

文章编号:1000-582X(2006)11-0112-03

双通道计算全息图的制作*

侯瑞宁, 王 丁
(重庆大学 数理学院, 重庆 400030)

摘 要:介绍用 matlab 软件制作一种双通道计算全息图的方法,并给出一种简单的光学再现方法. 用 matlab 软件的内部函数在一个单元格中画一个黑色矩形块,将 2 个物函数同时编码制成一张双通道计算全息图.把绘制的全息图显示在电脑屏幕上,直接用照相机缩拍到 4 mm×4 mm 尺寸得到一张计算全息图胶片.当用单色平行光照射胶片时,胶片后面透镜的焦平面上相互垂直的两个方向上再现出 2 个物的像,它们在空间上是分离的,实现了双通道显示.文中给出了证实这种制作和再现办法的实验结果.

关键词:计算全息;matlab;双通道;光学再现
中图分类号:0438.1

文献标识码:A

1965 年德国光学专家罗曼使用计算机和绘图仪制作了世界上第一幅计算全息图.它不仅完整的记录光波的振幅和位相,而且能够综合复杂的波面或者物理上不存在的物体的全息图.因而具有独特的优点和极大的灵活性.传统的计算全息图^[1]在一张全息图上只能记录和再现一个像,即属于单通道计算全息图.一些文章^[2-4]中提出双通道计算全息的编码方法,它们的共同点是都能将 2 个物函数信息同时编码进 1 张全息图,再现时在互相垂直的方向上分别成不同的像,2 个像在空间上发生了分离,从而实现载波信息通道变化.由于在一个全息图中可同时编码 2 个物函数,所以可以增加编码的信息量.文献[5]中提到的编码方法与文献[2-3]中的不同,该方法在一个抽样单元格内只画一个矩形块,在绘图时比文献[2-3]中提到的方法易于实现.文中在该编码方法的基础上,提出具体的用 matlab 软件制作该双通道全息图的方法,并通过对面出的图在电脑屏幕上直接用照相机缩拍到合适尺寸,实现了双通道计算全息的光学再现.

$P_{nm}^y \delta \nu$, 用 $W_{nm}^x \delta \nu$ 、 $P_{nm}^x \delta \nu$ 和 $W_{nm}^y \delta \nu$ 、 $P_{nm}^y \delta \nu$ 分别来编码 2 个物函数 $u_x(x, y)$ 和 $u_y(x, y)$ 的振幅和位相.把画出的图进行光学缩版至合适尺寸后,放入如图 2 所示的光路中,则可在像平面互相垂直的 2 个方向上分别再现出 2 个物 $u_x(x, y)$ 和 $u_y(x, y)$ 的像.

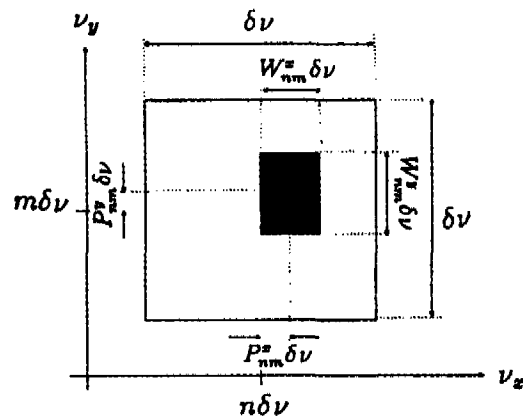


图 1 计算全息中单元结构图

全息图的二值振幅透射率函数可以表示为:

$$H(\nu_x, \nu_y) = \sum_n \sum_m \text{rect}\left(\frac{\nu_x}{W_{nm}^x \delta \nu}\right) \text{rect}\left(\frac{\nu_y}{W_{nm}^y \delta \nu}\right) * \delta[\nu_x - (n + P_{nm}^x) \delta \nu, \nu_y - (m + P_{nm}^y) \delta \nu] \quad (1)$$

其中 * 号表示卷积.

1 双通道计算全息图编码原理

如图 1 所示是全息图的一个抽样单元,其大小为 $\delta \nu \times \delta \nu$,在抽样单元内画黑色矩形块,矩形块的水平宽度和垂直高度分别为 $W_{nm}^x \delta \nu$ 和 $W_{nm}^y \delta \nu$,矩形中心偏离单元中心的距离在水平和竖直方向分别为 $P_{nm}^x \delta \nu$ 和

* 收稿日期:2006-06-18

作者简介:侯瑞宁(1980-),男,山西运城人,重庆大学硕士研究生,主要从事光学全息和信息处理研究.

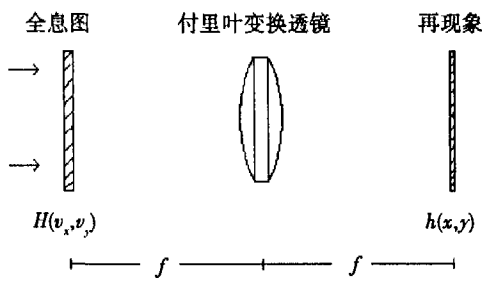


图2 计算全息图再现光路

$$rect(x)rect(y) = \begin{cases} 1 & |x| \leq \frac{1}{2}; \quad |y| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

如图2,当用相干平行光照明全息图,在图中所示像面上 $H(\nu_x, \nu_y)$ 的傅立叶逆变换为:

$$h(x, y) = \iint H(\nu_x, \nu_y) \exp[i2\pi(x\nu_x + y\nu_y)] d\nu_x d\nu_y = \sum_n \sum_m W_{nm}^x \delta\nu \text{sinc}(W_{nm}^x \delta\nu x) \times W_{nm}^y \delta\nu \text{sinc}(W_{nm}^y \delta\nu y) \times \exp[i2\pi x(n + P_{nm}^x) \delta\nu] \exp[y2\pi(m + P_{nm}^y) \delta\nu]. \quad (2)$$

注意这里已假定 x 和 y 是2个独立变化的量.

希望选择变参数 $W_{nm}^x \delta\nu$, $P_{nm}^x \delta\nu$ 和 $P_{nm}^y \delta\nu$, $W_{nm}^y \delta\nu$, 使得像面上的复数波前在 x, y 两个正交方向上分别等于 $u_x(x, y)$ 和 $u_y(x, y)$. 假定在像平面上沿 x 和 y 方向的一级衍射光分别出现在 $(x_0, 0)$, $(0, y_0)$ 点, 则像平面上图像表达式可分别表示为 $u_x(x - x_0, y)$, $u_y(x, y - y_0)$. 用一个函数表示为:

$$u^{xy}(x - x_0, y; x, y - y_0) = \iint U(\nu_x, \nu_y) \exp[-i2\pi(x_0\nu_x + y_0\nu_y)] \cdot \exp[i2\pi(x\nu_x + y\nu_y)] d\nu_x d\nu_y \quad (3)$$

其中 $U(\nu_x, \nu_y) = F[u^{xy}(x - x_0, y; x, y - y_0)]$, 这里的 F 表示傅立叶变换.

使用 $U(\nu_x, \nu_y)$ 的采样表示

$$U(\nu_x, \nu_y) = \sum_n \sum_m U(n\delta\nu, m\delta\nu) \text{sinc}\left(\frac{\nu_x}{\delta\nu} - n\right) \text{sinc}\left(\frac{\nu_y}{\delta\nu} - m\right) \quad (4)$$

其中 $\delta\nu$ 是采样间隔, 按定义应为 $\delta\nu = \frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta y}$, Δx 和 Δy 是 u^{xy} 的空间宽度尺寸, 把式(4)代入式(3)并作交换积分和求和顺序得到:

$$u^{xy}(x - x_0, y, x, y - y_0) = \text{rect}\left(\frac{x - x_0}{\Delta x}\right) \text{rect}\left(\frac{y - y_0}{\Delta y}\right) \sum_n \sum_m U(n\delta\nu, m\delta\nu) \exp[-i2\pi(x_0 n + y_0 m) \delta\nu] \exp[i2\pi(xn + ym) \delta\nu]. \quad (5)$$

式(5)中的 $U(n\delta\nu, m\delta\nu)$ 可以用 $u^{xy}(x - x_0, y; x, y - y_0)$ 的傅立叶变换值表示出:

$$U(n\delta\nu, m\delta\nu) = A_{nm}^x \exp(i\varphi_{nm}^x) A_{nm}^y \exp(i\varphi_{nm}^y)$$

于是式(5)可表示为:

$$u^{xy}(x - x_0, y; x, y - y_0) = \text{rect}\left(\frac{x - x_0}{\Delta x}\right) \text{rect}\left(\frac{y - y_0}{\Delta y}\right) \cdot \sum_n \sum_m A_{nm}^x \exp(i\varphi_{nm}^x) A_{nm}^y \cdot \exp(i\varphi_{nm}^y) \exp[-i2\pi(x_0 n + y_0 m) \delta\nu] \cdot \exp[i2\pi(xn + ym) \delta\nu] \quad (6)$$

让式(2)和式(6)表示的级数和对应各项相等, 并作简化假设 $x_0 \delta\nu = y_0 \delta\nu = 1$ 及近似认为 $x \delta\nu = y \delta\nu = 1$, 最后可得如下公式:

$$W_{nm}^x = \frac{1}{\pi} \arcsin A_{nm}^x, \quad P_{nm}^x = \frac{\varphi_{nm}^x}{2\pi};$$

$$W_{nm}^y = \frac{1}{\pi} \arcsin A_{nm}^y, \quad P_{nm}^y = \frac{\varphi_{nm}^y}{2\pi}; \quad (7)$$

这些公式就表示出两图像分布的傅立叶变换幅值和位相分布与该方法制作双通道傅立叶计算全息图所需各绘制参数之间的关系.

2 双通计算全息的制作

在制作时, 编码绘图用 matlab 软件^[6]的内部画图函数 `rectangle()` 来绘制抽样单元内的黑色矩形块, 用 $W_{nm}^x \delta\nu$, $W_{nm}^y \delta\nu$ 分别控制矩形块的宽与高, 用 $P_{nm}^x \delta\nu$, $P_{nm}^y \delta\nu$ 分别来控制矩形块中心在 x 和 y 方向上偏离抽样单元中心的距离.

具体制作过程如下:

1) 对2个物函数分别进行抽样, 在制作过程中选取 64×64 个抽样点. 就是用 `imread()` 函数分别读出大小均为 64×64 的2个物函数, 分别保存在矩阵 A_{10} 和 A_{20} 中.

2) 通过分别乘随机位相因子来平滑2个物函数的傅立叶变换谱, 起到光学全息中毛玻璃的漫射光的作用. 即用 `rand()` 函数产生2个大小为 64×64 的随机矩阵, 分别保存在 r_1 和 r_2 中. 并让 $A_1 = A_{10} \times \exp(i2\pi r_1)$, $A_2 = A_{20} \times \exp(i2\pi r_2)$.

3) 对乘了随机位相因子的2个物函数分别进行二维傅立叶变换. 即用二维快速傅立叶变换函数 `fft2()` 对 A_1 和 A_2 分别进行傅立叶变换, 由于离散傅立叶变换时高频分布在边缘, 还要通过 `fftshift()` 函数将高频移到频谱的中部, 避免再现时像分散在边缘.

4) 计算编码公式中的 W_{nm}^x, P_{nm}^x 和 W_{nm}^y, P_{nm}^y . 即用 $\text{abs}()$ 和 $\text{angle}()$ 函数分别计算出 2 个物函数各抽样点的傅立叶变换谱的模与幅角, 并对计算出的各点的模分别进行归一化, 然后计算出各点模的反正弦值, 然后用编码公式计算出 W_{nm}^x, P_{nm}^x 和 W_{nm}^y, P_{nm}^y .

5) 在计算机上画图. 规定绘图的大小 S 和起始单元的中心点坐标, 并设置抽样单元的大小为 $S/64 \times S/64$. 用上面计算出的各点的 W_{nm}^x, P_{nm}^x 和 W_{nm}^y, P_{nm}^y 控制 $\text{rectangle}()$ 函数里的参数进行绘图, 在绘图过程中要把溢出单元格的那一部分移到本单元格另一侧. 值得注意的是, 当在 2 个方向上都溢出单元格时, 则要把溢出的部分移到本单元格的其他三侧去.

6) 通过对画出的图在电脑屏幕上直接用照相机进行缩拍到合适尺寸, 显影定影后就得到一个双通道计算全息图.

3 实验结果与结论

实验中以汉字“重”和“庆”作为两个物, 每个物分别取样 64×64 个单元, 经过快速傅立叶变换得到他们各自的离散傅立叶谱, 利用前文所述的编码公式进行编码并绘图后, 就得到了双通道计算全息图, 如图 3 所示为画出的计算全息图的一部分. 通过对画出的全息图在电脑屏幕上直接用照相机缩拍到合适尺寸, 放入图 2 所示的光路中进行再现, 结果如图 4 所示. 在图中, x 方向的 1 级衍射级上分别再现出了“重”字的正像和共轭像, 在 y 方向的 1 级衍射级上分别再现出了“庆”字的正像和共轭像.

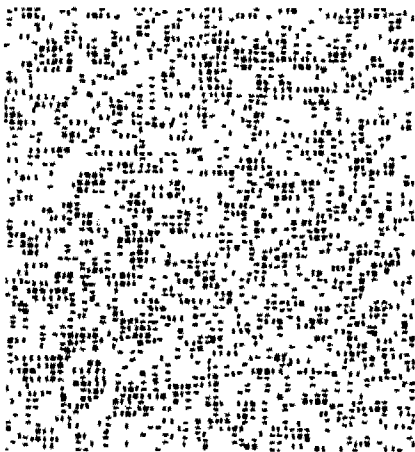


图 3 计算全息图照片

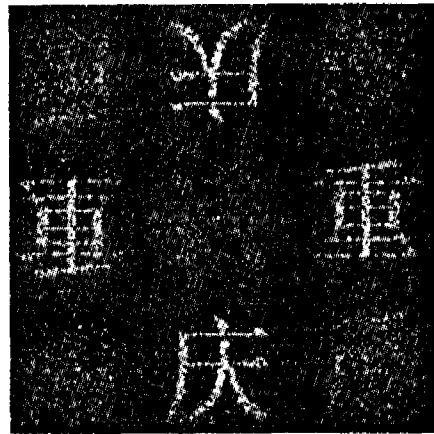


图 4 计算全息图再现的像

实验结果验证了该制作方法的正确性, 得出用 matlab 软件进行这种双通道计算全息编码的可行性. 在这种双通道计算全息的编码过程中引入 matlab, 不仅在算法上实现比较简单, 画图和程序的编制更直观, 同时由于 matlab 软件强大的图像处理功能, 还可以方便的进行模拟再现. 所以 matlab 软件对正确制作这种双通道计算全息起到了积极的作用. 同时还证实了该再现方法的可行性, 为计算全息的光学再现提供了一种简单的实现手段.

参考文献:

- [1] 虞祖良, 金国藩. 计算机制全息图[M]. 北京: 清华大学出版社, 1984.
- [2] MENDLOVIC D. Double - multiplexed Computer - generated Hologram[J]. Opt Commun, 1995, 116(4): 322 - 326.
- [3] 鲁越晖. 双通道计算全息及仿真再现[J]. 应用激光, 2002, 22(6): 548 - 551.
- [4] ARAIZA-ESQUIVEL M, GUEL-SANDOVAL S. Two-channel Computer-generated Holograms: a Simplified Method[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2003, 39: 629 - 632.
- [5] WEAVER H J. Applications of Discrete and Continuous Fourier Analysis[M]. New York: A Wiley-interscience Publication, 1983.
- [6] 陈家祯, 郑子华. matlab 中二元傅立叶变换计算全息图的算法[J]. 福建大学学报, 2003, 3(9): 22 - 25.

(下转第 118 页)

Critical Phase Transition of the Two-dimensional Microcanonical Ising Model by Cellular Automata Q2R Method

LI Li-qi, WANG Zong-li

(College of Mathematics and Physics, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: The authors construct a microcanonical ensemble system and analyzes the phase change of the two-dimensional Ising model Cellular Automata Q2R/WQ2R method. The result indicates that the numerical value simulation can show the spontaneous magnetization of two-dimensional crystal lattice in isolated system. The authors have observed the critical phase transition phenomenon and gotten the critical energy. The simulation of three-dimensional Ising model can be grounded on the method that this article establishes.

Key words: Ising model; cellular automata simulation; Q2R/WQ2R method; critical energy; average magnetization intensity

(编辑 陈移峰)

(上接第 114 页)

Method of Two-channel Computer-generated Hologram

HOU Rui-ning, WANG Ding

(College of Mathematics and Physics, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: The method of two-channel computer-generated hologram manufactured by matlab software is proposed, and a simple optical reconstruction method is also proposed. With the interior function of matlab to plot this hologram, a dark rectangle is drawn in one unit, which can encode two object functions in a same hologram. The hologram drawn by this method is shown on the computer screen, then microfilmed to 4 mm × 4 mm by camera directly, and a computer-generated hologram film are gained. When the film is illuminated with a collimated monochromatic light, two images appeared in two orthogonal directions at the back focal of the lens behind the film. The two channel display is implemented. The methods of plot and reconstruction were demonstrated by the experiment results, and the good results was shown.

Key words: computer-generated hologram; matlab; two-channel; optical reconstruction

(编辑 陈移峰)