

文章编号:1000-582X(2005)08-0064-04

一种改进的余弦窗及其 DSP 实现*

朱冰莲,梁立宏,张文明,孔杰

(重庆大学通信工程学院,重庆 400030)

摘要:提出了一种减少频谱泄漏,而又易于实现的改进的余弦窗,其核心思想是对一般的余弦窗函数施加一个指数 m ,根据对频率分辨率和幅值精度、旁瓣抑制的侧重不同,改变 m 的值,得到不同性能的改进余弦窗.在 DSP 中软件实现时,针对不同的 m 值,进行不同次数的循环来实现.仿真结果表明,这是一种效果比较好的加窗方法.

关键词:频谱泄漏;余弦窗;指数;DSP

中图分类号:TN911.6

文献标识码:A

数字信号处理是一门理论和技术发展十分迅速、应用非常广泛的前沿交叉性学科,而离散傅里叶变换(DFT)是数字信号处理的基础.在实际的处理中,总是对信号取有限个样点进行分析,这样离散傅里叶变换就隐含了对信号加矩形窗.这将导致能量向旁瓣中泄漏,主瓣变得模糊不清,严重时导致主瓣产生很大失真,甚至主瓣中的弱分量被旁瓣中的强泄漏所掩盖^[1].因此,如何尽可能减小频谱泄漏是一个十分重要的问题.人们提出了对数据加窗处理,加窗的目的是使主瓣突出,旁瓣衰减快.由于余弦函数的频域表达式比较简单,通常选择余弦函数作为窗函数.笔者在深入分析频谱泄漏本质的基础上,提出了对余弦窗的一种改进方法,其核心思想是对余弦函数施加一个指数 m , m 值的大小决定了窗函数的下降速度, m 趋于 1,则窗函数趋于通常的余弦窗, m 越大,则窗函数下降越快,同时主瓣也有所加宽.合理地选择不同的余弦窗和指数 m 的数值,可以满足不同的应用要求.

1 频谱泄漏的本质

对周期信号进行 DFT 分析的理想情况是^[1-2]:在足够的采样频率下对信号记录足够多的样点数,经频谱变换后在离散频域得到对应位置上的独立谱线,每根谱线对应信号的一个频率分量,以此为基础计算信号的对应参数.然而采样过程的采样频率、记录的样点

数与信号周期不能正确匹配时,经 DFT 分析后将得不到理想的独立谱线,此时若仍然直接以 DFT 分析的结果为基础进行信号分析的话,将会给计算结果带来显著的模型误差.与理想的频谱相比,实际频谱有失真,这种失真主要是造成频谱的扩散,这就是所谓的频谱泄漏.

以有限长单音信号 $x(t) = Ae^{j\omega t} e^{j\theta}$ 为例^[1,3-4],将其采样离散化,并进行离散傅里叶变换(DFT)后,得到的离散频谱表达式如下:

$$X(n) = AN \frac{\sin(n-k)\pi}{2(n-k)\pi} e^{j\theta} e^{-j(n-k)\pi}, \quad (n = 1, 2, \dots, N-1), \quad (1)$$

其中正整数 N 为采样分析的样点数,如果 k 为整数,则有下式成立:

$$X(n) = \begin{cases} ANe^{j\theta}/2 & n = k, \\ 0 & n \neq k. \end{cases} \quad (2)$$

从式(2)可看出,当 k 为整数时,离散频谱是单根谱线,其参数(包括幅度、频率以及相位)可由式(2)得到,即是说可以准确确定整数次谐波的幅度、频率和相位;当 k 不是整数时,离散频谱较复杂,令 $k = k_1 + r$ (其中 k_1 为整数, $0 < r < 1$),离散频谱表达式如式(3):

$$X(n) = AN \frac{\sin(n-k_1)\pi - r\pi}{2(n-k_1)\pi - r\pi} e^{j\theta - j[(n-k_1)\pi - r\pi]}. \quad (3)$$

将式(3)化简得到:

* 收稿日期:2005-04-02

基金项目:重庆市科委应用基础研究基金资助项目(7964);重庆大学研究生创新实践基金资助项目(2004C004)

作者简介:朱冰莲(1959-),女,四川富顺人,重庆大学副教授,博士,主要从事信号处理及其应用的研究.

$$X(n) = AN \frac{M}{(n - k_1 - \pi)} = \frac{M}{l}, \text{其中 } l = n - k_1 - r,$$

$$M = -AN \sin(r\pi) e^{j(\theta + r\pi)} / (2\pi). \quad (4)$$

由式(4)可看出,对于某一特定的单音信号来说, M 是一个常数. 信号的离散频谱并不是单根谱线,而是在整个频域上无限延伸的. 2 个局部幅度最大值出现在 $n = k_1, n = k_1 + 1$ 处. 这就是通常所说的离散傅里叶变换的频谱泄漏.

2 改进的余弦窗及其在 DSP 中的实现

由上面的分析可见,频谱泄漏是 DFT 变换后频谱的扩散造成的. 要减小频谱泄漏,通常对信号加余弦窗. 为了尽可能减小频谱泄漏造成的频谱之间的互相干扰,需要窗函数对旁瓣有很好的抑制. 因此对一般的余弦窗函数进行了改进,对其施加一个指数 m . 指数 m 的大小决定了窗函数的扁平程度,指数 m 趋于 1,则窗函数趋于一般的余弦窗, m 越大,窗函数越尖锐. 余弦窗的一般表达式^[4-6]:

$$w_{0K}(t) = \sum_{k=0}^K (-1)^k a_k \cos(2\pi kt), \quad (5)$$

式(5)离散化表达式如下:

$$w_{0K}(i) = \sum_{k=0}^K (-1)^k a_k \cos(2\pi ki/N), \quad (6)$$

K 决定窗函数主瓣的宽度, K 和 a_k 决定旁瓣的幅度. 对于某一特定的 K 值,主瓣宽度相近,旁瓣幅度取决于 a_k 的值.

对式(6)进行改进,施加指数 m 后的表达式如下:

$$w_K(i) = \left[\sum_{k=0}^K (-1)^k a_k \cos(2\pi ki/N) \right]^m, \quad (7)$$

其离散傅里叶变换表达式如式(8):

$$W_K(n) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^m \left[\sum_{k=0}^K (-1)^k a_k E(n) \right] \times$$

$$\left[\sum_{k=0}^K (-1)^k a_k E(n) \right] \times \cdots \times \left[\sum_{k=0}^K (-1)^k a_k E(n) \right], \quad (8)$$

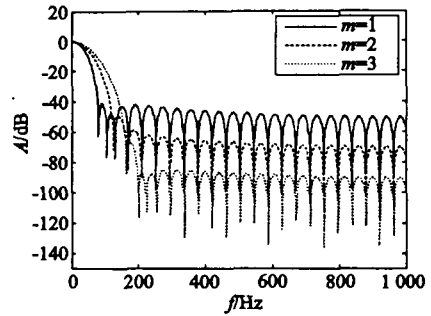
其中, $E(n)$ 为 $\cos(2\pi ki/N)$ 的离散傅里叶变换,表达式如式(9):

$$E(n) = (D(n - k) + D(n + k)) / 2. \quad (9)$$

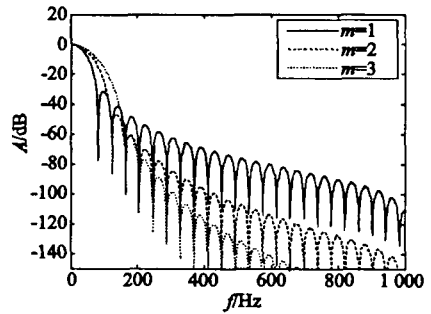
$D(n)$ 是狄里切利函数,表达式为:

$$D(n) = e^{-j\pi n(N-1)/N} \frac{\sin(\pi n)}{N \sin(\pi n/N)}. \quad (10)$$

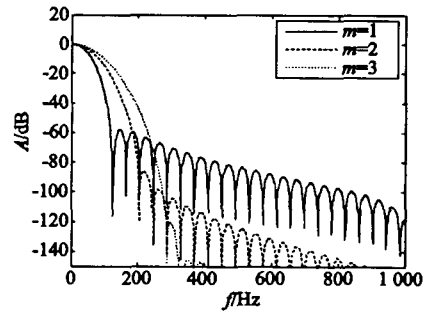
通过调整改进余弦窗表达式(7)中的 m 值可以得到不同主瓣宽度和衰减速度的改进余弦窗. 并通过不断调整,选择合适的 K, a_k 及 m 值. 图 1 是不同参数的 6 种余弦窗及其在 $m = 2, m = 3$ 情况下的改进型的频谱图.



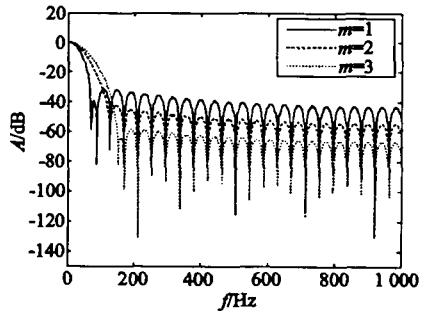
(a) $K=1, a_0=0.54, a_1=0.46$ 时的频谱图



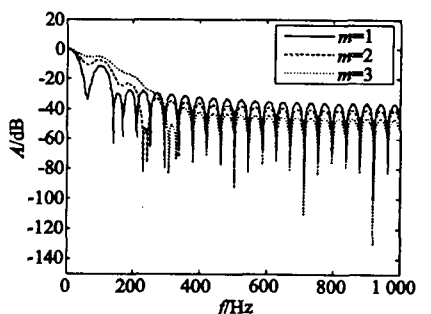
(b) $K=1, a_0=0.5, a_1=0.5$ 时的频谱图



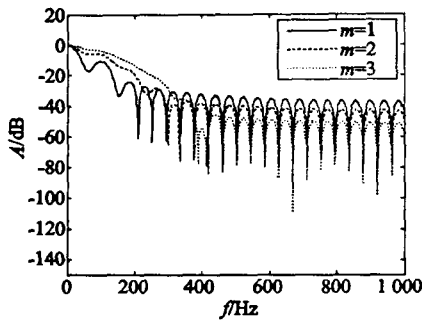
(c) $K=1, a_0=0.6, a_1=0.4$ 时的频谱图



(d) $K=2, a_0=0.42, a_1=0.5, a_2=0.08$ 时的频谱图



(e) $K=3, a_0=0.5, a_1=0.2, a_2=0.18, a_3=0.12$ 时的频谱图



(f) $K=4, a_0=0.4, a_1=0.24, a_2=0.2, a_3=0.12, a_4=0.04$ 时的频谱图

图 1 6 种不同参数余弦窗及其不同指数改进窗的频谱图对比从图 1 可以看出:

- 1) 在 m 值相同时, K 相同的窗函数有相近的主瓣宽度, 随着 K 的增大, 主瓣宽度增大.
- 2) 在 K, a_k 相同时, 随着 m 的增大, 主瓣有所加宽. 在实际应用中, 可以根据需要, 选择合适的 m 值对余弦窗施加不同的指数, 得到不同性能的窗函数. 若取 m 为正整数, 则改进窗可以看作 m 个一般余弦窗子系统的级联系统. 主瓣宽度是选择窗函数所要考虑的参数之一^[7], 当需要分辨频率很接近的信号时, 希望主瓣宽度越小越好.
- 3) 在 K, a_k 相同时, 随着 m 的增大, 第一旁瓣衰减迅速加大, 抑制旁瓣性能有很大改善. 第一旁瓣衰减也是选择窗函数所要考虑的参数之一^[7], 当需要分辨幅值相差很大而频率接近的信号时, 希望第一旁瓣衰减越大越好.

4) 在 K, a_k 相同时, 随着 m 的增大, 衰减速度变快. 这一参数对于分辨频率相距较远的小信号有重要意义^[7]. 其绝对值越大越好.

5) 在 K, a_k 相同时, 随着 m 的增大, 最大衰减加大. 对于分辨小信号有意义^[7], 最大衰减越大, 能分辨出越小的信号. 其绝对值越大越好.

图 2 是实际的数字信号处理系统框图. 在图中, 输入信号为 $x(t)$, 前置预滤波器的作用是将高于折叠频率(等于抽样频率的一半)的分量滤掉, 以防止频谱的混叠; 经 A/D 变换后, 得到对应的数字信号 $x(i)$; 为了减少频谱泄漏, 能够对信号进行更精确的分析, 用窗函数对信号加窗; 加窗后的信号进行离散傅里叶变换(通常用 FFT)得到 $X(n)$, 然后进行后续的频域处理. 其中, 加窗处理在 DSP(数字信号处理器)中用软件实现的流程图如图 3 所示, 加窗的长度为 N , 所施加的指数值为 m . 加权就是将 N 个数据逐个与对应的 N 个系数相乘, 窗函数系数及处理程序放在片外的 EPROM 中, 系统运行时被读到 DSP 中的一段存储单元(如图 4 所示), 然后保存加权结果, 直到一组中的 N 个数据全

部处理完. 用一个计数模值为 m 的计数器 M_1 来控制重复加窗的次数, 用前面保存的存储单元中的数值再次用同样的加权系数进行加权, 结果存放回原来的单元, 以节省存储空间, 也便于编程实现, 此过程重复 $m-1$ 次. 最后输出的数据作为后面 FFT 变换模块的输入, 同时继续对下一组数据加窗.

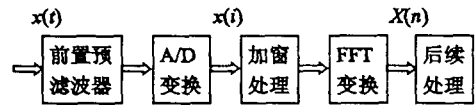


图 2 实际应用系统框图

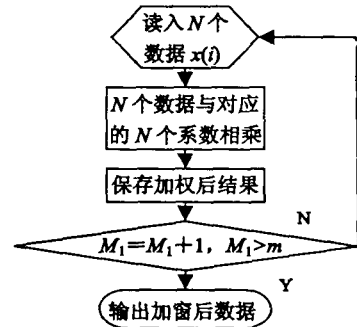


图 3 加窗处理的软件实现流程图

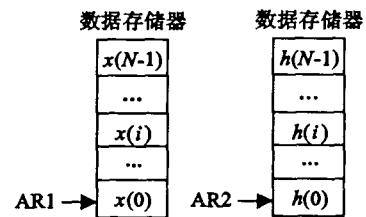


图 4 数据和系数的存储器分配图

以 TI 公司的 TMS320C5000 DSPs 为例, 在 DSP 中实现时, 分别为待加窗处理的数据(用 $x(i)$ 表示)、窗函数系数(用 $h(i)$ 表示)分配一定的数据存储单元. 以寄存器 AR1、AR2 分别指向数据段和系数段的起始位置, 把窗函数长度值 N 赋给循环缓冲区长度寄存器(BK), 用乘法指令实现加权, 通过不断的修改 AR1、AR2 指向的地址来完成以组数据的加窗运算, 把指数值 m 赋给累加器 B 来控制重复加窗的次数. 每次乘法得到的结果还是放回原来的单元, 替换旧的 $x(i)$ 值.

3 仿真实验

在数字自适应外差窄带干扰抑制系统中, 系统输入信号中心频率为 70 MHz, 处理带宽为 14 MHz, 采样频率 40 MHz, 当存在几个频率接近的强干扰时, 要求能够很好地抑制干扰之间互相影响, 以便准确地确定各个干扰的频率, 对干扰进行准确地复制、抵消. 对提出的改进余弦窗进行仿真实验, 以式(7)中的参数为 $K=1, a_0=0.5, a_1=0.5$ 的窗函数为例, 假设待处理的信号中有 3 个强单音干扰, 分别为 72 MHz、72.7 MHz、

73 MHz,幅值比为 4:1:4,作 2048 点的 FFT 变换,频率分辨率 $F = 40 \text{ MHz}/2048$,采用 N-Sigma 门限算法,在 CCS2.0 中得到如图 5 所示的结果.图中所示的是指数为不同值(0~3)时干扰频率对应的离散频谱序号,干扰频率估计值 = $80 - [(起始序号 - 终止序号)/2 - 1] \times F$.

Address	start_end_0	start_end_1	start_end_2	start_end_3
0488:	345	377	402	416
048E:	354	362	371	377
0494:	354	363	372	378
049A:	354	363	373	377

图 5 3 个干扰在不同指数时的起止序号位

表 1 干扰频率估计 MHz

干扰实际频率	不同 m 值时的估计频率			
	0	1	2	3
73.0	72.969	73.027	73.008	73.008
72.7	—	72.715	72.695	72.695
72.0	72.031	72.011	71.992	71.992

从表 1 可以看出,不加窗或者说加矩形窗($m = 0$)时干扰频率估计误差较大,72.7 MHz 的干扰识别不出来;加参数为 $K = 1, a_0 = 0.5, a_1 = 0.5$ 的窗函数($m = 1$)后,干扰频率估计误差有很好的改善; $m = 2$ 时,相对于 $m = 1$ 的情况,频谱估计准确度也有所提高;与 $m = 2$ 的情况相比, $m = 3$ 时的频谱估计准确度没有明显的改善.这里,选择指数 $m = 2$,一方面可以很好地估计干扰频率点,另一方面也不会过多地增加计算量.在实际应用中,可以根据需要的不同,选择式(7)中合适的 K, a_k 及 m 值.选取的 m 越大,区分相邻频率的能力越强.

4 结束语

分析了频谱泄漏的本质,提出了一种改进的余弦窗及其在 DSP 中的软件实现方法,并以实例讨论了参数 m 值对窗函数性能的影响.不同的 m 值在软件实现时只需进行不同次数的循环,设计比较简单,效果也较好,为窗函数的设计提供了一种新的方法.

参考文献:

- [1] 程佩清. 数字信号处理教程[M]. 第 2 版. 北京:清华大学出版社,2001. 348-353.
- [2] 何圣雁,喻胜,陈光福. 交流信号 DFT 分析中的有限记录长度效应及改进方法的研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2001,15(1):48-52.
- [3] XUE HUI, YANG RENGANG. A Novel Algorithm for Harmonic Measurement in Power System[Z]. International Conference on Power System Technology, Kunming, China, 2002.
- [4] XUE H, YANG R. Optimal Interpolating Windowed Discrete Fourier Transform Algorithms for Harmonic Analysis in Power Systems[J]. Generation, Transmission and Distribution, IEEE Proceedings, 2003,150(5):583-587.
- [5] ZHANG FUSHENG, GENG ZHANGXING, YUAN WEI. The Algorithm of Interpolating Windowed FFT for Harmonic Analysis of Electric Power System[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2001,16(2):160-164.
- [6] CRINON R J. Sinusoid Parameter Estimation Using the Fast Fourier Transform[Z]. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Portland, Oregon, U. S. A, 1989.
- [7] 牛宝钢,朱长春. 半正弦窗的衍生形式及其特征分析[J]. 数据采集与处理, 2002,17(3):312-31

Improved Cosine Window and Its Implementation with DSP

ZHU Bing-lian, LIANG Li-hong, ZHANG Wen-ming, KONG Jie

(College of Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: An improved cosine window is put forward, which can reduce the spectrum leakage and can be easily implemented. The center of the method is to apply an exponent- m to the usual window function. A proper value can be chosen for the exponent in light of the particular emphasis on frequency resolution, amplitude precision or sidelobe suppression and we can modify the characteristic of the window function through altering the value of m . Cycle of different times is carried out to implement it in DSP with software. The result of the emulator makes it clear that it is a method with good effect.

Key words: spectrum leakage; cosine window; exponent; DSP