

文章编号:1000-582X(2005)04-0065-05

规则互连多处理器系统的容错性分析*

赵利军¹,杨小帆¹,柏森²,栗伟峰¹,罗高文¹

(1. 重庆大学计算机学院,重庆 400030;2. 重庆通信学院研究生管理大队,重庆 400035)

摘要:多处理器系统中的互连网络为处理器之间相互通信提供了一种有效的机制,是决定系统性能的重要因素之一。互连网络的容错性可以用互连网络中设备出现故障时,网络保持正常工作的概率来刻画。笔者用概率方法对4种规则互连多处理器系统(超立方体,交叉立方体,Möbius立方体,局部扭曲立方体)的容错性进行了分析。通过仿真试验,得到结论:基于超立方体或其变体结构的多计算机系统均具有较好的容错性,其中,交叉立方体具有最好的容错性。

关键词:互连网络;容错性;超立方体;交叉立方体;Möbius立方体;局部扭曲立方体

中图分类号:TP302.8

文献标识码:A

互连网络为多处理器系统中处理器之间的相互通信提供了一种有效的机制。因此,互连网络拓扑结构的设计已成为大规模多处理器系统设计中的一个重要课题。速度和可靠性是互连网络设计中需要考虑的两个主要因素^[1]。

互连网络的直径是网络通信时延的决定因素,直径越小,网络中处理器之间的通信时延就越小,换言之,网络的速度就越快。可靠性,即系统的容错性,是指当互连网络中部分处理器或通信链路发生故障时,系统仍然能够正常、有效地运行。在这里,所谓系统能够正常、有效地运行,是指当系统中的故障处理器或通信链路被隔离之后,系统仍然保持连通性^[2]。

超立方体^[3]是一种在实践中得到广泛应用的互连网络模型之一,它具有一些良好的性质,例如对称性、可递归构建性、结点个数对数级的结点度和网络直径,以及较好的容错性,这些性质可以保证一些优秀的算法和协议的使用。然而,对于一个具有 2^n 个结点,连通度是 n 的网络拓扑结构来说,超立方体的网络直径并不是最优的,也就是说,在保证连通度和结点总数不变的前提下,可以设计出直径更小的互连网络。通过改变超立方体中连接线路,可以构造出一系列网络直径近似于超立方体直径一半的互连网络。交叉立方体^[4],Möbius立方体^[5],局部扭曲立方体^[6]等拓扑结

构作为超立方体的变体,具有这种优秀的性质。

评价多处理器互连网络系统容错性的方法已经有很多种^[7-9]。总体上,可以把这些方法归为两类:确定性方法和概率方法。确定性方法通常是用网络拓扑结构的连通度来衡量网络的容错性。对于一个多处理器互连网络,用 G 表示,假定其连通度为 $k(G)$,则该多处理器互连网络可以允许 $k(G) - 1$ 个处理器发生故障,因为在这种情况下,互连网络的连通性仍然可以保证。在概率方法中,假定系统中的处理器或通信链路是以一定的概率发生故障,然后来计算系统保持连通的概率。概率方法能更好地评价系统性能。

笔者从互连网络拓扑结构连通性的角度(假定通信链路不发生故障)对超立方体及其变体的容错性能进行分析,利用概率方法进行了大量的仿真试验,在分析试验数据的基础上给出结论。

1 超立方体及其变体结构

本文中,用图 $G = (V(G), E(G))$ 表示多处理器互连网络, $V(G)$ 表示处理器集,称为结点集, $E(G)$ 表示通信链路集,称为边集。处理器单元称为结点,而通信链路称为边。用 $k(G)$ 表示图 G 的连通度。其它的图论术语请参阅^[10]。

在后面的论述中, n 维超立方体用 Q_n 表示, n 维交

* 收稿日期:2004-10-12

基金项目:重庆市应用基础研究基金项目资助(8028)

作者简介:赵利军(1978-),男,陕西宝鸡人,重庆大学硕士研究生,主要研究系统诊断及图像处理。

叉立方体用 CQ_n 表示, n 维 0 - Möbius 立方体用 $0MQ_n$ 表示, n 维 1 - Möbius 立方体用 $1MQ_n$ 表示, n 维局部扭曲立方体用 LTQ_n 表示。在 n 维超立方体及其变体中, 每一结点用长度为 n 的二进制字符串表示, 即任意顶点 $v = v_{n-1}v_{n-2}\cdots v_1\cdots v_0$, 其中 $v_i \in \{0, 1\}$ 。

定义 1 n 维超立方体 Q_n , 两结点 $u = u_{n-1}u_{n-2}\cdots u_{n-i}\cdots u_0, v = v_{n-1}v_{n-2}\cdots v_{n-i}\cdots v_0$ 相邻当且仅当表示 u 和 v 的二进制字符串中只有一位不同, 即对某个 $0 \leq i \leq n-1$, 有 $u_i = \bar{v}_i$, 对其余每个 $0 \leq j \leq n-1$, 有 $u_j = v_j$ 。

图 1(a, b) 分别是 $n = 3, 4$ 时超立方体互连结构。

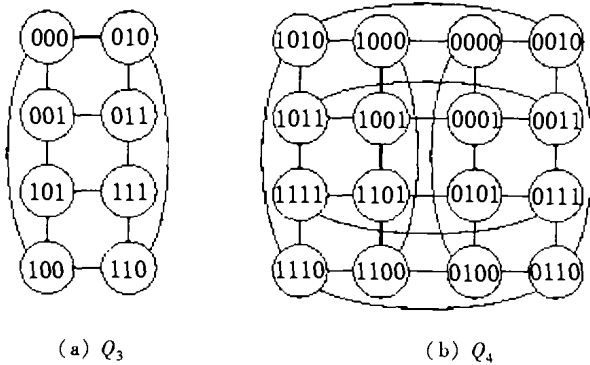


图 1 超维立方体

定义 2 n 维交叉立方体 CQ_n , 两结点 $u = u_{n-1}u_{n-2}\cdots u_{n-i}\cdots u_0, v = v_{n-1}v_{n-2}\cdots v_{n-i}\cdots v_0$ 相邻当且仅当存在 l 满足:

- 1) $u_{n-1}\cdots u_l = v_{n-1}\cdots v_l$,
- 2) $u_{l-1} \neq v_{l-1}$,
- 3) 如果 l 是偶数, $u_{l-2} = v_{l-2}$
- 4) $u_{2i+1}u_{2i} \sim v_{2i+1}v_{2i}, 0 \leq i < [(l-1)/2]$

其中, 条件 ④ 中表示对相关, 所谓 2 个字符串 X, Y 对相关是指当 $(X, Y) \in \{(00, 00), (10, 10), (11, 01), (01, 11)\}$ 。

图 2(a, b) 分别是 $n = 3, 4$ 时交叉立方体互连结构。

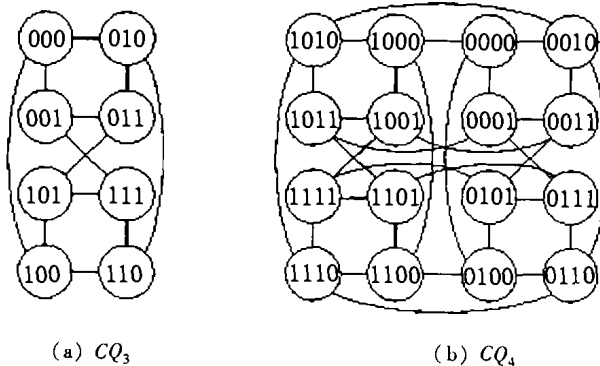


图 2 交叉立方体

定义 3 n 维 Möbius 立方体根据其最高维的不同

分为 0 - Möbius 立方体, $0MQ_n$; 1 - Möbius 立方体, $1MQ_n$ 。在 $0MQ_n$ 中, 其任意结点 $v = v_{n-1}v_{n-2}\cdots v_{n-i}\cdots v_0$ 的最高维 $v_n = 0$; 在 $1MQ_n$ 中, 其任意结点 $v = v_{n-1}v_{n-2}\cdots v_{n-i}\cdots v_0$ 的最高维 $v_n = 1$, 这种设定是与 Möbius 立方体中两相邻结点的二进制表示密切相关的。设 $u = u_{n-1}u_{n-2}\cdots u_{n-i}\cdots u_0, v = v_{n-1}v_{n-2}\cdots v_{n-i}\cdots v_0$ 为 Möbius 立方体中两任意相邻结点, 则必须有:

- 1) 存在 $0 \leq r \leq n-1$, 使 $u_{n-1}\cdots u_{r+1} = v_{n-1}\cdots v_{r+1}, u_r \neq v_r$;
- 2) 如果 $u_{r+1} = 1$, 则 $u_{r-1}\cdots u_0 = \overline{v_{r-1}\cdots v_0}$; 否则 $u_{r-1}\cdots u_0 = v_{r-1}\cdots v_0$

图 3(a, b) 分别是 $n = 4$ 时 0 - Möbius 立方体和 1 - Möbius 立方体互连结构。

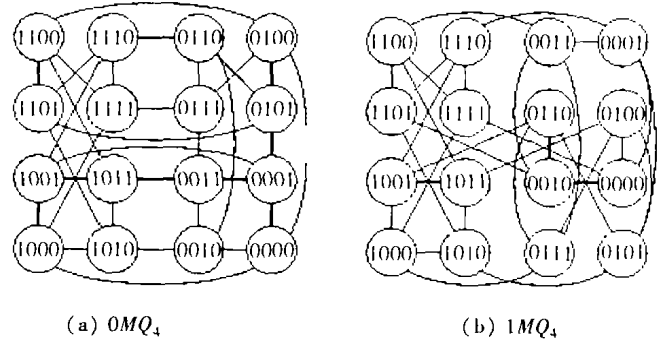


图 3 Möbius 立方体

定义 4 n 维局部扭曲立方体, LTQ_n , 两结点 $u = u_{n-1}u_{n-2}\cdots u_{n-i}\cdots u_0, v = v_{n-1}v_{n-2}\cdots v_{n-i}\cdots v_0$, 相邻当且仅当存在 $0 \leq j \leq n-1$ 满足下列条件之一。

- ① $2 \leq j \leq n-1, u_j = v_j, u_{j-1} = v_{j-1} \oplus u_0, u_r = v_r$, 对每个 $r \notin \{j, j-1\}$ 成立。
 - ② $j \in \{0, 1\}, u_j = \bar{v}_j; u_r = v_r$, 对每个 $r \neq j$ 成立。
- 其中, 条件 ① 中的 \oplus 表示二进制加法。

图 4(a, b) 分别是 $n = 3, 4$ 时局部扭曲立方体互连结构。

从以上的定义可以看出, $Q_n, CQ_n, 0MQ_n, 1MQ_n$ 和 LTQ_n 五种 n 维体系结构具有相同的结点总数 2^n 和连通度 n 。下面将对 n 维超立方体的连通性进行分析, 其

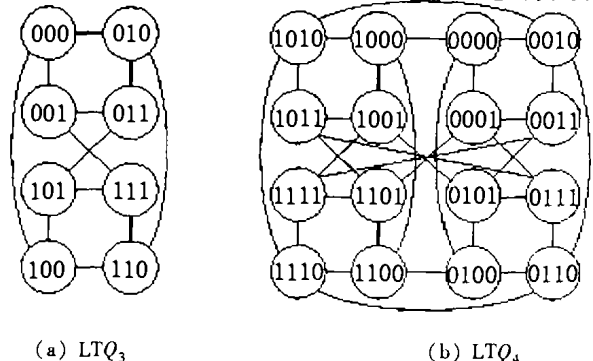


图 4 局部扭曲立方体

它 n 维体系结构的分析与其相似。然后设计概率方法来检验其连通性。

2 容错性分析、概率方法与仿真试验

在 n 维超立方体中,图的连通度 $k(G) = n$,故一般认为 n 维立方体的容错度是,既是对于任一结点的个相邻结点,允许其中个结点被删除, n 维立方体仍然保持连通。然而这是一种极端的情况,使用该定义作为 n 维立方体的容错度存在很多不足^[11],主要体现在以下几个方面:

1) 在 n 维体系结构中, n 个错误结点(在互连网络中将被删除)正好是某一正确结点的 n 个相邻结点的概率非常低,因此,上面容错度定义的方法是一种不切实际的情况。

2) 假定 n 维立方体中每个结点的出错概率为 p ,则在 n 维立方体 Q_n 中错误结点个数的期望值为 np 。然而 Q_n 的容错度在通常情况下比要小很多。即使对于相当小的和中等的 n 值也是如此。然而,在任何“合理的”错误结点分布情况下, n 维立方体能够允许相当多的错误结点数。

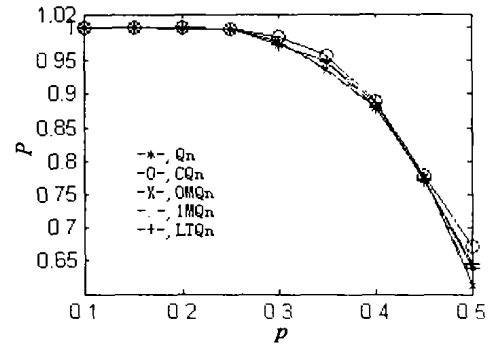
因此,上面这种对 n 维立方体的容错度的定义明显低估了 n 维立方体的容错能力。Esfahanian^[12] 对此做了改进,限定与任意结点相邻的所有结点不能同时发生故障,在此条件下, n 维超立方体的容错度为 $2n - 3$ 。尽管如此, $(2n - 3)/2^n$ 仍然较小,不能反映实际情况。当然,这种确定容错度的方法也不适合于其它 n 维体系结构,包括 $CQ_n, OMQ_n, 1MQ_n$ 和 LTQ_n 等。

一种自然的方法是给定错误结点的概率分布的情况下,研究网络保持连通的概率。笔者将利用该思想,假设每一结点以相同的概率 p 发生故障,然后将故障结点从互连网络中删除,利用广度优先算法或深度优先算法判断互连网络的连通性。

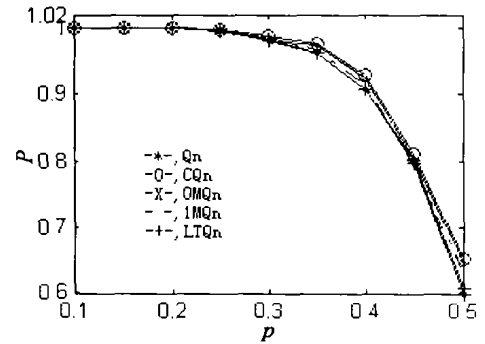
图 5 是 $Q_n, CQ_n, OMQ_n, 1MQ_n$ 和 LTQ_n 在维数 $n = 7, 8$ 时,在不同的结点故障率 p 下连通概率 P 的曲线。可以看出,甚至对于非常大的结点故障率($p = 0.3$),这几种互连拓扑结构仍然具有较高的连通性 ($P \geq 95\%$),在体系结构中即使有一半的结点发生故障,网络能够正常运行的概率仍然大于 50%。这足以说明按照超微立方体或其变体结构建立的多处理器互连网络具有较强的容错性。

$Q_n, CQ_n, OMQ_n, 1MQ_n$ 和 LTQ_n 这几种结构之间容错性的差别不大,但从图 6(维数 $n = 7, 8$) 中可以发现,相比其它几种结构, CQ_n 具有较高的容错度。为降低 n 维超立方体 Q_n 的直径, $CQ_n, OMQ_n, 1MQ_n$ 和 LTQ_n

所采用的通用的方法是改变 Q_n 中结点互连的方式,只是具体的连接方法各异,所以在这几种结构中结点互连方式的改变必将影响到各互连体系结构的连通性,即容错度。

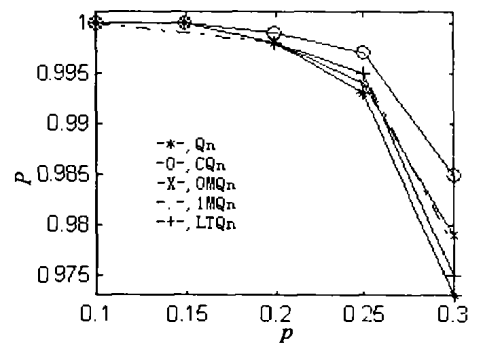


(a) $n = 7$

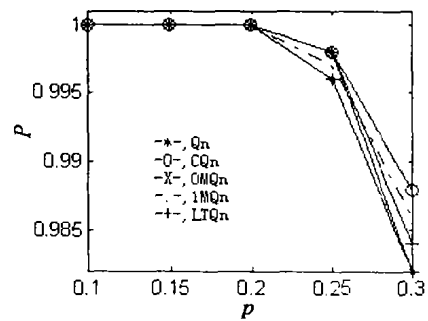


(b) $n = 8$

图 5 $P - p$ 曲线



(a) $n = 7$



(b) $n = 8$

图 6 $P - p$ 曲线

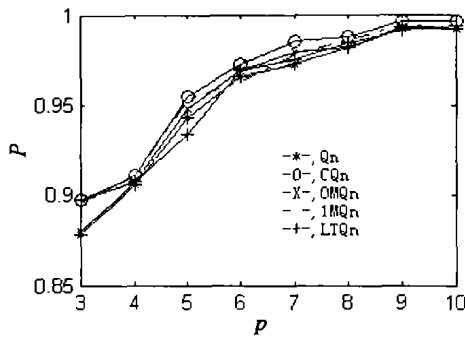
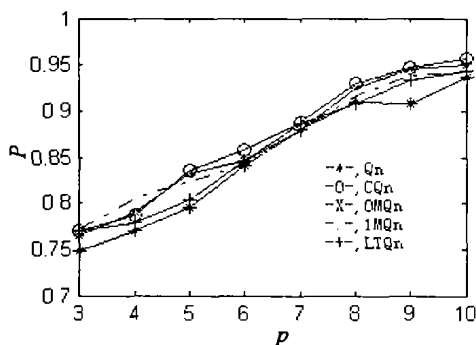
(a) $p = 0.3$ (b) $p = 0.4$ 图7 $P-p$ 曲线

图7是在节点故障率 p 分别取0.3和0.4时,连通概率 P 随着互连拓扑结构维数 n 变化的曲线。可以看出,在节点故障率不变的情况下,互连拓扑结构的连通性概率随着维数的增加而呈上升的趋势。这是因为随着维数 n 的增加,网络中的结点数将以 2^n 的速度增加,这样网络中无故障结点数增加的速度将大于故障结点数增加的速度,由于网络中无故障结点数的增多而使得网络的连通性概率呈递增趋势。而且,从图中曲线可以看出, CQ_n 仍然具有略微的优势。

3 结 语

1) 研究了 n 维互连体系结构超立方体,交叉立方体,Möbius立方体和局部扭曲立方体的容错性问题。在对已有方法分析的基础上,提出使用一种更为客观、现实的概率方法。

2) 交叉立方体,Möbius立方体和局部扭曲立方体作为超立方体的变体,通过改变互连体系结构中结点的互连方式,使得它们的网络直径近似达到了超立方体网络直径的一般,提高了网络中信息交换的速度。

这种体系结构中结点互连方式的改变对于互连网络的容错性也有一定的影响。通过试验发现:这几种互连网络都具有较高的容错性;而且,交叉立方体相对于其它几种体系结构在容错度上具有略微的优势。

参考文献:

- [1] NAJJAR W, GAUDIOT J L. Network Resilience: A Measure of Network Fault tolerance[J]. IEEE Trans. on Computers, 1990, 39(2): 174 - 181.
- [2] PRADHAN D K, REDDY S M. A Fault-tolerance Communication Architecture, for Distributed Systems [J]. IEEE Trans. on Computers, 1982, C-31(9): 863 - 869.
- [3] HAYS J P, MUDGE T N, STOUT Q F. Architecture of a Hypercube Supercomputer[A]. Proc 1986 Int'l Conf Parallel Processing[C]. 1986, 653 - 660.
- [4] EFE K. The Crossed Cube Architecture for Parallel Computation[J]. IEEE Trans. on Parallel and Distributed Systems, 1992, 3(5): 513 - 524.
- [5] CULL P, LARSON S M. The Möbius Cubes[J]. IEEE Trans. on Computers, 1995, 44(5): 647 - 659.
- [6] YANG X, MEGSON G M, CHEN B, et al. The Locally Twisted Cubes[J]. International Journal of Computer Mathematics, 2005, 82(4): 401 - 413.
- [7] BOURICIUS W G. Reliability Modeling for Fault tolerant Computers[J]. IEEE Trans on Computers, 1971, C-20: 1306 - 1311.
- [8] HEFFES H, KUMAR A. Incorporating Dependent Node Damage in Deterministic Connectivity Analysis and Synthesis of Networks[J]. Networks, 1986, (16): 51 - 65.
- [9] VAN SLYKE R M, FRANK H. Network Reliability Analysis [J]. Networks, 1972, (1): 279 - 290.
- [10] HARARY F. Graph Theory[M]. Addison-Wesley, Reading, 1969.
- [11] CHEN J, KANJ I A, WANG GUOJUN. Hypercube Network Fault Tolerance: A Probabilistic Approach[A]. Proceedings of Int'l Conference on Parallel Processing[C]. USA: IEEE Computer Society Press 2002: 65 - 72.
- [12] ESFAHANIAN A H. Generalized Measures of Fault tolerance with Application to n -cube networks[J]. IEEE Trans on Computers, 1989, 38(11): 1586 - 1591.

Fault Tolerance Analysis of Regular Interconnection Multiprocessor System

ZHAO Li-jun¹, YANG Xiao-fan¹, BAI Sen², SU Wei-feng¹, LUO Gao-wen¹

(1. College of Computer Science, Chongqing University, Chongqing 400030, China;

2. Graduate Division, Chongqing Communication Institute, Chongqing 400035, China)

Abstract: The interconnection network used in a multiprocessor system provides an effective mechanism for the data exchange between the processors and is one of the dominating factors of performance of the system. The fault tolerance of an interconnection network can be measured by the probability that the network keeps functional in the presence of failures. The authors examine the fault tolerance of four regular interconnection networks (i. e. hypercube, crossed cube, Möbius cube, and locally twisted cube) with the probabilistic approach. Experimental results show that all these interconnection networks display excellent fault tolerance. Moreover, the crossed cube enjoys the highest probabilistic of connectivity among them.

Key words: interconnection network; fault tolerance; hypercube; crossed cube; möbius cube; locally twisted cube

(编辑 吕赛英)

(上接第 55 页)

Materials Hydrogen Storage $V_3TiNi_{0.56}Al_{0.2}$ by Self-propagating High-temperature synthesis

LI Rong^{1,2}, ZHOU Shang-qi¹, LIU Shou-ping¹, LIANG Guo-ming²,
YU Zu-xiao³, CHEN Chang-guo¹, ZHAO Gang¹

(1. College of Materials science and Engineering Chongqing University, Chongqing, 400030, China; 2. College of Chemistry, Chongqing Normal University, Chongqing, 400047 China; 3. Department of Material and Chemistry Engineering, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong Sichuan, 643033, China)

Abstract: With the help of the calculation of adiabatic temperature and thermodynamic analysis of the reactive system the authors discuss possibility about system of $V_2O_5 - TiO_2 - Al$ by Self-propagating High-temperature synthesis (SHS). Hydrogen Storage $V_3TiNi_{0.56}Al_{0.2}$ by SHS is studied by XRD, SEM and scanning electron microscopy. The experiment result indicates that it has same microstructure between synthesization by SHS and other ways. PCT curve indicated that alloy has certain hydrogen storage capability, saturated capacity of hydrogen storage is 0.092 L/g, which is a little lower than alloy by other ways.

Key words: SHS; $V_3TiNi_{0.56}Al_{0.2}$; thermodynamic analysis; microstructure; PCT curve

(编辑 陈移峰)