

文章编号:1000-582X(2006)04-0083-04

带支反力矩的轴承数学模型*

唐克伦^{1,2},张湘伟³,成思源³

(1.重庆大学资源与环境工程学院,重庆 400030; 2.四川理工学院机电系,四川自贡 643033;
3.广东工业大学机电学院,广东广州 510090)

摘要:转子系统的动态性能,很大程度上依赖于轴承参数.在原轴承8参数数学模型的基础上提出了一个改进的模型,该模型考虑了轴颈处转角的变化导致的力的分布不均性,将其不均的力向轴承中心简化,得到一简化的力和一力矩,并推出了该力和该力矩的数学式.文中给出了一个算例,比较了在两种轴承的数学模型下,运用有限元素法计算出的转子系统临界转速.结果表明,当轴承刚度较大时,两种模型的结果之间存在较大的差异.因此,在转子系统的动力学设计过程中,有必要采用改进轴承数学模型,这对于提高转子系统动力学设计的精度具有理论意义.

关键词:力矩;轴承;数学模型;

中图分类号:TH133

文献标识码:A

转子系统固有频率的计算在旋转机械的设计中非常重要.一台设计良好的旋转机械运转平稳,噪音小,可靠性高;反之,则运转不平稳,振动和噪音较大,可靠性低,甚至可能导致灾难性事故的发生.旋转机械设计性能的好坏和转子系统固有频率的计算精度有关^[1-2].转子系统固有频率的计算精度高,则在设计过程中可使旋转机械的工作转速远离转子的固有频率,从而降低振动.相反,如果转子系统固有频率的计算精度不高,则在设计过程中就不能有效地使旋转机械的工作频率远离系统的固有频率,从而振动较大,甚至导致共振.

以往的有限元法把轴承简单地抽象为一弹簧阻尼系统,只考虑了轴承在转子运转过程中沿径向位移和速度的变化^[2-3].而实际的转子运转过程中,由于转子的变形,轴颈和轴承之间有一定的倾角,该倾角使得轴承的支反力沿轴承宽度方向是变化的.在原有的轴承模型基础上,考虑转子运转过程中轴颈和轴承之间倾角的变化,通过3个合理的假设,建立了带支反力矩形式的轴承数学模型,推导出轴承支反力和支反力矩.相对传统轴承系统模型而言,新模型考虑了转子运转过程中轴颈倾角的变化而产生的力矩,因而更合理.文中给出了算例,该算例运用有限元法分别求出两种模型下转子系统临界转速.通过分析发现,当轴承刚度相对较小时,两种模型下计算的临界转速基本一致;而当轴

承刚度较大时,两种模型下计算的临界转速存在较大的偏差.

1 轴承数学模型

1.1 传统的轴承数学模型

轴承的支承力与轴颈的位移和速度之间是一种非常复杂的非线性函数关系,它可以表示为^[2,4-5]

$$\left. \begin{aligned} R_x &= R_x(x, y, \dot{x}, \dot{y}), \\ R_y &= R_y(x, y, \dot{x}, \dot{y}), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中: R_x 和 R_y 分别为轴承力在水平和垂直方向的分量. x, y 分别为轴颈涡动位移的水平和垂直方向的分量; \dot{x}, \dot{y} 分别为轴颈涡动速度的水平和垂直方向的分量.非线性函数 R_x 和 R_y 的大小取决于轴承的几何和物理参数、轴承的工作条件以及轴颈的转动角速度等.轴颈围绕它的平衡位置作小幅度涡动的情况下,油膜力可线性近似表达为^[6-7]:

$$\left\{ \begin{aligned} R_x &= R_{x0} + K_{xx}x + K_{yy}y + C_{xx}\dot{x} + C_{xy}\dot{y}, \\ R_y &= R_{y0} + K_{yx}x + K_{yy}y + C_{yx}\dot{x} + C_{yy}\dot{y}, \end{aligned} \right. \quad (2)$$

写成矩阵形式:

$$\begin{Bmatrix} R_x \\ R_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_{x0} \\ R_{y0} \end{Bmatrix} + K \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} + C \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

其中: K 为 2×2 刚度矩阵,它的4个元素称为刚度系

* 收稿日期:2005-12-20

基金项目:广东省自然科学基金(04105386,5300090);四川省科技厅项目基金(04JY029-026-2)和四川省教育厅基金资助项目(2004A143)

作者简介:唐克伦(1972-),男,四川泸州人,重庆大学博士研究生,主要从事计算力学,转子动力学,计算机图形学方向研究.

数; C 为 2×2 的阻尼矩阵, 它的 4 个元素称为阻尼系数. 这 8 个系数统称为轴承的动力系数.

8 系数轴承模型中只是给出了轴承的动态力的表达式, 没有考虑轴承的动态力矩, 这对于轴承的动力模型是不完善的. 在轴颈的涡动过程中, 轴颈会偏离平衡位置, 这将产生轴承动态力; 同时, 对于柔性转子, 转轴会发生挠曲变形, 在轴颈位置处将产生一个转角 θ , 如图 1 所示. 此转角会导致轴承力沿轴承长度方向力的不均布. 不均布的力向轴承中心简化, 将得到一力和一力矩, 如图 2 所示. 该力的表达式即为方程 (2) 或方程 (3). 下面将推导该力和力矩的表达式.

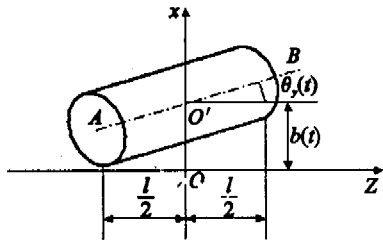


图 1 轴颈位置示意图

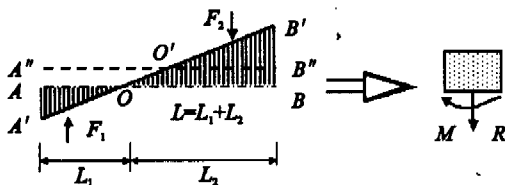


图 2 轴颈受力及向中心 O' 简化结果

1.2 改进的轴承数学模型

在推导轴承力和力矩的表达式之前, 先做出 3 个合理的假设:

- 1) 转子的轴颈部分在转子的涡动过程中始终保持为直线;
- 2) 在轴承的有效长度内, 沿轴承的长度方向上每一截面的动力性能相同;
- 3) 轴颈的转角较小, 且远远小于 1.

对于假设 1 可以这样理解: 因为轴颈长度与整个轴段长度相比要小得多, 且整个轴段产生的变形也不会太大, 因而轴颈处产生的变形相对于整个轴的变形而言完全可以忽略不计. 对于假设 2, 长轴承理论是满足的, 短轴承理论也近似的满足. 假设 3 自然成立的.

以轴承中心的平衡位置处建立坐标系如图 1 所示. 根据假设 1, 轴颈的位移函数可写为:

$$\begin{cases} x(z, t) = \tan[\theta_y(t)]z + b_1(t) \\ y(z, t) = \tan[-\theta_x(t)]z + b_2(t) \end{cases} \quad (4)$$

其中, θ_y 为 xz 平面内绕 y 轴转动的角度, θ_x 为 yz 平面内绕 x 轴转动的角度, 负号表示转动方向与轴标轴的指向相反. 根据假设 3, 则上式可改写为:

$$\begin{cases} x(z, t) \approx \theta_y(t)z + b_1(t), \\ y(z, t) \approx -\theta_x(t)z + b_2(t), \end{cases} \quad (5)$$

对其中心位置有以下关系式存在:

$$\begin{cases} x(z, t)|_{z=0} = b(t), \\ \dot{x}(0, t) = \frac{dx(z, t)}{dt}|_{z=0} = [\dot{\theta}_y(t)z + \dot{b}(t)]|_{z=0} = \dot{b}(t), \\ \frac{dx(z, t)}{dz}|_{z=0} = \theta_y(t), \\ \frac{d}{dt}\left[\frac{dx(z, t)}{dz}\right]_{z=0} = \dot{\theta}_y(t). \end{cases} \quad (6)$$

设轴承的有效长度为 l , 先考虑刚度系数 K_{xx} 对轴颈的动态支承力及动态支承力矩的作用. 由假设 2, 设单位长度上的刚度系数为 k_{xx} , 则 $k_{xx} = K_{xx}/l$. 由其贡献的轴承动态支承力和支承力矩分别为:

$$\begin{cases} R_{x1}^k = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} k_{xx} x dz = k_{xx} l b(t) = K_{xx} b(t) = Kx(0, t), \\ M_{y1}^k = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} z(k_{xx} x dz) = k_{xx} \frac{l^3}{12} \theta_y(t) = \frac{K_{xx} l^2}{12} \theta_y(t). \end{cases} \quad (7)$$

再考虑阻尼系数, 同理有 $c_{xx} = C_{xx}/l$. 由其贡献的轴承动态支承力和支承力矩分别为:

$$\begin{cases} R_{x1}^c = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} c_{xx} \dot{x} dz = c_{xx} l \dot{b}(t) = C_{xx} \dot{b}(t) = C\dot{x}(0, t), \\ M_{y1}^c = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} z(c_{xx} \dot{x} dz) = c_{xx} \frac{l^3}{12} \dot{\theta}_y(t) = \frac{C_{xx} l^2}{12} \dot{\theta}_y(t). \end{cases} \quad (8)$$

对其它动力系数采用相同的办法, 考虑它们对轴颈动态支承力和支承力矩的共同作用, 以轴承中心位置的参数表示(省去下标), 写成矩阵的形式为:

$$\begin{Bmatrix} R_x \\ R_y \\ M_y \\ M_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & 0 & 0 \\ K_{yx} & K_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{xx} \frac{l^2}{12} & K_{xy} \frac{l^2}{12} \\ 0 & 0 & K_{yx} \frac{l^2}{12} & K_{yy} \frac{l^2}{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ \theta_y \\ -\theta_x \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & 0 & 0 \\ C_{yx} & C_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{xx} \frac{l^2}{12} & C_{xy} \frac{l^2}{12} \\ 0 & 0 & C_{yx} \frac{l^2}{12} & C_{yy} \frac{l^2}{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta}_y \\ \dot{\theta}_x \end{Bmatrix}, \quad (9)$$

简写为:

$$\begin{Bmatrix} R_x \\ R_y \\ M_y \\ M_x \end{Bmatrix} = K' \begin{Bmatrix} x \\ y \\ \theta_y \\ -\theta_x \end{Bmatrix} + C' \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta}_y \\ \dot{\theta}_x \end{Bmatrix}, \quad (10)$$

矩阵 K' 与 C' 分别称为改进的轴承模型的刚度和

阻尼矩阵.

2 算例及结果分析

一离心压缩机转子,尺寸参数如表 1 所示^[8],其中:5、38 为自然节点为轴承中心;9、12、15、18、21、25、28、31、34 等节点为叶轮中心;23 为梳齿密封中心. 转子材料密度取为 $\rho = 7\ 850\ \text{kg/m}^3$,材料拉伸弹性模量 $E = 196\ \text{GPa}$,泊松比 $\mu = 0.2$,为了得出随着轴承刚度的增加,轴承力矩对转子临界转速的影响,假设两轴承参数相同,且有: $K_{xx} = K_{yy}, K_{xy} = K_{yx} = C_{xx} = C_{yy} = C_{xy} = C_{yx} = 0$,采用文献 3 中有限元的算法,求出其相应的前 5 阶临界转速如表 2 所示.

表 1 风机转子尺寸参数 m

自然轴 段号	轴段 长度 l	等效质量 直径 d_m	等效刚度 直径 d_k	自然轴 段号	轴段 长度 l	等效质量 直径 d_m	等效刚度 直径 d_k
1	0.025	0.040	0.040	20~21	0.029	0.310	0.150
2	0.106	0.090	0.090	22~23	0.063	0.196	0.150
3	0.035	0.221	0.090	24~25	0.029	0.305	0.150
4~5	0.047	0.101	0.101	26	0.050	0.151	0.150
6	0.178	0.140	0.140	27~28	0.029	0.312	0.150
7	0.026	0.165	0.165	29	0.050	0.151	0.150
8~9	0.029	0.305	0.150	30~31	0.029	0.312	0.150
10	0.060	0.151	0.150	32	0.050	0.151	0.150
11~12	0.029	0.305	0.150	33~34	0.029	0.312	0.150
13	0.060	0.151	0.150	35	0.095	0.197	0.150
14~15	0.029	0.305	0.150	36	0.150	0.140	0.140
16	0.060	0.151	0.150	37~38	0.047	0.114	0.114
17~18	0.029	0.310	0.150	39	0.130	0.090	0.090
19	0.095	0.151	0.150	40	0.046	0.040	0.040

表 2 考虑力矩和不考虑力矩情况下各阶临界转速比较 rad/s

	轴承刚度 $/\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$				
		107	108	109	1010
第 1 阶	有力矩	185.5	370.3	432.9	440.5
	无力矩	185.5	371.7	453.1	576.0
	误差	0	0.378%	4.666%	30.761%
第 2 阶	有力矩	363.7	1 025.7	1 611.5	1 695.7
	无力矩	363.8	1 025.7	1 628.2	1 858.3
	误差	0.027%	0%	1.036%	9.589%
第 3 阶	有力矩	1 116.1	1 727.1	3 329.7	3 631.3
	无力矩	1 116.1	1 729.0	3 337.4	3 820.3
	误差	0%	0.110%	0.231%	5.205%
第 4 阶	有力矩	2 426.4	2 702.6	4 957.8	5 875.0
	无力矩	2 427.0	2 707.8	4 963.7	6 130.5
	误差	0.025%	0.192%	0.119%	4.349%
第 5 阶	有力矩	4 149.9	4 225.9	5 610.0	7 882.2
	无力矩	4 150.5	4 232.2	5 666.2	8.366 3
	误差	0.014%	0.149%	1.001%	6.142%

从表 2 可以看出,当轴承刚度较小时,两种情况下

计算的临界转速相差较小(如轴承刚度为 10^7 时,前 5 阶临界转速最大误差为 0.027%;当轴承刚度为 10^8 时,前 5 阶临界转速最大误差为 0.378%),此时可以不计及轴承力矩对与临界转速的影响;但当轴承刚度较大时,两种情况下所计算临界转速相差较大(如轴承刚度为 10^9 时,前 5 阶临界转速最大误差为 4.666%;轴承刚度为 10^{10} 时,前 5 阶临界转速最大误差为 30.761%).同时,根据式(9),支反力矩与刚度成正比,与轴颈有效长度的平方成正比.因此,对于轴颈有效长度较长、轴承支承刚度较大,如果再不考虑轴承力矩,所计算的临界转速势必会有较大的偏差,导致设计的转子极有可能产生共振,造成灾难性事故的发生.从表 2 还可看出,力矩对临界转速的影响主要是低阶临界转速,特别是一阶临界转速.

3 结论

文中推出了轴承的力矩表达式,这对于长轴承模型是适合的.对于短轴承理论,也提供了一定的参考价值.同时得出推致力矩是依据油膜轴承的推力分布得出的,对于象磁悬浮轴承等由拉力分布产生的力矩,采用类似的推导方法,也可得出相同的力矩表达式,只是其力矩的转向与推力所产生的力矩转向相反.随着转子系统朝细长方向发展,采用改进的轴承数学模型,对于提高转子系统动力学设计的精度具有十分重要的理论意义.

参考文献:

- [1] 阮跃. 国产 200MW 机组常见故障的诊断和预防[J]. 汽轮机技术, 1997, 39(4): 200-203.
- [2] 闻邦椿, 顾家柳, 夏松波, 等. 高等转子动力学—理论技术与应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2000.
- [3] 曹树谦, 丁千, 陈子恕, 等. 具有滑动轴承的稳态转子系统有限元建模分析[J]. 汽轮机技术, 1999, 41(6): 347-350.
- [4] 王德强, 张直明. Jeffcot 转子-滑动轴承系统不平衡响应的非线性仿真[J]. 振动与冲击, 1999, 18(1): 57-62.
- [5] 陈丁跃, 徐晖, 敬晓明, 等. 非线性“转子-轴承-基础”系统碰摩动力分析[J]. 动力工程, 2002, 21(5): 1 430-1 433.
- [6] 郭增林, 虞烈, 朱均. 滑动轴承转子系统挤压油膜阻尼器最佳参数的设计与实现[J]. 西安交通大学学报, 31(4): 493-499.
- [7] 方跃法. 可变阻抗滑动轴承的动态特性及其对转子不平衡响应的影响[J]. 北方交通大学学报, 1997, 21(4): 454-458.
- [8] 徐龙祥. 高速旋转机械轴系动力学设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 1994.

Mathematical Model of Bearing with Bending Moment

TANG Ke-lun^{1,2}, ZHANG Xiang-wei³, CHENG Si-yuan³

(1. College of Resources and Environmental Science Chongqing University, Chongqing 400030, China;

2. Sichuan University of Science & Engineer, Zigong 643033, China;

3. Guangdong University of Technology, Guangzhou 510090, China)

Abstract: The rotor's dynamic performances largely depend on bearing's parameters. On the base of former eight-parameter model, an improved model is advanced which calculates the ununiformity force due to the tiny obliquity of rotor axis. By simplification to the center of bearing, a force and a moment are deduced. An example is given to compare the results of two models by calculating the rotors critical speed through the FEM(Finite Element Method). The results indicate that an obvious error will be brought about if the rigidity of bearing were much larger. Therefore, it is necessarily to introduce the improved model to the rotor's dynamic design, which has a significant meaning to increase the precision of calculation in rotor's system design.

Key words: bearing; moment; mathematical model

(编辑 成孝义)

(上接第 79 页)

Neural Network Model for Predicting the Transformation Tendency of the Stress on the Surrounding Rocks of Tunnel

REN Song¹, JIANG De-yi¹, JIANG Zai-wen², LIU Xin-rong^{1,3}

(1. Key Laboratory for the Exploitation of Southwestern Resources & the Environmental Disaster Control Engineering Under the State Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400030, China;

(2. The West-east Filiale of Chongqing Highway Development Company Ltd, Chongqing 400060, China;

3. Civil Engineering College of Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: The stress on the surrounding rocks affects severely the stability of tunnel. To estimate the stability of tunnel needs the transformation tendency of the stress on the surrounding rocks. After the transformation tendency of the stress on the surrounding rocks and the factors affected it are analyzed, the neural network model for predicting the stress on the surrounding rocks is created. The model is applied successfully to predict the change of the stress of the Guanyingyan tunnel in the Qiwan expressway, which proves that it is feasible to predict the stress on the surrounding rocks with the neural network model. The method is convenient and correct.

Key words: tunnel; stress on the surrounding rocks; neural network, predicting model

(编辑 姚飞)