

文章编号:1000-582X(2006)02-0079-04

(急)倾斜煤层深部开采覆岩变形力学模型及应用*

尹光志^{1,2},王登科¹,张卫中¹

(重庆大学 1. 资源及环境科学学院; 2. 西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室, 重庆 400030)

摘要:根据人们对如何描述(急)倾斜煤层采空区上覆岩层变形行为的需要,在弹性理论的基础上,将上覆岩层假设为岩板,研究上覆岩层的变形特征,建立了上覆岩层变形的力学模型,导出了采动覆岩的挠度方程和计算最大挠度点的理论公式,通过计算得到了采空区下方挠度大于其上方的挠度,最大挠度点位于采空区中部偏下的位置,真实地反映了(急)倾斜煤层深部开采时采空区顶板变形特征和岩板在联合作用力条件下的变形本质,为(急)倾斜煤层深部开采覆岩变形计算提供了科学依据。

关键词:(急)倾斜煤层;深部开采;力学模型;岩板挠度

中图分类号:TD325

文献标识码:A

水平煤层、缓倾斜煤层及倾斜煤层开采上覆岩层的变形理论模型已经十分成熟,经过学者们多年的分析和研究,提出了很多有效的计算模型,成果显著^[1-5]。急倾斜煤层开采时,采动上覆岩层变形模型的研究则相对比较少一些,尤其是急倾斜煤层深部开采,文献[6-7]中作了一些有益的探讨。这些理论成果都很值得借鉴。

在大倾斜煤层深部开采条件下,采动上覆岩层的载荷分布与水平煤层及缓倾斜煤层的载荷分布有本质上的不同,除了均匀载荷以外,还有沿倾向方向呈三角形分布的不均匀载荷。又由于岩层是倾斜的,所以作用在岩层上面的载荷还可以分成垂直岩层方向的分量和平行岩层方向的分量。这种在合力作用下发生的岩板挠曲变形必然不再对称。在这种情况下采动上覆岩层的挠度如何计算,最大挠曲位置如何确定,是笔者要解决的问题。

1 初步分析

在弹性力学中,对梁、板、圆筒等的计算都有具体的限制条件,当板厚与板面内的最小特征尺寸之比在1/80和1/5之间时,称为薄板^[8]。对于岩石材料而言,薄板的几何条件适当放宽^[9]。前苏联 A. A. 鲍里索夫等的研究表明,当板厚与版面内的最小尺寸之比小于1/3时,也能用薄板理论方法。所以,作者在弹性理论基础上采用薄板小挠度理论建立采动岩板挠度力学模型,并对问题进行分析研究。

如图1所示,在所研究的岩板 ABCD 上,除了矩形体 A'B'C'D' - CDEF 构成的均匀载荷 q_1 以外,还有由 ABCD - EF 构成的沿倾向线性变化呈三角形分布的不均匀载荷 q_2 。由于岩板具有一定的角度, q_1 和 q_2 除了在岩板上有横向分量外,还有平行于岩板的纵向分量。

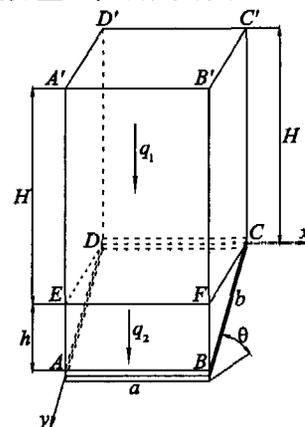


图1 倾斜薄板受力模型示意图

当仅有纵向荷载作用时,板没有横向挠度。在图1中,根据载荷的作用方向,可以将 q_1 分成 q_{11} 和 q_{12} , 将 q_2 分成 q_{21} 和 q_{22} , 其中, q_{11} 和 q_{21} 是横向载荷, q_{12} 和 q_{22} 是纵向载荷。由于煤层的倾角是 θ , 容易得到: $q_{11} = H\gamma\cos\theta$, $q_{12} = H\gamma\sin\theta$, $q_{21} = h\gamma \frac{y}{b}\cos\theta$, $q_{22} = h\gamma \frac{y}{b}\sin\theta$ 。其中, H 为开采深度, h 为区段垂高, γ 为岩层容重, a 为薄板沿 x 轴方向的长度, b 为薄板沿 y 轴的长度。当仅有横向荷载作用时,对板预先产生横向挠度,再作用

* 收稿日期:2005-09-15

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50374084)

作者简介:尹光志(1962-),男,四川西昌人,重庆大学教授,博士生导师,主要从事矿业工程与岩石力学的研究。

纵向载荷后,就必然要进一步加大弯曲挠度.因此,可将纵向荷载对挠度的增量看成是当薄板有一定的初始挠度时,在纵向荷载作用下产生的新挠度^[5].该初始挠度即为横向荷载 q_{11} 和 q_{21} 作用时产生的挠度 w_{12} ,设 w_1 是 q_{11} 产生的挠度, w_2 是 q_{21} 产生的挠度,于是有 $w_{12} = w_1 + w_2$.同样也可以设 q_{12} 产生的挠度是 w_3 , q_{22} 产生的挠度是 w_4 ,也有关系式 $w_{34} = w_3 + w_4$.根据迭加原理,薄板总挠度 $w = w_{12} + w_{34}$.

2 岩层变形力学模型建立

根据弹性力学可知,薄板在横向和纵向外力作用下的平衡方程是^[10]:

$$D \nabla^4 w = (N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) = q, \quad (1)$$

式中, D 为薄板的抗弯刚度: $D = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}$ (E 是薄板的

弹性模量, δ 是薄板的厚度, ν 是泊松比), $\nabla^4 w = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}$ 为拉普拉斯算子, w 是挠曲函数, N_x 、 N_{xy} 和 N_y 是薄板的中面内力或者薄膜内力($N_x = \delta\sigma_x$, $N_{xy} = \delta\tau_{xy}$, $N_y = \delta\sigma_y$), q 是作用在薄板上的载荷.

根据前面的分析,有

$$D \nabla^4 (w_{34}) = q_r + N_x \frac{\partial^2 w_{34}}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_{34}}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w_{34}}{\partial y^2}, \quad (2)$$

式中, $q_r = N_x \frac{\partial^2 w_{12}}{\partial x^2} + N_{xy} \frac{\partial^2 w_{12}}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w_{12}}{\partial y^2}$.

在弹性阶段,对于纵向荷载所产生的挠度 w_{34} 较横向荷载所产生的挠度 w_{12} 要小得多,所以式(2)右边的 q_r 要比 $(N_x \frac{\partial^2 w_{34}}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_{34}}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w_{34}}{\partial y^2})$ 大得多.为了方便计算,式(2)就简化为:

$$D \nabla^4 w_{34} = q_r. \quad (3)$$

假定薄板的边界条件为四边简支,对于横向荷载 q_{11} 和 q_{21} ,其挠度满足平衡方程及边界条件:

平衡方程:

$$D \nabla^4 w_{12} = q_{11} + q_{21}, \quad (4)$$

边界条件:

$$\left. \begin{aligned} (w)_{x=0,a} &= 0, \\ (w)_{y=0,b} &= 0, \\ (\frac{\partial^2 w}{\partial x^2})_{x=0,a} &= 0, \\ (\frac{\partial^2 w}{\partial y^2})_{y=0,b} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

利用 Navier 解法,设

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (6)$$

其中, m 和 n 是正整数,显然满足式(5)表示的全部边界条件.将式(6)代入到式(4)中,解得:

$$w_{12} = w_1 + w_2 = A_1 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (7)$$

式中,

$$A_1 = \frac{8(2H+h)\gamma\cos\theta}{\pi^6 D}, \quad A_2 = \frac{(-1)^{n+1}}{mn\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2},$$

$$w_2 = \frac{8h\gamma\cos\theta}{\pi^6 D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{mn\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}.$$

简支条件下,左右及上部边界条件不约束中面位移,即对沿面内位移 u 和 v 来说,左右及上部边界均为自由边界,在这种情况下,可以认为中面应力为^[5]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 0, \\ \sigma_y &= -\frac{(q_{12} + q_{22})y}{\delta}, \\ \tau_{xy} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

故有 $N_y = \delta\sigma_y = -(q_{12} + q_{22})y$,再根据前面所得到的 q_r 和 w_{12} 的表达式,得:

$$q_r = N_y \frac{\partial^2 w_{12}}{\partial y^2} = A_3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^{n+1}}{m\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (9)$$

$$\text{式中, } A_3 = \frac{8(2H+h)\left(H + \frac{hy}{b}\right)\gamma^2 y \sin\theta \cos\theta}{\pi^6 D b^2}.$$

现计算 A_{mn} 的值,根据弹性力学计算结果, $A_{mn} =$

$$\frac{4 \int_0^a \int_0^b q_r \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy}{\pi^4 ab D \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2}, \text{将式(9)代入并计算得}$$

$$A_{mn} = \frac{8n(-1)^{n+1}(2H+h)\gamma^2 \sin\theta \cos\theta}{\pi^8 D^2 mb \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^4}.$$

$$\left[\frac{H}{2} + h \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n^2 \pi^2} \right) \right],$$

再将之代入式(6)得到 w_{34} 的表达式:

$$w_{34} = A_4 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^{n+1} \left[\frac{H}{2} + h \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n^2 \pi^2} \right) \right]}{m \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^4} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (10)$$

$$\text{式中, } A_4 = \frac{8(2H+h)\gamma^2 \sin\theta \cos\theta}{\pi^8 D^2 b}.$$

结合上面所得到的结论,岩板总挠度方程为:

$$w = w_{12} + w_{34} = A \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B(-1)^{n+1} \sin \frac{m\pi x}{b} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (11)$$

式中,

$$A = \frac{8(2H+h)\gamma \cos \theta}{\pi^6 D},$$

$$B = \frac{1}{mn \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} + \frac{n\gamma \sin \theta \left[\frac{H}{2} + h \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n^2 \pi^2} \right) \right]}{\pi^2 Dmb \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^4}.$$

根据图1中的关系,有 $h = b \sin \theta$, 由式(11)可知,在 a, b, D 已知的条件下,岩板挠度随着采深和煤层倾角的增加而增大.

2.1 上覆岩板总挠度计算

在薄板挠度的计算过程中,纵向载荷产生的挠度只占总挠度的很少一部分,所以利用横向载荷计算所得到的挠度即能满足一般的工程需要,即利用式(7)计算岩板的总挠度.

在式(7)中,根据工程精度的需要,取定 m 和 n 的值后就可以计算岩板在力的作用下所产生的总挠度了.一般地,取前2项或前4项,即取 $m=1; n=1, 2$ 或 $m=1, 2; n=1, 2$ 进行计算,展开后有:

$$w = \frac{8(2H+h)}{\pi^6 D} \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} - \frac{1}{2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{4}{b^2} \right)^2} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \right], \quad (12)$$

$$w = \frac{8(2H+h)}{\pi^6 D} \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} - \frac{1}{2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{4}{b^2} \right)^2} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + \frac{1}{2 \left(\frac{4}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} - \frac{1}{4 \left(\frac{4}{a^2} + \frac{4}{b^2} \right)^2} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{b} \right]. \quad (13)$$

式(12)和式(13)就是岩板总挠度计算的实用公式.

如果要比较精确计算薄板的挠度时,则不能不考虑纵向载荷的影响,只是这时的计算要显得复杂些.

2.2 最大挠曲位置的确定

薄板挠曲的不对称性是由 q_{12}, q_{21} 和 q_{22} 引起的,所以在计算确定薄板最大挠曲位置的时候就理所当然的要对其所产生的挠曲进行分析.通过以上的分析,已经得到了 w_2 和 w_{34} 表达式,而由 q_{12}, q_{21} 和 q_{22} 联合作用所引起的挠度 w_{234} 为:

$$w_{234} = w_2 + w_{34} = \frac{8\gamma \cos \theta}{\pi^6 D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C(-1)^{n+1} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}. \quad (14)$$

式中:

$$C = \frac{h}{mn \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} + \frac{n(2H+h)\gamma \sin \theta \left[\frac{H}{2} + h \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n^2 \pi^2} \right) \right]}{\pi^2 Dmb \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^4}.$$

对式(14)中的 y 进行求导,并使之等于零,有

$$\frac{\partial w_{234}}{\partial y} = \frac{8n\pi\gamma \cos \theta}{\pi^6 D b} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C(-1)^{n+1} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} = 0. \quad (15)$$

容易看出,薄板的最大挠曲点不是位于薄板的几何中心,而应是位于 $x = a/2$ 直线上.在式(15)中,将 $x = a/2$ 代入,并取 $m=1, n=1, 2$, 化简后得:

$$K \cos \frac{\pi y}{b} = \cos \frac{2\pi y}{b}. \quad (16)$$

式中:

$$K = \frac{K_1}{K_2},$$

$$K_1 = \frac{h}{\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2} + \frac{(2H+h)\gamma \sin \theta \left[\frac{H}{2} + h \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2\pi^2} \right) \right]}{\pi^2 D b \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^4},$$

$$K_2 = \frac{h}{\left(\frac{1}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} + \frac{4(2H+h)\gamma \sin \theta \left[\frac{H}{2} + h \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8\pi^2} \right) \right]}{\pi^2 D b \left(\frac{1}{a^2} + \frac{4}{b^2} \right)^4}.$$

解式(16),得

$$y = \frac{b}{\pi} \arccos \frac{K - \sqrt{K^2 + 8}}{4} \quad (17)$$

所以最终得到采动岩板在非均匀横向载荷和纵向载荷联合作用下,其发生挠曲的最大挠度点是:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{a}{2}, \\ y &= \frac{b}{\pi} \arccos \frac{K - \sqrt{K^2 + 8}}{4}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

3 算例分析

通过以上分析,得到了形如式(11)的挠度方程,现在取级数的前2项(即利用式(12)计算挠度)结合实例进行分析.重庆某煤矿8214工作面,采深800 m,煤层倾角 70° ,初压步距60 m,工作面斜长80 m,老顶厚度12 m.于是有 $H = 800$ m, $a = 60$ m, $b = 80$ m, $\delta = 12$ m, $\theta = 70^\circ$.取 $E = 28 \times 10^3$ MPa, $\gamma = 23$ kN/m³, $\mu = 0.25$, $x = a/2$.

沿采空区中部,倾斜方向的挠度值分布如表1所示.

表1 倾斜薄板挠度计算结果

y/m	w/mm	y/m	w/mm	y/m	w/mm	y/m	w/mm
0	0.0	30	115.9	45	141.3	62	105.5
6	24.9	36	131.1	46	141.2	68	75.7
12	49.5	40	137.8	48	140.4	74	39.7
18	73.6	42	139.8	50	138.7	76	26.7
24	96.2	44	141.0	56	126.7	80	0.0

从表1中的计算数据可知,(急)倾斜煤层深部开采时,在不均匀横向载荷和纵向载荷的影响下,简支岩板的挠度沿倾斜方向呈现不对称分布。采空区下方挠度大于其上方的挠度,最大挠度点位于采空区中部偏下的位置。在采空区中部($x=30\text{ m}$, $y=40\text{ m}$),挠度是137.8 mm。最大挠度点在 $x=30\text{ m}$, $y=45.6\text{ m}$ 附近,其挠度是141.3 mm,偏离中部5.6 m,而且在 $y=50\text{ m}$ 处,挠度仍然大于中部。利用式(17),同样能得到与表1中计算结果相一致的最大挠度点的坐标值。

4 结语

(急)倾斜煤层深部开采的上覆岩层变形与水平煤层、倾斜煤层浅部开采有着本质上的区别。主要表现在岩板的受力的不均匀性和岩板上应力大的特点。根据弹性力学的薄板理论,建立的岩板变形力学模型,通过计算得到采空区下方挠度大于其上方的挠度,最大挠度点位于采空区中部偏下的位置,比较真实地反映

了(急)倾斜煤层深部开采时采空区顶板变形特征,并可以在经过处理后推广用于采动覆岩离层挠度的计算。

参考文献:

- [1] WU JIAN. Safety Problems in Fully-mechanized Top-coal Caving Long-wall Faces [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1994, (2): 20-25.
- [2] 康建荣, 王金庄. 采动覆岩力学模型及断裂破坏条件分析[J]. 煤炭学报, 2002, 27(1): 16-20.
- [3] 苏仲杰, 于广明, 杨伦. 覆岩离层变形力学模型及应用[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(6): 778-781.
- [4] 弓培林, 勒钟铭. 大采高采场覆岩结构特征及运动规律研究[J]. 煤炭学报, 2004, 29(1): 7-11.
- [5] 殷露中, 乔福祥. 大倾角条件初次破断薄板挠度位移初探[J]. 矿山压力与顶板管理, 1996, (3): 21.
- [6] 高召宁. 急倾斜特厚煤层开采围岩与覆盖层破坏规律研究[D]. 西安: 西安科技学院, 2002.
- [7] 尹光志, 鲜学福, 代高飞, 等. 大倾角煤层开采岩移基本规律的研究[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 450-453.
- [8] 吴家龙. 弹性力学[M]. 上海: 同济大学出版社, 2002.
- [9] 苏仲杰. 采动覆岩离层变形机理研究[D]. 阜新: 辽宁工程技术大学, 2001.
- [10] 徐芝纶. 弹性力学(下)[M]. 北京: 人民教育出版社, 1982.

Mechanics Model to Deformation of Covered Rock Strata and Its Application in Deep Mining of Steep or Inclined Seam

YIN Guang-zhi^{1,2}, WANG Deng-ke¹, ZHANG Wei-zhong¹

(1. College of Resource and Environmental Sciences;

2. Key Laboratory for the Exploitation of Southwest Resources and the Environmental Disaster Control Engineering Under the State Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: To meet the need of how to depict the deformation behavior of covered rock strata in deep mining or inclined seam, the authors study the law of the bend of rock layers in coal mining district. Based on the elastic theory, the deformation character of the rock layer is studied, mechanical model to deformation of covered rock strata is founded, and an expression of flexibility equation and a theoretic formula of calculating the most flexibility spot are derived under the hypothesis that rock treated as rock plate. By calculation, the flexibility of worked-out area in mine lower part is bigger than upper part. The point of maximal flexibility lies in middle leaning down worked-out area in mine part, which reflects really characteristic of deformation of roof in worked-out area about deep mining of steep or inclined seam. The model reflects factually the deformation of rock boards under the action of the united stress in essence. The obtained results can be used to provide science warranty to the calculation of covered rock strata in deep mining of steep or inclined seam.

Key words: steep or inclined seam; deep mining; mechanical model; flexibility