

文章编号:1000-582X(2004)08-0020-04

# 矫形力作用下下颌骨重建过程的数值模拟\*

严波,刘海京,张培源

(重庆大学工程力学系,重庆 400030)

**摘要:**下颌骨在矫形力作用下重建过程研究,对矫治方案确定等具有重要的指导意义。作者首先建立下颌骨与颞下颌关节的三维有限元模型,并以此为基础,依据 Cowin 重建规律,对在矫形外力作用下下颌骨矫治过程中骨的法向重建进行了数值模拟。对重建前后数值模拟结果的比较表明,法向重建过程对于下颌骨的表面应力分布和应力梯度的分布具有较大的影响,因而在下颌骨矫治方案的制定过程中这一因素不可忽视。

**关键词:**下颌骨;颞下颌关节;重建;数值模拟  
**中图分类号:**Q66

文献标识码:A

有限元方法在口腔生物力学的研究中已经得到了广泛应用。一些研究者建立了三维下颌骨与颞下颌关节有限元模型,并研究了在颞兜力作用下髁突表面的应力分布,并建立了包含肌肉的有限元模型<sup>[1-3]</sup>,有的不仅建立了类似的模型,还给出了肌肉的坐标与横截面积,并分析了颞下颌关节在不同的咬合情况下的应力分布<sup>[4]</sup>。有的还建立了相应的各向异性的有限元模型<sup>[5-6]</sup>,还研究了在不同方向的颞兜力作用下髁突表面和关节盘的应力分布,得到应力分布与颞兜力的大小和颞兜力与 Frankfort 平面间的夹角有关的结论<sup>[7]</sup>。

下颌骨在矫治过程中,在颞兜力的作用下会发生骨的重建。骨组织的重建与应力应变的关系研究已经取得较大进展。早在 1892 年 Wolff 就提出了骨是依照作用于它们的应力和应变而变化的观点,并认为骨小梁按最大主应力的方向排列。将应变作为重建刺激量建立了一个实用的可供计算的活体骨组织应力与表面重建适应模型

$$V(x_0, \bar{n}, t) = C_{ij}(\bar{n}, x_0) [\varepsilon_{ij}(x_0, t) - \varepsilon_{ij}^0(x_0)] \quad (1)$$

这里  $V(x_0, \bar{n}, t)$  为在位置  $x_0$  处表面外法线  $\bar{n}$  方向上的生长速度,  $C_{ij}(\bar{n}, x_0)$  定义为生长速率系数,  $\varepsilon_{ij}(x_0, t)$  为直角坐标系中的应变分量, 而  $\varepsilon_{ij}^0(x_0)$  为生长平衡应变,  $t$  为时间。方程(1)即为 Cowin 重建方程。

为了研究下颌骨在矫形力作用下的重建行为,作

者建立了下颌骨与颞下颌关节的三维有限元模型,进而分析了髁突的应力分布,忽略重建对密度分布的影响,应用 Cowin 重建方程对矫形力作用下骨的重建过程进行了数值模拟。

## 1 三维有限元模型的建立

选择一名 15 岁下颌发育正常的男孩,对其下颌骨进行水平断层 CT 扫描,共扫描 38 张。将扫描图片转入计算机,然后转化成下颌边缘点的坐标,建立了包含下颌关节和肌肉在内的三维实体模型,如图 1 所示。计算中松质骨、关节盘和肌肉被视为各向同性弹性介质,其力学性能参数取值见表 1 所列<sup>[4-6]</sup>。在进行有限元网格划分时,由于模型的几何形状不规则,采用四面体单元对下颌骨、关节盘和关节窝进行了划分,肌肉则用只受拉不受压的杆单元模拟。模型总共划分 20 019 个单元,4 438 个节点。矫形力的大小为 7.0N,与 Frankfort 平面夹角为 40°,方向指向冠状面。

表 1 骨和关节盘的力学性能参数

组织名称	弹性模量 $E/\text{Mpa}$	泊松比 $\nu$
松质骨	13 700.0	0.3
皮质骨	793.0	0.3
盘后软组织	10.0	0.45
关节盘前带	40.0	0.4
关节盘中后带	9.0	0.4

\* 收稿日期:2004-04-14

作者简介:严波(1965-),男,重庆永川人,重庆大学副教授,从事工程力学与固体力学的研究。

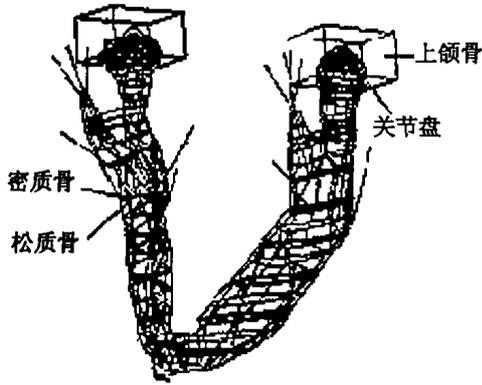


图 1 下颌骨与颞下颌关节的三维有限元模型

## 2 骨组织的应力与适应性重建模型

假设骨组织服从广义虎克定律,在小变形条件下,应力与生长相关的组织重建问题归结为如下初值和边值问题:

- 1) 控制方程 在组织占有区域  $B$  内  
运动方程:

$$\sigma_{ij} + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2)$$

几何方程:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3)$$

本构关系:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (4)$$

2) 边界条件:

力边界条件:

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad (5)$$

位移边界条件:

$$U_i = U_i^* \quad (6)$$

3) 初始条件:

$$X_{i=0} = X_0 \quad (7)$$

4) 区域  $B$  内的变化条件及其边界  $\partial B$  的扩张条件,即重建方程

$$V(x_0, \bar{n}, t) = \frac{dU(x_0, \bar{n}, t)}{dt} = \varphi(x_0, \bar{n}, \varepsilon, t) \quad (8)$$

由上述方程可以看出,骨组织的重建问题需要求解的初值与边值问题与传统的无生命材料相比,位形随重建过程而变化,变化的规律与当时的应变状态有关。所以重建过程的数值模拟是需要处理活动边界的动力学问题。然而,由于重建过程是一个非常缓慢的过程,可以忽略惯性力的影响,故将问题视为拟静态问题,从而使上述可变位形的初值和边值问题的求解得到大大简化。

假设重建过程中任一时刻为当前时刻,该时刻位形记为  $U_k$ ,对于时间增量  $\Delta t$ ,式(8)的积分方程可以改写为如下的离散化形式

$$\Delta U_n^{[k]} = v^{[k]}(x_0, n, t) \Delta t_k = \varphi(x_0, \varepsilon, t_k, \bar{n}) \Delta t_k \quad (9)$$

其中  $k$  表示第  $k$  个时间增量步。这样就可以根据下式直接确定下一时刻的位形  $U_{k+1}$

$$U_{n1}^{[k+1]} = U_n^{[k]} + \Delta U_n^{[k]} \quad (10)$$

如果假设重建方程符合 Cowin 规律,那么式(9)对应得到

$$U_n = \int_0^t V(x_0, n, t) dt \int_0^t C_{ij}(\bar{n}, x_0) [\varepsilon_{ij}(x_0, t) - \varepsilon_{ij}^0(x_0)] dt \quad (11)$$

$$\Delta U_n^{[k]} = V^{[k]}(x_0, \bar{n}, t) \Delta t =$$

$$C_{ij}^{[k]}(\bar{n}, x_0) [\varepsilon_{ij}(x_0, t_k) - \varepsilon_{ij}^0(x_0)] \Delta t_k \quad (12)$$

## 3 重建方程的简化与参数选取

为了简单起见,将重建方程简化成与 Cowin 方程类似的线性模型,并将口腔生物力学中常用的 von Mises 应变  $C_{ij}(\bar{n}, x_0, t)$  作为重建刺激量。同时,为了使  $\varepsilon$  便于应用,根据假设骨组织为各向同性材料,并考虑到重建刺激量  $\bar{\varepsilon}$ , (12) 式变成

$$\Delta U_n^{[k]} = V^{[k]}(x_0, \bar{n}, t) \Delta t =$$

$$C(\bar{n}, x_0) [\bar{\varepsilon}(x_0, t_k) - \bar{\varepsilon}^0(x_0)] \Delta t_k \quad (13)$$

其中,生长速率系数  $C_{ij}(\bar{n}, x_0)$  蜕变为实常数  $C(\bar{n}, x_0)$ , 而 von Mises 应变为

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2(1+\nu)} [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]$$

根据临床医学和生物力学的研究结果,并结合数值模拟的需要,假设重建时间需要  $1000\tau$ , 这里  $\tau$  是任意的时间单位。将表面重建系数取为  $C(\bar{n}, x_0) = 20.0$ , 生长平衡应变取为  $\bar{\varepsilon}^0(x_0) = 0.0$ 。那么(13)式成为

$$\Delta U_n^{[k]} = V^{[k]}(n, x_0, t) \Delta t =$$

$$20.0(1 - e^{-(t-1000.0)}) \bar{\varepsilon}(x_0, t_k) \quad (14)$$

在实际模拟过程中,由于每个单位间隔内的重建量  $\Delta U_n^{[k]}$  非常小,所以计算位形  $X^{[k+1]}$  状态内的应变分布应该与  $X^{[k]}$  状态的应变分布相差很小。为了便于模拟,一般将重建量部分划分成若干个新单元。由于新单元的尺寸非常小,又需要考虑单元间尺寸的协调问题,并且重建单元自身的尺度也应该相互匹配,不能出现病态或不协调单元。因此必须将整个模型划分为很细的单元。由此会带来两个问题:1) 单元尺寸太小,单元数过多,导致计算量过大;2) 逐个时间步进行

计算亦将导致计算量过大的困难。所以模拟时应合理地选择时间单位,将单元的尺寸控制在合理的范围内,使整个重建过程通过很少的几个时间步内来完成。

根据经验与现有的条件,将时间增量步设置为300个单位时间 $\tau$ ,即 $T = 300\tau$ ,这样实际的矫形过程就可以通过3次计算完成。

#### 4 重建数值模拟与结果分析

由有限元计算结果可知,von Mises 等效应变在喙突下缘、髁突颈后部、下颌角下缘的值较大。为了简化,结合计算结果将表面的节点按照等效应变的数值范围分成三类:非重建点,一类重建点和二类重建点。非重建点的重建速度为零,其中包括正常生理范围的节点和“死域”范围内的节点;一类重建点的等效应变的范围为 $2 \times 10^{-4} < \bar{\epsilon} < 3 \times 10^{-4}$ ,二类重建点的等效应变范围为 $3 \times 10^{-4} < \bar{\epsilon} < 4 \times 10^{-4}$ 。综合起来,可以根据(13)式将第一、二步的重建量进一步简化为

$$\Delta U^{(1)} = \begin{cases} 0 & \\ 1 \text{ mm} & 2 \times 10^{-4} < \bar{\epsilon} < 3 \times 10^{-4} \\ 2 \text{ mm} & 3 \times 10^{-4} < \bar{\epsilon} < 4 \times 10^{-4} \\ 0 & \end{cases}$$

$$\Delta U^{(2)} = \begin{cases} 0.5 \text{ mm} & 2 \times 10^{-4} < \bar{\epsilon} < 3 \times 10^{-4} \\ 1 \text{ mm} & 3 \times 10^{-4} < \bar{\epsilon} < 4 \times 10^{-4} \end{cases}$$

这样,只要知道模型表面所有节点的法线方向的重建量,就可以在距离原来边界节点沿法向“生长”出一个新节点。新节点与原来接点间的距离值就是原来接点处的重建量,连接相邻的接点即生成新的“重建单元”。

利用上述原理,考虑模型的两步重建过程。重建区域(即高应变区)下颌角下缘和喙突下缘节点的变化趋势如图2和图3所示。节点从上述区域沿边缘从上到下依次选取,节点间距离约为1 mm。第一、二步重建后的结果在图中称为重建一和重建二。

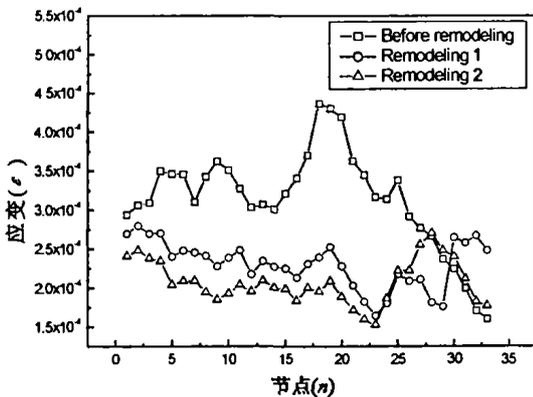


图2 重建前后喙突下缘应变对比

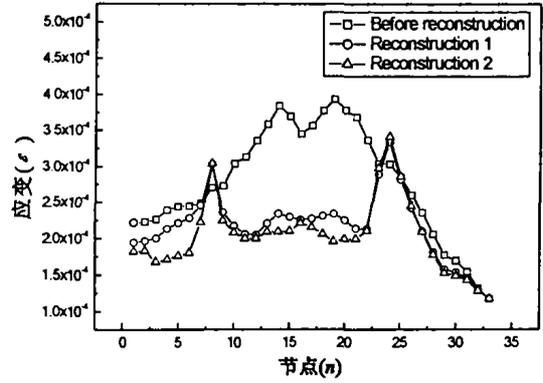


图3 重建前后下颌角下缘应变对比

通过观察可以发现,重建一的应变值比重建前的小,重建二与重建一的应变值相比进一步减小,这说明重建过程能使高应变区域的应变值减小。同时可以看出,除个别节点外,重建二与重建一节点应变的分布比较平缓,即应变的梯度较小;而重建前的相邻节点间的等效应变相差较大,即应变的梯度较大;这说明重建过程有助于节点的应变分布趋于平缓,即降低了应变的梯度。从上述两点可以看出,法向重建后模型的等效应变与等效应变的梯度都有所减小。值得一提的是,这里没有考虑“死域”。

从图2和图3还可以看出,所选节点在第一步重建后的节点仍然属于重建节点,但是这些节点的等效应变已经有所减小,绝大多数节点变成了二类重建点。而第二步重建后,原来的许多第二类重建点的应变量进一步减小,进而变成了非重建点。

重建的作用除了降低原来的高应变和高应变梯度外,还将与原来的高应变区域相邻的区域节点的等效应变值提高,使相邻的非重建区域变成重建区域,该相邻区域内的节点重建后一般由非重建节点变成二类重建节点。重建的作用不仅降低自身区域的应变和应变梯度,而且通过提高相邻区域的应变降低自身区域的应变水平。由此可见,骨组织通过上述的重建过程确实起到了避免骨组织出现应变集中的作用,从而达到避免骨损伤的目的,这也体现了骨组织重建的自适应性。

#### 5 结论

作者建立了下颌骨和颞下颌关节的三维有限元模型,并利用Cowin重建规律,对下颌骨在矫形力作用下的重建过程进行了数值模拟。结果表明,法向重建对于缓解下颌骨的高应变和高应变梯度有一定作用。

#### 参考文献:

[1] TANNE K, L U YCL, TANAKA E, et al. Biomechanical chan-

- ges of the mandible from orthopedic chin cup force studied in a three-dimensional finite element model[J]. Eur J Orthod, 1993, 15(6): 527 - 533.
- [2] TANNE K, TANAKA E, SAKUDA M. Stress distribution in the temporomandibular joint produced by orthopedic chin-cup forces applied in varying directions: A three-dimensional analytic approach with the finite element method [J]. Am J Orthod Dentofac Orthop, 1996, 110(6): 502 - 513.
- [3] TANAKA E, TANNE K, SAKUDA M. A three-dimensional finite element model of the mandible including the TMJ and its application to stress analysis in the TMJ during clenching[J]. Med Eng Phys, 1994, 16: 316 - 322.
- [4] 刘路平, 由敬舜, 徐剑青, 等. 五种咬合情况下颞下颌关节负荷的三维有限元分析[J]. 中华口腔医学杂志, 1994, 29: 368 - 371.
- [5] 赵志河, 房兵, 赵美英. 颅面骨三维有限元模型的建立[J]. 华西口腔医学杂志, 1994, 12(4): 298 - 300.
- [6] 周学军, 赵志河, 赵美英, 等. 包括下颌骨的颞下颌关节三维有限元模型的建立[J]. 实用口腔医学杂志, 2000, 16(1): 17 - 19.
- [7] 杨辉, 刘洪臣. 不同方向颊兜力作用下颞下颌关节受力的三维有限元分析[J]. 口腔正畸学, 1999, 6(4): 147 - 149.

## Numerical simulation of remodeling in mandible under orthopedic loads

YAN Bo, LIU Hai-jing, ZHANG Pei-yuan

(Department of Engineering Mechanics, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

**Abstract:** The research on the remodeling in mandible under the action of orthopedic loads is important for the determination of orthopedic scheme. a three-dimensional finite element model of mandible and temporomandibular joint is established. Using Cowin Remodeling Law, the finite element simulation of the remodeling in mandible during the orthopedics under the action of orthopedic loads is carried out. Comparing the numerical results after remodeling with those before remodeling, it is demonstrated that the normal remodeling greatly affects the distribution of strain and strain gradient on the surface, therefore the effect cannot be ignored in the determination of the orthopedic scheme.

**Key words:** mandible; temporomandibular joint; remodeling; numerical simulation

(编辑 成孝义)