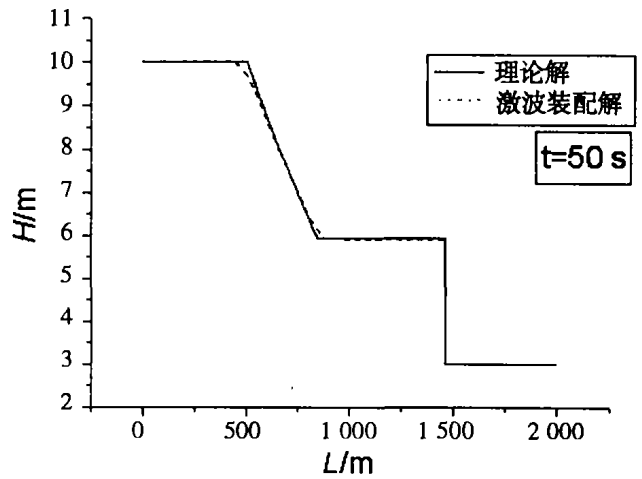


图 5 上游为 10 m,下游为 3 m 时与理论解比较

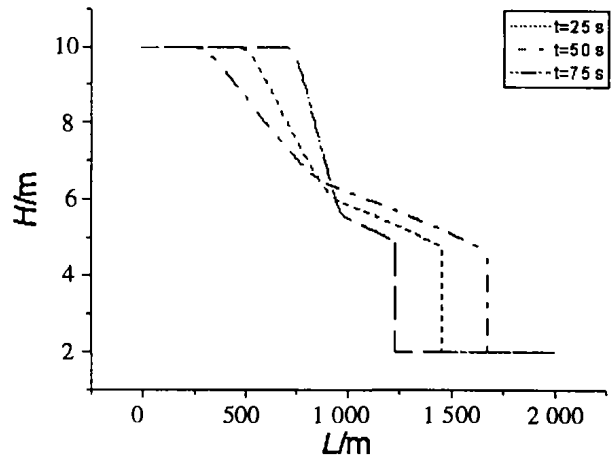


图 6 上游为 10 m,下游为 2 m 有阻尼时波的演进

表 1 上游为 10 m,与理论解的比较

解法	$H_1 = 4\text{ m}$		$H_1 = 1.76\text{ m}$		$H_1 = 1.38\text{ m}$		$H_1 = 0.4\text{ m}$	
	波高/m	误差/m	波高/m	误差/m	波高/m	误差/m	波高/m	误差/m
理论解	2.627	0	3.087	0	3.057	0	2.463	0
装配解	2.629	0.007 6	3.088	0.003 2	3.058	0.003 3	2.483	0.81

2.2 斜底有阻尼时洪水波的演进过程

考查底坡  $C = 0.003$ , Manning 摩阻系数  $\eta = 0.033$ ,上游水深  $H_0 = 10\text{ m}$ ,下游水深  $H_1 = 2\text{ m}$  时的溃坝问题。图 6 给出了不同时刻的水位的分布图,从图中可以看出随着时间的推移,负波和正波分别向上游和下游推进,坝址处波高有所上升,下游的波高受底坡和磨阻的综合作用而有所减少。

3 结 论

应用激波装配法模拟了瞬间溃坝洪水波的演进过程,数值结果表明,这种方法能够很好的模拟激波区的间断,展示了溃坝洪水波的运动特性,为预测溃坝引起的灾害及防灾减灾等提供了有效的科学手段。但是在下游为次临界时有一定的振荡现象,有待进一步的提高和改进。

## 参考文献:

- [1] SINGH V P. Dam Breach Modelling Technology [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [2] 王嘉松,倪汉根,金生,等.用 TVD 显格式模拟一维溃坝洪水波的演进与反射[J].水利学报,1998,[5]:1-5.
- [3] 陈景秋,王宗笠.多维双区波问题的双特征方法[M].重庆:重庆大学出版社,2001.
- [4] CHEN JINGQIU. Ein Bicharakteristikverfahren zu Berechnung der Druckwellenfokussierung in Kompressiblen Fluiden [C]. Mainz Verlag ,Germany, 1988.
- [5] 王嘉松,倪汉根,金生.瞬间全溃溃坝波的传播、反射和绕射的数值模拟[J].水动力学研究与进展,2000,3(1):1-7.
- [6] C ZOPPOU, S ROBERTS. Numerical solution of two dimensional unsteady dam break[J]. Applied mathematical modeling, 2000,24: 457-475.
- [7] 韦春霞,张永祥,陈景秋.溃坝洪水的二维算子分裂——特征线模拟[J].重庆大学学报(自然科学版),2003,26(9):18-21.
- [8] M J 左克罗, J D 霍夫曼. 气体动力学(下册)[M]. 北京:国防工业出版社,1984.

## Using a Shock Fitting Based on Characteristics for 1-D Dam-break Flow

CHEN Jing-qiu, ZHANG Yong-xiang, WEI Chun-xia

(Department of Engineering Mechanics, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

**Abstract:** By using the method of characteristics, a shock fitting schemes for computation of gas dynamics is proposed and used to simulate the 1-D unsteady open channel flow of sudden dam break. The calculation results are compared with analytic solutions. It is demonstrated that high accuracy, good stability are obtained and good shock - capturing ability is shown.

**Key words:** dam-break; characteristics; shock fitting; surge.

(编辑 张小强)

(上接第 80 页)

## Hydraulic Stability of Conditioning-controlling Water-water Ejector Heating Unit in Heating System

HE Xue-bing

(Faculty of Urban Construction and Environmental Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030)

**Abstract:** The paper introduces an example and its running data of applying conditioning-controlling water-water ejector heating unit developed by the author in heating system. It proves that: the hydraulic stability of the system is very good. When heating medium of heat source and heat consumer are respective high-temperature water and low-temperature water, the hydraulic stability of the heating system is close to 1; when the flow of any consumer of heating network changes, the flow and heating quality of other consumers are almost unchanged.

**Key words:** Conditioning-controlling water water ejector heating unit Heating network Hydraulic stability Hydraulic stability factor High-temperature water

(编辑 陈移峰)