文章编号:1000-582X(2005)06-0071-03

一种基于跟踪误差变化率的动态矩阵控制算法*

汪 纪 锋,罗 远 桥
(重庆邮电学院 自动化学院,重庆 400065)

摘 要:作为一种基于对象阶跃响应的预测控制算法,动态矩阵控制在性能指标函数中通过对跟踪误差的优化及对控制量增量的软约束来保证控制的性能,指标函数中并没有考虑跟踪误差变化率对系统动态响应的影响. 为了使对象具有更好的动态响应,笔者基于优化性能指标函数中的跟踪误差项,在指标函数中引入跟踪误差的微分项,提出一种改进动态矩阵控制算法,使得对象的动态响应更加平稳,闭环系统的鲁棒性更强. 理论分析和计算机仿真结果表明了改进后的算法使系统具有更好的控制品质.

关键词:动态矩阵控制;优化性能指标函数;跟踪误差
中图分类号:TP273 **文献标识码**:A

预测控制是一种基于模型、滚动优化并结合反馈校正的新型计算机优化控制算法[1-2]. 它对模型失配、非最小相位系统、不确定干扰的影响具有较强的鲁棒性,因此在工业过程控制方面具有广泛的应用前景[3]. 简单易得的预测模型,滚动的有限时间段优化取代一成不变的全局优化,利用实时反馈信息使系统具有更强鲁棒性的闭环优化,这些无疑对其工业应用具有很大的吸引力.

动态控制算法(DMC)作为一种典型的预测控制算法,已在石油、化工等部门的过程控制中获得了成功的应用[3]. 本算法通过在传统动态矩阵控制算法的指标函数中引入跟踪误差的微分项,提出一种改进动态矩阵控制算法,使得控制系统具有更好的动态性能和更强的鲁棒性.

1 动态矩阵控制改进算法

对于一个渐进稳定的线性对象,测定对象单位阶跃响应的采样值为 $a_i(i=1,2,\cdots N)$. 其中当 $i>N$ 时,a_i 已进入稳态,即可认为 $a_N \approx a_s$(阶跃响应稳态值),则 $a_i(i=1,2,\cdots N)$ 即为该对象阶跃响应的非参数预测模型[4].

根据线性对象的比例叠加性质,确定从每一时刻 k 起的 M 个时刻的控制量增量 $\Delta u(k),\cdots\Delta u(k+M-1)$ 作用下,对象未来 P 个时刻输出预测值 $y_M(k+i|k),i=1,2,\cdots P$:

$$\boldsymbol{y}_{PM}(k) = \boldsymbol{y}_{P0}(k) + \boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{u}_M(k) \quad (\text{其中 } M \leqslant P \leqslant N), \tag{1}$$

$$\boldsymbol{y}_{PM}(k) = [y_M(k+1|k),\cdots,y_M(k+P|k)]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{y}_{P0}(k) = [y_0(k+1|k),\cdots,y_0(k+P|k)]^{\mathrm{T}}.$$

$y_0(k+i|k)$ 为 k 时刻起无控制增量时,P 个未来时刻的初始输出预测值.

$$\Delta\boldsymbol{u}_M(k) = [\Delta u(k),\cdots,\Delta u(k+M-1)]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_1 & & 0 \\ \vdots & \ddots & \\ a_M & \cdots & a_1 \\ \vdots & & \vdots \\ a_P & \cdots & a_{P-M+1} \end{bmatrix}.$$

标准动态矩阵控制优化性能指标函数为:

$$J(k) = \sum_{i=1}^{P} q_i e_f^2(k+1) + \sum_{j=1}^{M} r_j \Delta u^2(k+j-1), \tag{2}$$

其中 $e_f(k+i)$ 为 $k+i$ 时刻的系统跟踪误差[5-6],q_i,r_j,$i=1,2,\cdots P,j=1,2,\cdots M$,分别为误差权系数和控制权系数. 式(2)记为向量形式为:

$$J(k) = \|\boldsymbol{e}_{pf}(k)\|_Q^2 + \|\Delta\boldsymbol{u}_M(k)\|_R^2,$$

$$\boldsymbol{e}_{pf}(k) = \boldsymbol{w}_p(k) - \boldsymbol{y}_{PM}(k) =$$

* 收稿日期:2005-01-25
基金项目:重庆市科委科技攻关项目(CSTC,2004BB2165)
作者简介:汪纪锋(1944-),男,重庆人,重庆邮电学院教授,博士生导师,主要研究方向:控制理论及应用、智能控制技术.

$$\boldsymbol{w}_P(k)-\boldsymbol{y}_{P0}(k)-\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{u}_M(k),$$

其中 $\boldsymbol{w}_p(k)=[w(k+1),\cdots,w(k+P)]^{\mathrm{T}}$ 为未来 P 个时刻的期望输出向量.

通过极值条件 $\mathrm{d}J(k)/\mathrm{d}\Delta\boldsymbol{u}_M(k)=0$,得到:

$$\Delta\boldsymbol{u}_M(k)=(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{R})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}[\boldsymbol{w}_P(k)-\boldsymbol{y}_{P0}(k)]. \tag{3}$$

为了使控制系统具有更好的控制品质,现在动态矩阵控制算法的优化性能指标函数中引入跟踪误差的微分项,改进后的性能指标函数为:

$$J(k)=\sum_{i=1}^{P}[q_ie_f^2(k+i)+g_i\Delta e_f^2(k+i)]+\sum_{j=1}^{M}r_j\Delta u^2(k+j-1), \tag{4}$$

其中 $g_i,i=1,2,\cdots P$,为误差变化率权系数,式(4)记为向量形式:

$$J(k)=\|\boldsymbol{e}_{pf}(k)\|_Q^2+\|\Delta\boldsymbol{e}_{pf}(k)\|_G^2+\|\Delta\boldsymbol{u}_M(k)\|_R^2,$$

其中 $\Delta\boldsymbol{e}_{pf}(k)=\Delta[\boldsymbol{w}_P(k)-\boldsymbol{y}_{PM}(k)]=\Delta\boldsymbol{w}_P(k)-\Delta\boldsymbol{y}_{PM}(k)$.

结合式(1),得:

$$\Delta\boldsymbol{y}_{PM}(k)=\boldsymbol{y}_{PM}(k)-\boldsymbol{y}_{PM}(k-1)=$$
$$\boldsymbol{y}_{P0}(k)+\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{u}_M(k)-[\boldsymbol{y}_{P0}(k-1)+\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{u}_M(k-1)]=$$
$$\Delta\boldsymbol{y}_{P0}(k)+\boldsymbol{A}[\Delta\boldsymbol{u}_M(k)-\Delta\boldsymbol{u}_M(k-1)]. \tag{5}$$

考虑到控制增量是从时刻起,故认为控制增量在时刻前无变化,即

$$\Delta u(k-1)=0,$$

故 $\Delta\boldsymbol{u}_M(k-1)=[0,\Delta u(k),\cdots,\Delta u(k+M-2)]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{\alpha}\Delta\boldsymbol{u}_M(k)$,

$$\boldsymbol{\alpha}=\begin{bmatrix}0 & & 0 & \\ 1 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \\ 0 & & 1 & 0\end{bmatrix}_{M\times M}. \tag{6}$$

式(6)代入(5)得:

$$\Delta\boldsymbol{y}_{PM}(k)=\Delta\boldsymbol{y}_{P0}(k)+\boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{u}_M(k),$$
$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\alpha})=\boldsymbol{A}\boldsymbol{\beta},$$

$$\boldsymbol{\beta}=\begin{bmatrix}1 & & 0 & \\ -1 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \\ 0 & & -1 & 1\end{bmatrix}_{M\times M}, \tag{7}$$

$$\boldsymbol{Q}=\mathrm{diag}(q_1,q_2,\cdots q_P),$$
$$\boldsymbol{G}=\mathrm{diag}(g_1,g_2,\cdots g_P),$$
$$\boldsymbol{R}=\mathrm{diag}(r_1,r_2,\cdots r_M).$$

故性能指标函数为:

$$J(k)=\|\boldsymbol{w}_P(k)-\boldsymbol{y}_{P0}(k)-\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{u}_M(k)\|_Q^2+\|\Delta\boldsymbol{w}_P(k)-\Delta\boldsymbol{y}_{P0}(k)-\boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{u}_M(k)\|_G^2+\|\Delta\boldsymbol{u}_M(k)\|_R^2. \tag{8}$$

根据 $\begin{cases}\|\boldsymbol{\alpha}\|_x^2=\boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{x}\boldsymbol{\alpha}\\ \dfrac{d\boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{x}\boldsymbol{\alpha}}{d\boldsymbol{\alpha}}=2\boldsymbol{x}\boldsymbol{\alpha}\end{cases}$ 其中 $\boldsymbol{\alpha}$ 为 n 维列向量,$\boldsymbol{x}$ 为 $n\times n$ 对称阵,得:

$$\frac{dJ(k)}{d\Delta\boldsymbol{u}_M(k)}=-2\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{Q}[\boldsymbol{w}_P(k)-\boldsymbol{y}_{P0}(k)-\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{u}_M(k)]-2\boldsymbol{B}^T\boldsymbol{G}[\Delta\boldsymbol{w}_P(k)-\Delta\boldsymbol{y}_{P0}(k)-\boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{u}_M(k)]+2\boldsymbol{R}\Delta\boldsymbol{u}_M(k). \tag{9}$$

上式代入极值条件 $\mathrm{d}J(k)/\mathrm{d}\Delta\boldsymbol{u}_M(k)=0$,求得:

$$\Delta\boldsymbol{u}_M(k)=(\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{Q}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}^T\boldsymbol{G}\boldsymbol{B}+\boldsymbol{R})^{-1}\{\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{Q}[\boldsymbol{w}_P(k)-\boldsymbol{y}_{P0}(k)]+\boldsymbol{B}^T\boldsymbol{Q}[\Delta\boldsymbol{w}_P(k)-\Delta\boldsymbol{y}_{P0}(k)]\}. \tag{10}$$

由于在 k 时刻,$\boldsymbol{w}_P(k)$,$\boldsymbol{y}_{P0}(k)$ 均为已知,上式给出了 k 时刻起改进动态矩阵控制算法控制量 $\Delta u(k),\cdots,\Delta u(k+M-1)$ 的最优值. 但在 k 时刻,并不是把所有的从该时刻起的 M 个控制增量当作实现的最优解,而是只取其中的即时控制增量 $\Delta u(k)$ 构成实际控制 $u(k)$ 作用于对象[4]. 到下一个时刻,计算新的初始预测输出值,考虑到模型失配、不确定干扰因素等影响,取

$$\boldsymbol{y}_{P0}(k+1)=\boldsymbol{F}[\boldsymbol{y}_{P1}(k)+\boldsymbol{H}e(k+1)],$$

其中 $\boldsymbol{F}$ 为转移矩阵,

$$\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & \\ & \ddots & \ddots & \\ & 0 & 1 & \\ 0 & & 1 & \end{bmatrix}_{P\times P}.$$

$\boldsymbol{y}_{P1}(k)$ 为 k 时刻起经该时刻控制增量 $\Delta u(k)$ 作用后的输出预测值向量,$e(k+1)=y(k+1)-y_1(k+1|k)$,为 $k+1$ 时刻的输出误差. $\boldsymbol{H}=[h_1,h_2,\cdots,h_P]$,这样通过反馈校正向量 $\boldsymbol{H}$ 构成闭环优化,来增强系统的鲁棒性. 到下一时刻,重复上述优化过程.

2 算法仿真

为了说明改进后的动态矩阵控制具有更好的控制性能,对下述被控对象应用两种算法分别进行仿真研究比较.

被控对象的仿真模型为:

$$y(k)-1.5y(k-1)+0.56y(k-2)=0.5u(k-1)+0.1u(k-2),$$

取建模时域 $N=40$,由对象的阶跃响应得到预测模型为 $a_i(i=1,2,\cdots,40)$. 根据对象的类型及其动态性能取优化时域 $P=6$,控制时域 $M=4$,因为对象无延迟和非最小相位特性,按一般原则取:$\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{G}=\boldsymbol{I}_{P\times P}$,$\boldsymbol{R}=0.2\boldsymbol{I}_{M\times M}$,$\boldsymbol{H}=[1,1,\cdots,1]^T$ 设系统初始输入输出为零,k 时刻输入设定为阶跃信号,分别对两种算法进行仿真,系统的响应如图所示,曲线 1 为标准动态矩阵控制算

法对应的阶跃响应,曲线 2 为改进后算法的阶跃响应.

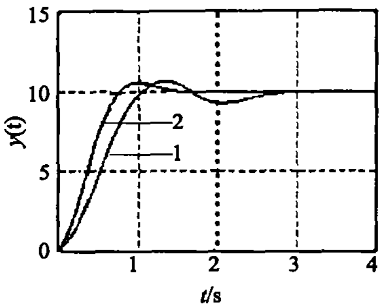

图 1　对象阶跃响应曲线图

3 结　论

笔者提出的改进动态矩阵控制算法是在原算法性能指标函数中引入跟踪误差的微分项,使得系统的输出能更好的跟踪期望输出,并且算法并没有增加太多的计算量. 仿真结果表明,适当地选择各时域参数和权矩阵,改进后的算法较原算法有更快的动态响应速度,过渡时间较短,响应过程也更加平稳,在一定程度上改善了系统的动态性能,加强了系统的鲁棒性.

参考文献:

[1] 金以慧. 过程控制[M]. 北京:清华大学出版社,1997.

[2] 邵惠鹤. 工业过程高级控制[M]. 上海:上海交通大学出版社,1997.

[3] 黄函洲,陈火平,韩光胜. 预测控制的研究现状[J]. 北京工业大学学报,1997,23(2):123 - 130.

[4] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京:国防工业出版社,1993.

[5] 李嗣福. MAC 和 DMC 的改进算法[J]. 自动化学报,1993,19(4):413 - 419.

[6] 王剑. 一种改进的模型算法控制[J]. 控制与决策,2000,15(2):245 - 247.

Predictive Control Algorithm Based on the Track Error Rate

WANG Ji-feng, LUO Yuan-qiao

(Chongqing University of Posts & Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: As a kind of predictive control algorithms based on step response, dynamic matrix control algorithm ensure system's control characteristic via optimizing track error and restricting increment of the control signal. It does not calculate the influence upon system dynamic response made by track error rate. For a better system dynamic characteristic, based on the item of track error in optimal cost index function, this paper presents an improved DMC predictive control algorithm which makes the system dynamic characteristic be better via introducing differential item of track error in index function. The study of theory analysis and computer simulation shows that the ability of controller has been improved greatly.

Key words: dynamic matrix control; optimal cost characteristic index function; track error

(编辑　吕赛英)