

文章编号:1000-582X(2005)10-0104-04

标准模型下 $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 过程的弱电辐射修正*

孙红娟^{1,2}, 胡炳全¹, 方祯云²

(1. 重庆大学 数理学院, 重庆 400030; 2. 核工业西南物理研究院, 四川 成都 610041)

摘要:通过在标准模型下对双光子碰撞产生正负 μ 子对的弱电辐射修正——包括虚修正和软光子修正的计算, 得到了单圈修正下 $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 过程的散射截面. 并在较大范围内给出了树图和单圈弱电修正下散射截面随质心能量 \sqrt{s} 的变化关系. 此结果对双光子碰撞产生 Higgs 粒子的测量背景扣除具有重要意义.

关键词:弱电辐射修正; 散射截面; 质心能量; 微分截面

中图分类号: O413.3

文献标识码: A

标准模型(SM)是现代粒子物理学的基石, 它可以通过希格斯机制(Higgs Mechanism)^[1]解释粒子质量的产生. 在希格斯机制中, 弱电规范场和物质场都是通过与一个标量场的相互作用产生的, 这个标量场具有一个非零的真空期望值, 它就是希格斯场(粒子). 希格斯场的自相互作用导致了弱电对称 $SU(2) \otimes U(1)$ 到电磁对称 $U(1)$ 的自发对称破缺. 中间矢量玻色子 W^+ 及 Z^0 的发现以及它们的质量与标准模型预测的质量非常一致. 但是到目前为止, 还没有实验证明希格斯自发对称破缺机制中的质量产生机制, 而且希格斯粒子一直未在实验上被发现. 目前及将来碰撞机的一个最主要的任务之一就是寻找 Higgs 粒子并研究弱电对称破缺机制以及规范玻色子和费米子的质量起源, 进一步精确检测标准模型. 目前 TEVATRON, NLC, GLC 都在做这方面的努力, 希望能够找到标准模型预言的物理信息.

直线对撞机(LC)上实现的高能 $\gamma\gamma$ 碰撞是研究粒子物理的一个重要过程, 它可以为实验提供一个非常干净的背景. 目前已经有许多研究 $\gamma\gamma \rightarrow W^+ W^-$ ^[2], $\gamma\gamma \rightarrow t\bar{t}$ ^[3], $\gamma\gamma \rightarrow t\bar{t}h$ ^[4], $\gamma\gamma \rightarrow e^+ e^- h$ ^[5] 等过程的文献, 讨论了光子碰撞在不同的产物下的散射截面. 光子碰撞也给希格斯粒子的探测带来无限希望, 通过“三角单圈图”可以产生单个的 Higgs 粒子, 然后衰变成轻子

对. 由于在大型探测系统中都有 μ 子探测器, 在 Higgs 粒子的轻子对衰变中, μ 子对的实验测量是最成熟、最经济的, 当然就是最重要的. 通过 μ 子对的测量很可能是发现希格斯粒子的一个重要方法. 通过双光子碰撞产生 Higgs 粒子并通过 μ 子对进行实验测量受到直接碰撞产生的 μ 子对的影响. 碰撞直接产生的 μ 子对构成了通过 Higgs 粒子产生的 μ 子对的背景, 为了在实验确定此背景的大小并进行合理的扣除, 从而发现真正的 Higgs 产生的信号, 对直接产生 μ 子对的过程 $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 进行精确到单圈的理论计算是非常有意义. 通过精确计算得出的结果与实验比较可以提供 Higgs 粒子产生的确切信息. 即: 如果此过程精确的理论数据与将来的实验数据相符, 说明中间过程中没有 Higgs 粒子产生, 则希格斯粒子的探测需转希望于其他过程; 如理论数据与实验数据相差较大(超出了实验误差), 就可能是希格斯粒子产生的重要信号. 本文将在标准模型下对 $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 过程进行详细的讨论, 计算其树图的散射截面以及单圈弱电修正后的散射截面及其微分截面, 通过重整化和正规化处理消除了红外和紫外发散, 最后得到精确到单圈的结果.

1 $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 过程的费曼图及相关公式

笔者采用的是 't Hooft - Feynman 规范^[6], 费曼图

* 收稿日期: 2005-06-09

基金项目: 重庆市自然科学基金重点资助项目(8562)

作者简介: 孙红娟(1977-), 女, 江苏通州人, 重庆大学硕士研究生, 主要研究方向为理论物理.

和振幅是通过 FeynArts32^[7] 产生的,振幅的化简是通过 FormCalc32^[8] 进行的,相空间积分和单圈积分函数计算是通过 LoopTools^[9] 完成的,整个数值计算都是通过 Fortran 程序完成.

$\gamma\gamma\rightarrow\mu^+\mu^-$ 过程的最低阶费曼图如图 1.

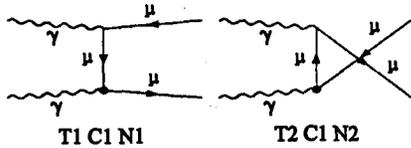


图 1 $\gamma\gamma\rightarrow\mu^+\mu^-$ 过程的树图

把过程 $\gamma\gamma\rightarrow\mu^+\mu^-$ 表示为:

$$\gamma(k_1, \lambda_1) + \gamma(k_2, \lambda_2) \rightarrow \mu(p_1, \sigma_1) + \mu^+(p_2, \sigma_2), \quad (1)$$

其中 2 个人射光子四动量分别为 k_1 和 k_2 , 出射的 μ 子、反 μ 子的四动量分别为 p_1 和 p_2 ; λ_1 和 λ_2 分别为入射光子的螺旋度, $\sigma_1 = \pm 1/2$ 和 $\sigma_2 = \pm 1/2$ 分别为出射子 μ 、反 μ 子的自旋. 所有的动量遵循质壳条件 $k_1^2 = k_2^2 = 0, p_1^2 = p_2^2 = 0$. 定义 Mandelstam 变量

$$\left. \begin{aligned} s &= (k_1 + k_2)^2 = (p_1 + p_2)^2 \\ t &= (k_1 - p_1)^2 = (k_2 - p_2)^2 \\ u &= (k_1 - p_2)^2 = (k_2 - p_1)^2 \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

由上面的定义可以写出树图下 $\gamma\gamma\rightarrow\mu^+\mu^-$ 过程的散射振幅:

$$M_{tree} = -ie^2 \bar{u}(p_2) \left\{ \gamma_\mu \frac{1}{(k_1 - p_1) - m_\mu} \gamma_\nu + \gamma_\nu \frac{1}{(k_1 - p_2) - m_\mu} \gamma_\mu \right\} u(p_1) \varepsilon(k_1) \varepsilon(k_2). \quad (3)$$

那么树图的微分截面可表示为:

$$\frac{d\sigma_{tree}}{d\Omega} = \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \sigma_1, \sigma_2} \frac{\beta}{64\pi^2 s} |M_{tree}|^2, \quad (4)$$

其中, $\beta = \sqrt{1 - m_\mu^2/E^2}$ 是质心系中 μ 子的速率. 求和符号表示对初末态粒子的自旋求和^[10].

对 $\gamma\gamma\rightarrow\mu^+\mu^-$ 过程的单圈弱电辐射修正如图 2-5. 由于篇幅所限, 76 个顶点修正图在文中只给出 8 个.

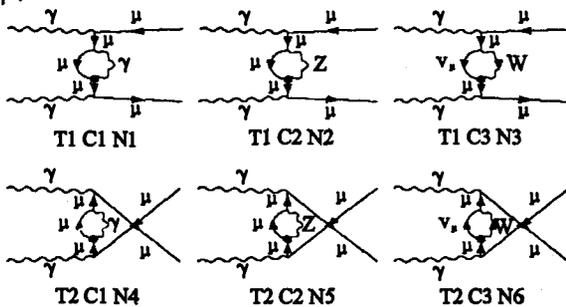


图 2 $\gamma\gamma\rightarrow\mu^+\mu^-$ 过程的弱电辐射的自能修正图

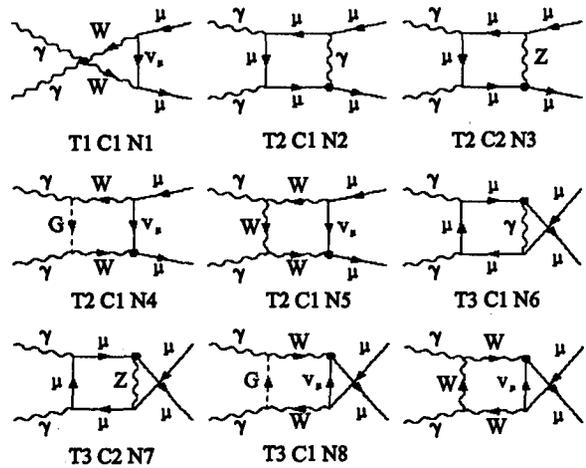


图 3 $\gamma\gamma\rightarrow\mu^+\mu^-$ 过程的弱电辐射的 box 修正图

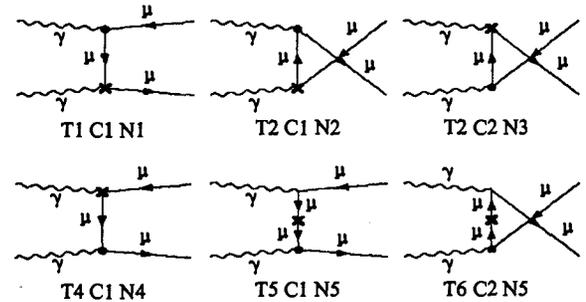


图 4 $\gamma\gamma\rightarrow\mu^+\mu^-$ 过程的弱电辐射的抵消项图

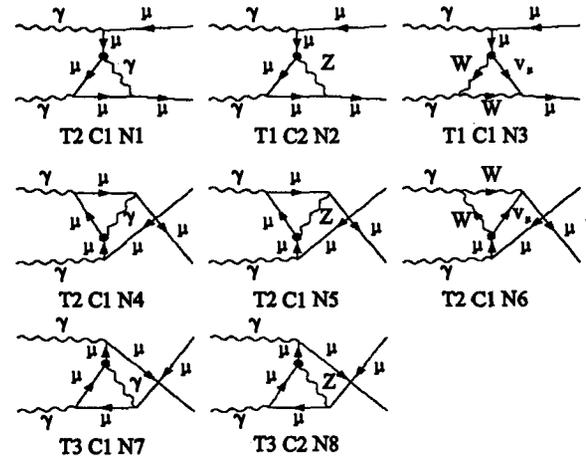


图 5 $\gamma\gamma\rightarrow\mu^+\mu^-$ 过程的顶点修正图

对 $\gamma\gamma\rightarrow\mu^+\mu^-$ 过程的一圈弱电修正散射截面可以表为

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \sigma_1, \sigma_2} \frac{\beta}{64\pi^2 s} [|M_{tree}|^2 (1 + \delta_{SB}) + 2 |M_{tree}^* \delta M|] = \frac{d\sigma_{tree}}{d\Omega} (1 + \delta), \quad (5)$$

其中 δ_{SB} 表示软光子韧致辐射因子, δM 表示重整化后的单圈修正的振幅, 在 $\gamma\gamma\rightarrow\mu^+\mu^-$ 过程包括自能、顶点、box 和抵消项的贡献. δ 表示相对修正, 定义为 $\delta = d\sigma - d\sigma_{tree} / d\sigma_{tree}$.

在探测器出射角度范围内积分, 得到总截面

$$\sigma = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} d\cos\theta \int_0^{2\pi} d\phi \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right). \quad (6)$$

由所得到的 Feynman 图可知,圈图中还含有紫外发散. 笔者通过维度正规化处理,即把四维时空扩展到 $D = 4 - \epsilon$ ^[11] 维,把发散的费曼积分分解为发散和有限的部分. 然后再采用完全在壳重整化方案(COMS)^[12] 进行重整化来确定重整化参数,通过引入抵消项与振幅中的紫外发散项相抵消而得到有限的部分. 从而紫外发散被完全的消除,但红外发散仍然存在. 正因为如此,就需要引入实光子韧致辐射

$$\gamma(k_1) + \gamma(k_2) \rightarrow \mu^-(p_1) + \mu^+(p_2) + \gamma(k).$$

为了把软光子发射从实光子发射中分离出来,采用 phase-space-slicing algorithm,这样韧致辐射位相空间就分离成奇异与非奇异部分. 实光子辐射的散射截面又可以分为软和硬部分

$$\sigma_{\text{real}} = \sigma_{\text{soft}} + \sigma_{\text{hard}}, \quad (7)$$

其中的软和硬是相对于辐射光子能量 E_γ 而言的, $E_\gamma \leq \Delta E$ 为软光子辐射, $E_\gamma > \Delta E$ 为硬光子辐射. σ_{soft} 和 σ_{hard} 均依赖于软截断(soft cutoff) ΔE ,但是与截断无关的 σ_{real} .

软光子近似就是只考虑 $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^- \gamma$ 过程中截断能量 $E < \Delta E$ 的部分. 红外发散是由于圈图中出现了质量为零的虚光子,可以在计算中通过给虚光子一个非常小的质量 m_γ 而消除. 而与 m_γ 的相关性可以通过软光子韧致辐射得到消除. 软光子修正将对最低阶散射截面产生如下的修正:

$$\delta_{\text{SB}} = -\frac{\alpha}{\pi} \left[2 \ln \frac{2\Delta E}{\lambda} + \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) \right] - \frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{s - 2m_\mu^2}{s\beta} \cdot \left[2 \ln \frac{2\Delta E}{\lambda} \ln \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) - 2 \text{Li}_2 \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) + \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) + \frac{\pi^2}{3} - 2 \ln \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) \left(\frac{2\beta}{1+\beta} \right) \right]. \quad (8)$$

在本文中,假定 $\Delta E = 0.1\sqrt{s}$,把 $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^- (\gamma)$ 过程的总截面表示为:

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{tree}} + \sigma_{\text{virtual}} + \sigma_{\text{soft}} = \sigma_{\text{tree}} (1 + \delta_{\text{tot}}), \quad (9)$$

其中 $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{virtual}} + \sigma_{\text{soft}}$.

2 数值计算

为了下面的数值计算,使用标准模型参数^[13]:

$$\begin{aligned} m_e &= 0.510\ 998\ 902\ \text{MeV}, & m_\mu &= 105.658\ 357\ \text{MeV}, \\ m_\tau &= 1.776\ 99\ \text{MeV}, & m_u &= 66\ \text{MeV}, \\ m_c &= 1.2\ \text{GeV}, & m_t &= 174.3\ \text{GeV}, \\ m_d &= 66\ \text{MeV}, & m_s &= 150\ \text{MeV}, \\ m_b &= 4.3\ \text{GeV}, & m_W &= 80.423\ \text{MeV}, \\ m_Z &= 91.187\ 6\ \text{GeV}, & \alpha_{\text{ew}}^{-1}(0) &= 137.035\ 999\ 76. \end{aligned}$$

表 1 在不同的质心能量及紫外正规化参数下

\sqrt{s}/GeV	$\sigma_{\text{virtual+soft}}$ 对截面的贡献值		pb
	I ($C_{UV} = 10^{-7}\ \text{GeV}$)	II ($C_{UV} = 10^{-1}\ \text{GeV}$)	
400	-0.383 377 777 697 16	-0.383 377 777 706 42	
600	-0.205 407 812 022 15	-0.205 407 812 037 18	
800	-0.134 121 535 122 68	-0.134 121 535 125 48	
1 000	-0.096 998 230 977 92	-0.096 998 230 987 92	

表 2 在不同的质心能量及虚光子质量下

\sqrt{s}/GeV	$\sigma_{\text{virtual+soft}}$ 对截面的贡献值		pb
	I ($m_\gamma = 10^{-10}\ \text{GeV}$)	II ($m_\gamma = 10^{-1}\ \text{GeV}$)	
400	-0.383 377 777 659 54	-0.383 377 777 697 16	
600	-0.205 407 812 004 59	-0.205 407 812 022 15	
800	-0.134 121 535 113 73	-0.134 121 535 122 68	
1 000	-0.096 998 230 973 303	-0.096 998 230 977 92	

由表 1 可知:在相同的截断 $\Delta E = 0.1\sqrt{s}$ 和红外正规化参数 $m_\gamma = 10^{-10}\ \text{GeV}$ 下,在相差极大的紫外正规化参数($C_{UV} = 10^{-7}\ \text{GeV}$ 与 $C_{UV} = 10^{-1}\ \text{GeV}$)下,所得到的对散射截面的修正值非常近似. 通过在几个不同的质心能量下都得到了检验. 由于 σ_{tot} 只与 σ_{virtual} 有关,因此,总截面 σ_{tot} 是紫外有限的. 这样,引入单圈弱电辐射修正而带来的紫外发散已经被消除.

由表 2 可知:在相同的截断 $\Delta E = 0.1\sqrt{s}$ 和紫外正规化参数 $C_{UV} = 10^{-7}\ \text{GeV}$ 下,相差极大的红外正规化参数($m_\gamma = 10^{-10}\ \text{GeV}$ 与 $m_\gamma = 10^{-1}\ \text{GeV}$)下,所得到的对散射截面的修正非常近似,因此总截面 σ_{tot} 是红外有限的. 因引入单圈弱电辐射修正而带来的红外发散已经被消除.

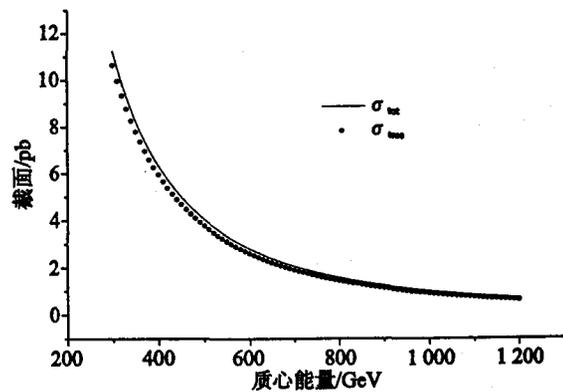


图 6 在 GLC 亮度监测范围内积分所得到的散射截面随质心能量的变换关系曲线

图 6 中实线表示 $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 过程的树图散射截面随 \sqrt{s} 的变化曲线;虚线表示单圈弱电修正后的总截面随 \sqrt{s} 的变化曲线. 截面的单位是 pb,其中相空间角度的积分范围为 $50\ \text{mrad} \leq \theta \leq 150\ \text{mrad}$ 及 $\pi - 0.15 \leq \theta \leq \pi - 0.05$,质心能量 \sqrt{s} 从 300 GeV 增加到 1 100 GeV. 从图中可以看出,2 个光子产生 $\mu^- \mu^+$ 的域值是很小的,所以在图中看不到截面随 \sqrt{s} 增长而增加的峰值,只看

到一条呈不断下降趋势的曲线. 由图 6 还可以看出: 单圈弱电辐射修正对 $\gamma\gamma\rightarrow\mu^+\mu^-$ 过程的修正很大, 在 $\sqrt{s}=400$ GeV 的时候, 相对修正值为 5.76%, 而在 $\sqrt{s}=800$ GeV 的时候, 相对修正值为 8.48%.

3 结 语

笔者计算了标准模型下 $\gamma\gamma\rightarrow\mu^+\mu^-$ 过程在树图下的散射截面以及在单圈弱电辐射修正下的散射截面. 通过正规化、重整化处理消除了因引入圈图而带来的紫外发散. 由于在圈图中出现了虚光子传播子, 因此出现了红外发散, 赋予虚光子一个很小的质量 m_γ , 把红外发散消掉, 与 m_γ 的相关性用软光子辐射来消除, 最后得到的总截面是一个红外和紫外有限的量. 最后得到了散射截面随质心能量的变换关系, 并且可以看出一圈弱电辐射对树图截面的修正, 这为将来实验提供了一个数据参考, 具有一定实际意义. 随着 μ 子对实验测量精度的提高, 是可能在本测量中发现 Higgs 粒子的信号的, 还可以进一步讨论和精确计算 Higgs 粒子产生对上述 μ 子对产生截面的影响, 并最终确定发现 Higgs 粒子的信号.

致谢

本文还得到中国科技大学马文淦教授的有益指导和蒋敏同学的有益讨论, 在此一并表示诚挚的感谢.

参考文献:

- [1] HIGGS P W. The Higgs Mechanism[J]. Phys Lett, 1964, 12:132.
[2] DENNER A, DETTMAIER S, SCHUSTER R. Radiative Cor-

rections to $\gamma\gamma\rightarrow w^+w^-$ in the Electroweak Standard Model[J]. Hep-ph, 1995:9503442.

- [3] DENNER A, DETTMAIER S, STROBEL M. Radiative Corrections to $\gamma\gamma\rightarrow t\bar{t}$ in the Electroweak Standard Model[J]. Hep-ph, 1995:9507372.
[4] CHEN HUI, MA WEN-GAN, ZHANG REN-YOU, et al. Electroweak Corrections to $t\bar{t}h^0$ in $\gamma\gamma$ Collision[J]. Hep-ph, 2003:0309106.
[5] DAWSON S, REINA L. QCD Corrections to Associated Higgs Boson-heavy Quark Production [J]. Phys Rev, 1999, D59:054012.
[6] 裘忠平. 现代量子场论导引[M]. 武汉: 华中师范大学出版社, 1991.
[7] HAHN T, COMPUT. Generating Feynman Diagrams and Amplitudes with FeynArts 3 [J]. Phys Commun, 2001, 140:418.
[8] HAHN T. FormCalc 3.2 User's Guide[EB/OL]. <http://www.feynarts.de/formcalc>, 2004-09-10.
[9] HAHN T. LoopTools User's Guide[EB/OL]. <http://www.feynarts.de/looptools/>, 2004-09-10.
[10] HAGIWARA K. Introduction to the Background Field Method[J]. Phys Rev, 2002, D66: 010001.
[11] G 'T HOOFT, VELTMAN M. Regularization and Renormalization of Gauge FieldsNucl [J]. Phys B, 1972, 44:189.
[12] DENNER A, FORTSCHR. Techniques for Calculation of Electroweak Radiative Corrections at the One Loop Level and Results for W Physics at LEP200 [J]. Phys, 1993, 41:307.
[13] HAGIWARA K. Review of Particle Physics[J]. Phys Rev, 2002, D66:010001.

One-loop Electroweak Corrections to Muons Pair Production via Two Photon Collisions in the SM

SUN Hong-juan^{1,2}, HU Bing-quan¹, FANG Zhen-yun¹

- (1. College of Mathematics and Physics, Chongqing University, Chongqing 400030, China;
2. Southwestern Institute of Physics for Nuclear Industry, Chengdu, Sichuan 610041, China)

Abstract: The authors calculate the cross-section with one-loop electroweak corrections to the process in the standard model (SM), including virtual corrections and soft photon radiative correction. They discuss the relations between the cross-sections in tree level (and one-loop corrected cross sections) and center-mass energy \sqrt{s} in the luminosity measuring ranges of GLC.

Key words: electroweak radiative correction; cross-section; center-mass energy; differential cross section