

文章编号:1000-582X(2004)09-0119-05

金属基复合材料纤维断裂脱落后应力分析*

张万平¹, 张俊乾¹, 吴 坚²

(1. 重庆大学 资源及环境科学学院, 重庆 400030; 2. 清华大学 工程力学系, 北京 100084)

摘要:通过对长纤维增强的金属基复合材料纤维脱落后复合材料应力场的分析得到了应力分布的精确解, 讨论了循环热/机械载荷对复合材料应力场的影响, 并针对 Al 基 Be 纤维增强的复合材料中外载荷对纤维与基体间的脱落长度的影响做了定性分析, 认为当外载荷与材料参数不发生变化时, 纤维与基体将不会产生继续脱落, 进而破坏形式将会发生变化, 在整个分析过程中纤维作为弹性体, 纤维与基体界面的塑性变形采用了理想弹塑性模型。得到结论为以后继续研究金属基复合材料的疲劳特性奠定了基础。

关键词:复合材料; 剪切滞后; 循环塑性区

中图分类号: TB 331

文献标识码: A

随着材料科学的发展, 金属基复合材料有着越来越广泛的应用, 因为它可以克服单一材料的某些弱点, 具有优于各组分材料的综合性能, 有时甚至成为组分材料所没有的优良性能的新材料, 具有耐高温性, 比强度、比刚度高, 耐磨、耐腐蚀性能强, 力学性能稳定等优点而广泛应用于船舶, 机械和航空航天等领域。但在实际应用中出现了损伤、断裂、滑移和脱落的情况, 带来了不安全的因素, 人们逐渐开始对金属基复合材料的损伤、断裂、滑移和脱落进行了研究。但是所采用的方法基本上是将传统研究金属的方法进行改进, 如多使用应力强度因子和能量释放率, 研究过程中多以基体先开始产生裂纹为主体。然而复合材料在制造加工和安装过程中很容易产生纤维断裂或裂纹等损伤, 在循环载荷作用下这些损伤可能扩展从而导致复合材料与基体间的脱落, 另外复合材料的使用环境往往很恶劣, 温度变化比较大而且常是周期性的, 因此研究复合材料在循环机械和温度载荷作用下纤维断裂脱落对材料应力场的影响具有很大的现实意义。

1 纤维脱落模型

复合材料中的纤维为圆柱体, 直径为 D 。基体层的厚度为 W , 取纤维断裂处为坐标原点 O , 沿纤维轴向建立坐标轴 z , 纤维与基体界面脱落长度为 L_d , 屈服区长

度为 L_s , 如图 1 所示, 纤维按正六边形分布^[1], 它的体积百分含量为 V_f , 如图 2 所示,

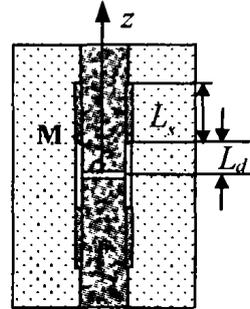


图 1 纤维断裂脱落模型

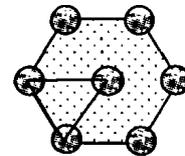


图 2 纤维与基体的分布

2 控制微分方程

设无损伤的金属基复合材料在应力载荷 σ 作用下产生的应变为 ϵ , 取纤维微元体, 如图 3 所示, 进行受力分析, 得平衡方程^[2],

$$\frac{d\sigma_f}{dz} = -4 \frac{\tau}{D} \quad (1)$$

* 收稿日期: 2004-03-22

作者简介: 张万平(1978-), 女, 黑龙江拜泉县人, 重庆大学硕士研究生, 主要进行复合材料损伤疲劳方面的研究。

其中 σ_f 为纤维轴向正应力, 在纤维中忽略了剪切应力, τ 为纤维与基体界面处剪切应力。由本构方程和几何方程得:

$$\tau = -\frac{1}{4}DE_f \frac{d^2u}{dz^2} \quad (2)$$

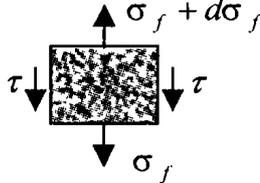


图3 纤维的微单元体

假设纤维的断裂对附近纤维的应力没有影响, 且基体中的剪应力沿径向是相等的, 未断裂纤维的位移为 u_c , 在应变载荷 ε 作用下为: $u_c = \varepsilon z$, 则基体层的剪应变 γ 为: $\gamma = \frac{u_c - u}{W}$, 又有 $\tau = G_m \gamma$, 则得

$$\tau = G_m \gamma = G_m \frac{u_c - u}{W} = G_m \frac{\varepsilon z - u}{W} \quad (3)$$

将式(3)代入式(2)得到断裂纤维的位移表示的控制微分方程:

$$\frac{1}{4}DE_f \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{G_m}{W}u = -G_m \frac{u_c}{W} \quad (4)$$

3 计算模型

文中机械载荷与温度加载有2种方式: 同相(In-phase)、反相(Out-of-phase), 如图4所示。机械载

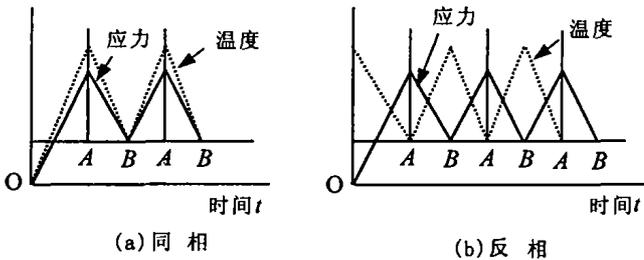


图4 机械载荷与温度同频循环变化的形式与温度载荷幅值为:

$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} \quad \Delta T = T_{\max} - T_{\min}$$

3.1 加载分析(O—A)

复合材料的纤维断裂脱落以后经过第一次加载, 当载荷达到一定值时, 基体将产生屈服。当 $0 \leq z \leq L_d$ 时纤维与基体脱落, 此时剪切应力大小为 τ_f , 取值为负, 当 $L_d \leq z \leq L_s$ 时设基体产生屈服, 剪切应力的大小为屈服应力 τ_s^A , 当 $L_s \leq z \leq \infty$ 时纤维与基体都为弹性状态, 根据控制微分方程得弹性区的位移通解:

$$u^A = c_1 \exp\left(\frac{K}{D}z\right) + c_2 \exp\left(-\frac{K}{D}z\right) + z \left[\frac{\bar{\sigma}_f^A}{E_f} + \alpha_f(T^A - T^0) \right] \quad (5)$$

$$其中 K = 2 \sqrt{\frac{G_m D}{E_f W}},$$

边界条件:

$$\frac{du^A}{dz} \Big|_{z \rightarrow \infty} = \left(\frac{\bar{\sigma}_f^A}{E_f} + \alpha_f(\Delta T) \right) \quad \sigma_f^A \Big|_{z=0} = 0$$

屈服区与弹性区的连续条件:

$$\begin{aligned} \sigma_f^A \Big|_{z=(L_d+L_s)-} &= \sigma_f^A \Big|_{z=(L_d)-} = \sigma_f^A \Big|_{z=(L_d)+} \\ u^A \Big|_{z=(L_d+L_s)-} &= u^A \Big|_{z=(L_d+L_s)+} \quad u^A \Big|_{z=L_d} = u^A \Big|_{z=L_d} \\ \tau^A \Big|_{z=(L_d+L_s)-} &= \tau^A \Big|_{z=(L_d+L_s)+} \end{aligned}$$

联立解得:

$$\sigma_f^A = \begin{cases} -\frac{4\tau_s^A}{K} \exp\left[\frac{K}{D}(L_d + L_s - z)\right] + \bar{\sigma}_f^A & z \geq L_d + L_s \\ \frac{4}{D}[\tau_s^A z + L_d(\tau_f - \tau_s^A)] & L_d \leq z \leq L_s + L_d \\ \frac{4\tau_f}{D}z & 0 \leq z \leq L_d \end{cases} \quad (6)$$

$$\tau^A = \begin{cases} -\tau_s^A \exp\left[\frac{K}{D}(L_d + L_s - z)\right] & z \geq L_d + L_s \\ -\tau_s^A & L_d \leq z \leq L_d + L_s \\ -\tau_f & 0 \leq z \leq L_d \end{cases} \quad (7)$$

$$L_s = \frac{\bar{\sigma}_f^A D}{4\tau_s^A} - \frac{D}{K} - L_d \left(\frac{\tau_f}{\tau_s^A} \right) \quad (8)$$

3.2 卸载分析(A—B)

第一次卸载时, 载荷从状态A到达状态B, 当A状态载荷大于某一值时, 在B状态的载荷条件下, 在加载屈服区($L_d \leq z \leq L_d + L_s$)中基体在卸载后产生反向屈服。反向屈服区的长为 L_{-} , B状态基体的屈服剪应力为 τ_s^B 。摩擦力仍为 τ_f , 方向与加载时相反。屈服区外的基体都处于弹性状态, 因此采用叠加法讨论, 即在A状态的基础上, 加上反向载荷 $-\Delta\sigma$ 、 $-\Delta T$, 引起的位移增量 Δu^{AB} 、应力增量 $\Delta\sigma_f^{AB}$ 和剪切应力增量 $\Delta\tau^{AB}$ 。

则有平衡方程:

$$\tau = -\frac{1}{4}DE_f \frac{d^2 \Delta u^{AB}}{dz^2} \quad (9)$$

弹性区的控制微分方程:

$$\frac{1}{4}DE_f \frac{d^2 \Delta u^{AB}}{dz^2} - G_m \frac{\Delta u^{AB}}{W} = G_m \frac{z}{W} \left[\frac{\Delta \bar{\sigma}_f^{AB}}{E_f} + \alpha_f(T^B - T_A) \right] \quad (10)$$

$$\Delta \sigma_f^{AB} = E_f \left[\frac{d \Delta u^{AB}}{dz} - \alpha_f(T^B - T^A) \right] \quad (11)$$

B状态的位移、应力为:

$$\begin{aligned} u^B &= u^A + \Delta u^{AB} & \sigma_f^B &= \sigma_f^A + \Delta \sigma_f^{AB} \\ \tau^B &= \tau^A + \Delta \tau^{AB} \end{aligned}$$

边界条件:

$$\frac{du^B}{dz} \Big|_{z \rightarrow \infty} = \left(\frac{\bar{\sigma}_f^A - \bar{\sigma}_f^B}{E_f} \right) \sigma_f^B \Big|_{z=0} = 0$$

弹性区与屈服区的连续条件:

$$\begin{aligned} u^B \Big|_{z=(L_d+L_{-s})^-} &= u^B \Big|_{z=(L_d+L_{-s})^+} & u^B \Big|_{z=L_d^-} &= u^B \Big|_{z=L_d^+} \\ \sigma_f^B \Big|_{z=(L_d+L_{-s})^-} &= \sigma_f^B \Big|_{z=(L_d+L_{-s})^+} & \sigma_f^B \Big|_{z=(L_d)^-} &= \\ \sigma_f^B \Big|_{z=(L_d)^+} + \tau^B \Big|_{z=(L_d+L_{-s})^-} &= \tau^B \Big|_{z=(L_d+L_{-s})^+} & & \end{aligned}$$

联立解得:

$$\tau^B = \begin{cases} -\tau_s^A \exp\left[\frac{K}{D}(L_d+L_s-z)\right] + (\tau_s^B + \tau_s^A) \exp\left[\frac{K}{D}(L_d+L_s-z)\right] & z \geq L_d+L_s \\ -\tau_s^A + (\tau_s^B + \tau_s^A) \exp\left[\frac{K}{D}(L_d+L_s-z)\right] & L_d+L_{-s} \leq z \leq L_d+L_s \\ \tau_s^B & L_d \leq z \leq L_d+L_{-s} \\ \tau_f & 0 \leq z \leq L_d \end{cases} \quad (12)$$

$$\sigma_f^B = \begin{cases} -\frac{4\tau_s^A}{K} \exp\left[\frac{K}{D}(L_d+L_s-z)\right] + \frac{4(\tau_s^A + \tau_s^B)}{K} \exp\left[\frac{K}{D}(L_d+L_s-z)\right] + \bar{\sigma}_f^B & z \geq L_d+L_s \\ \frac{4}{D} [\tau_s^A z + L_d(\tau_f - \tau_s^A)] + \frac{4(\tau_s^A + \tau_s^B)}{K} \exp\left[\frac{K}{D}(L_d+L_s-z)\right] - \Delta\bar{\sigma}_f^{AB} & L_d+L_{-s} \leq z \leq L_d+L_s \\ -\frac{4\tau_s^B}{D} z + \frac{4L_d}{D}(\tau_s^B - \tau_f) & L_d \leq z \leq L_d+L_{-s} \\ -\frac{4\tau_f}{D} z & 0 \leq z \leq L_d \end{cases} \quad (13)$$

$$L_{-s} = \frac{D\Delta\bar{\sigma}_f^{AB}}{4(\tau_s^A + \tau_s^B)} - \frac{2L_d\tau_f}{\tau_s^A + \tau_s^B} - \frac{D}{K} \quad (14)$$

3.3 循环加载

继续对复合材料进行循环加载,保持机械载荷与温度的幅值不变,依然采用叠加原理经过计算发现再次循环加载材料的正应力和剪切力与第一次加载后的正应力和剪切力相同,卸载后的正应力和剪切力与第一次卸载后的正应力和剪切力相同,而且在这一过程中基体在 $L_d \leq z \leq L_d + L_{-s}$ 段始终处于塑性状态,称之为循环塑性区^[5],它与机械载荷幅值 $\Delta\sigma$ 、温度变化幅值 ΔT 、最低温度 T_{\min} 、复合材料的几何参数、力学参数、脱落区的长度和摩擦力有关,外载荷以及各项参数不变的情况下它的长度也不发生变化。

4 算例与分析

Al 基 Be 纤维增强的复合材料纤维与基体之间粘

接较好^[6],因此这里对其进行了定性分析,假设基体在常温下的剪切屈服应力为 185 MPa,其余相关的材料参数如下:

$$E_f = 400 \text{ GPa}, \alpha_f = 6.3 \mu\epsilon/\text{C}, D = 0.14 \text{ mm}, E_m = 70.2 \text{ GPa}$$

$$\alpha_m = 23.9 \mu\epsilon/\text{C}, V_f = 0.48, G_m = 26 \text{ GPa}, T^0 = 20 \text{ C}$$

$$V_m = 0.52, \tau_f = \tau_{30}/2 \text{ MPa}, L_d = 2.5 D$$

Al 的屈服应力与温度的关系可通过实验获得一系列离散的屈服应力与温度的关系,将这些离散的点进行拟合,可得屈服应力与温度的关系如下:

$$\tau_s = c_1 + c_2(1 - \exp(c_3 T)) \quad (17)$$

其中 $c_1 = 191 \text{ MPa}, c_2 = 3.68 \text{ MPa}, c_3 = 0.011(1/\text{C})$

4.1 机械载荷与温度的影响

加载时取温度的变化幅值为(100 ~ 300 C)、机械载荷最大值为 $\sigma_{\max} = 6\sigma$ 和 $\sigma_{\max} = 8\sigma$,两种情况,最小值为 $\sigma_{\min} = 0$,得到 Al 基 Be 纤维增强的复合材料的应力分布图,如图 5 和 6 所示。从图 5 中可以看出纤维沿轴向的正应力分布曲线在脱落区与摩擦力成正比并与脱落前的加载历史有关;在屈服区按线性分布,只与温度相关;屈服区到常数区之间的过渡区体现了断裂纤维脱落影响范围的大小,应力沿轴向呈指数分布;常数区的应力随着机械载荷增大而变大。图 6 看出基体剪应力分布曲线中有三部分是常数区即:脱落区,它的大小只与复合材料自身的性质有关;屈服区,大小为只与温度有关的屈服剪切应力;距离破坏部分较远处基体的剪应力为零,因为对无损伤的复合材料加载,纤维与基体的应变相等^[7],基体不传递纤维之间应力,因而不存在剪应力。基体的过渡区的应力曲线在邻近屈服区处应力快速降低,因而纤维的脱落对基体的影响相对较小。在同样的外界条件下,随着载荷增大屈服区的长度变长;随着温度增高屈服区的长度相对变长。

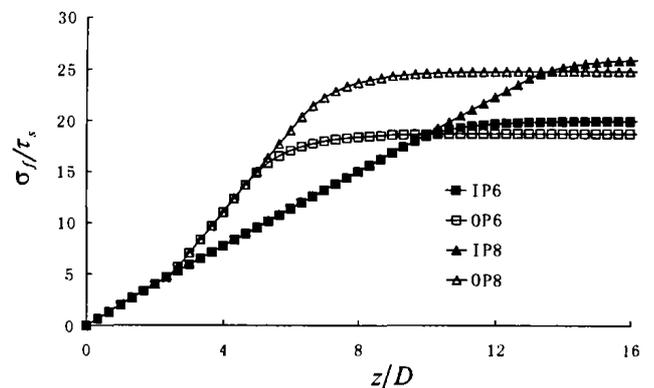


图 5 载荷分别为 $\sigma_{\max} = 6\sigma$ 和 $\sigma_{\max} = 8\sigma$ 温度 100 ~ 300 C 时加载正应力

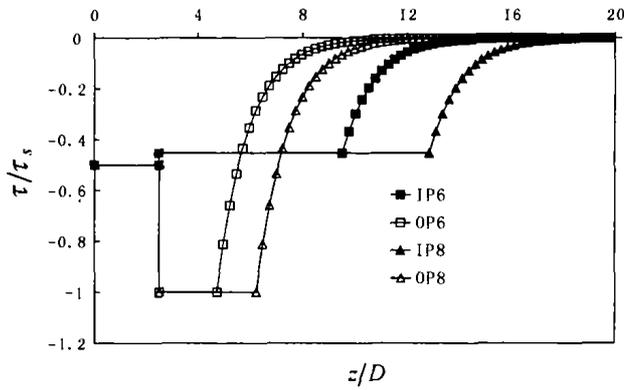


图6 载荷分别为 $\sigma_{max} = 6\sigma_s$ 和 $\sigma_{max} = 8\sigma_s$, 温度 100 ~ 300 °C 时加载剪应力

4.2 脱落对断裂纤维应力的影响

Al 基 Be 纤维增强复合材料在机械载荷取为 $\sigma_{max} = 6\sigma_s$, 而温度在 150 ~ 300 °C 时断裂纤维脱落与未脱落时的正应力和剪应力比较如图 7、8 所示, 图 7 为正应力比较图, 外载荷相同时我们看到断裂纤维未脱落时的应力分布在非常数区域都大于纤维发生脱落时的应力; 图 8 为剪应力比较图, 断裂纤维未脱落时过渡区的剪应力小于断裂纤维脱落时的剪应力, 这是因为纤维脱落以后摩擦力的存在使得基体的剪切力变大。

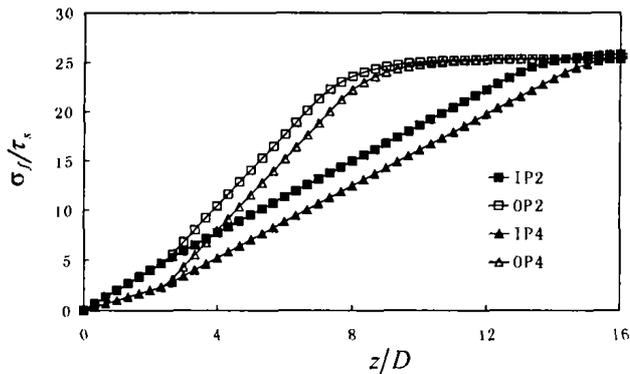


图7 加载状态下不同摩擦力的正应力比较图

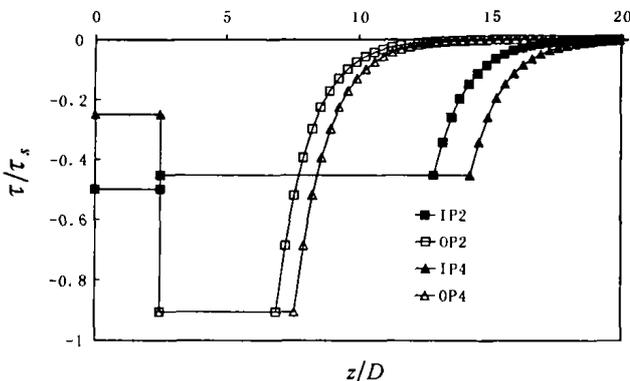


图8 加载状态下不同摩擦力的剪应力比较图

脱落区的长度对应力分布的影响从图 9、10 中可以看出对同相加载的影响不大, 对反相加载相对较大一些, 由于脱落区长度的改变, 引起了应力的分布区域发生了相应的变化。而摩擦力对应力分布的影响随着

摩擦力的增大在非弹性区正应力越大; 而弹性区不受摩擦力的影响, 说明脱落纤维对距离脱落区较远处的纤维没有影响。

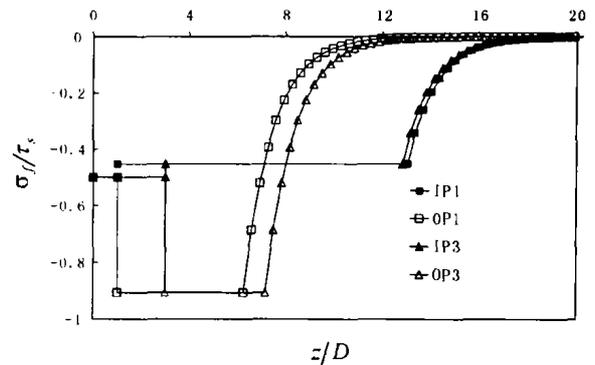


图9 载荷为 $\sigma_{max} = 8\sigma_s$, 温度为 200 ~ 300 °C, $\tau_f = \tau_s^0/2$ 时不同脱落区长度的剪应力比较图

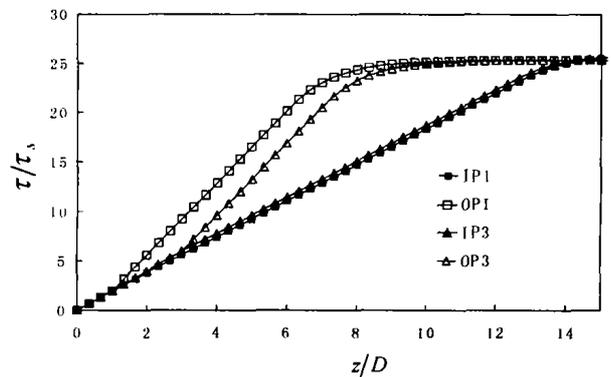


图10 载荷为 $\sigma_{max} = 8\sigma_s$, 温度为 200 ~ 300 °C, $\tau_f = \tau_s^0/2$ 时不同脱落区长度的正应力比较图

脱落纤维对循环塑性区的影响从图 11 中可以看出当温度一定时, 机械载荷较小时在复合材料中不能产生循环塑性区, 只有载荷足够大才有循环塑性区产生, 随着脱落区的增长, 使基体产生循环塑性区所需的载荷就越大, 温度越高基体产生循环塑性区所需的载荷就越小; 产生循环塑性区所需的机械载荷都随着脱落区的长度增长而增大。

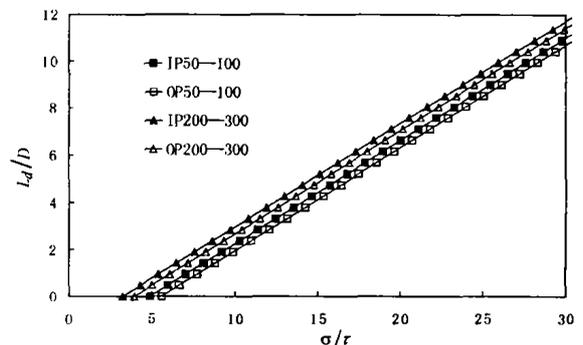


图11 不同温度下使纤维断裂脱落后的材料产生循环塑性区的机械载荷和脱落区长度之间的关系

5 结 论

断裂纤维脱落以后形成新的塑性屈服区,其长度小于未脱落时的屈服区长度。当机械载荷与温度等幅变化时,脱落纤维在附近的基体层存在一个稳定的循环塑性屈服区,其长度小于未脱落时的屈服区长度。当热/机械载荷循环达到一定的次数时,屈服段基体将继续与纤维脱落,进而继续产生新的屈服段,随着脱落区长度的变长,使基体产生新的循环塑性区所需要的载荷就会增大,那么在原来脱落前的载荷温度状态下,就不会产生新的循环塑性区,材料处于平衡状态,将不再以此方式继续破坏。

参考文献:

- [1] LANDIS C M, MCMEEKING R M. A shear-lag model for a broken fiber embedded in a composite with a ductile matrix [J]. *Composites Science and Technology* 1999; 59:447-457.
- [2] COX H L. The elasticity and strength of paper and other fibrous materials[J]. *Br J Appl Phys*, 1952, 3:72-79.
- [3] BEYERLEIN I J, PHOENIX S L. Stress concentrations around multiple fiber breaks in an elastic matrix with local yielding or debonding using quadratic influence superposition [J]. *J Mech Phys Solids* 1996, 44:1997-2039.
- [4] HEDGEPEETH J M, VAN DYKE P. Local stress concentrations in imperfect filamentary composite materials [J]. *J Composite Materials*, 1967, 1:294-310.
- [5] JUNQIAN ZHANG, JIAN WU, SHAOLUN LIU. Cyclically thermomechanical plasticity analysis for a broken fiber in ductile matrix composites using shear lag model [J]. *Composites Science and Technology*, 2002, 62:641-654.
- [6] GOREE J G, DHARANI L R, JONES W F. Crack growth and fracture of continuous fiber metal matrix composites: analysis and experiments [J]. *Metal Matrix Composites: Testing Analysis and Failure Modes 1989*, ASTM STP 1032 (ed. WJ JOHNSON):251-269.
- [7] 魏玉卿,张俊乾,汪海. 缝纫复合材料层合板面内性能的分析模型 [J]. *重庆大学学报(自然科学版)*, 2002, 25(12):35-38.

Analysis for a Broken and Debonding Fiber in Ductile Matrix Composites

ZHANG Wan-ping¹, ZHANG Jun-qian¹, WU Jian²

(1. College of Resource & Environment Science, Chongqing University, Chongqing 400030, China;

2. Engineering Mechanics Department, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: By studying the influence of the debonding fibers in composites under cyclical thermo mechanical load the distributions of fibers and matrixes stress are given around the debonding fiber. For illustrating the Boron/Al, continuous fiber composite is examined. Matrix around the debonding fiber only sustains shear stress. The constitution relationship of matrix is perfect elastical-plastical. The important conclusion is made, which lays a foundation for continuing studying the fatigue of composites.

Key words: fiber composites; shear-lag analysis; thermo mechanical plasticity zone

(编辑 张小强)