

文章编号:1000-582X(2006)05-0073-04

# 镁合金塑性-蠕变交互作用的损伤本构模型\*

杨磊,彭向和,李卫国

(重庆大学资源及环境科学学院,重庆 400030)

**摘要:**基于简单机械模型并合理地定义广义时间标度,得到了描述塑性-蠕变交互作用的统一型本构方程.在此基础上,采用Gurson模型考虑了镁合金在铸造过程中及由二相粒子脱落等所造成的孔洞型损伤,建立了基于含球形孔洞的有限体积球体的损伤模型,由此建立了混合强化材料的损伤演化.利用所建立的描述损伤本构模型和损伤演化,分析了镁合金在循环载荷作用下的响应特性,取得了与实验相吻合的结果.

**关键词:**镁合金;循环塑性蠕变;Gurson模型;损伤;本构方程

**中图分类号:** O346.5

**文献标识码:** A

镁合金作为最轻质的金属工程结构材料,具有比强度高、铸造成形性好、机械加工性能和减震性能优良、高延伸性、强电磁屏蔽能力和易回收等一系列优点,在汽车减重、性能改善和环保中的作用日益受到人们的重视<sup>[1-2]</sup>.

汽车中的镁合金零部件长期在高温、高压下服役,更多的是承受变幅载荷的作用,而现有的镁合金大多采用压铸成形,含有大量不同尺度的孔洞与二相夹杂,其微观组织随着运行时间的延长而劣化,导致使用寿命缩短.这一过程包含塑性、蠕变和损伤等及其相互耦合,使相关的研究受到学术界和工程界的普遍关注<sup>[3]</sup>.

基于一种简单的机械模型,通过在由不可逆应变和牛顿时间所构成的空间中的合理地定义广义时间,引入材料的孔洞型损伤,得到了描述塑性-蠕变交互作用的统一型损伤本构方程.对给定温度下的镁合金在循环载荷下的响应特性进行了分析,取得了与实验较为吻合的结果.

## 1 球形孔洞模型

铸造镁合金含有大量夹杂与二相粒子引起的孔洞型损伤,如图1所示.为研究孔洞型损伤演化规律,选取一含球形孔洞的球形胞模型,设其孔洞体积与胞总体积之比为 $f_v = V_v/V$ ,见图2.对于韧性基体,一般损伤区已处于局部变形较大,故可忽略局部弹性变形,

假设基体均匀且塑性不可压,胞表观体积的增大完全取决于孔洞的萌生与长大<sup>[4]</sup>.设基体中的应力和应变用 $\sigma_{ij}$ 和 $\epsilon_{ij}$ 表示,而平均应力和应变用 $\Sigma_{ij}$ 和 $E_{ij}$ 表示.

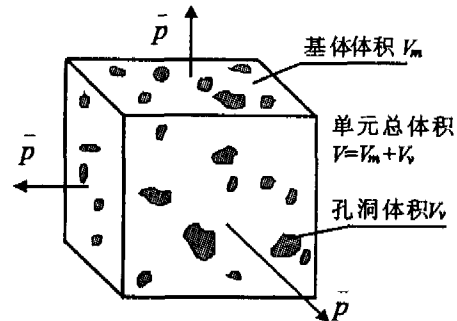


图1 缺陷材料单元的典型分布

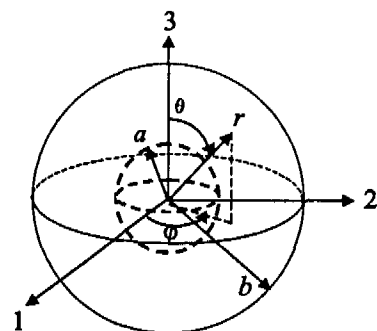


图2 球形孔洞模型

\* 收稿日期:2006-01-11

基金项目:国家自然科学基金(10272119);重庆市科委攻关资助项目(7774)

作者简介:杨磊(1979-),男,重庆人,重庆大学硕士研究生,主要从事材料本构关系及材料损伤方面的研究.

限于讨论轴对称变形,基体中一点处的应变率可表示为<sup>[5]</sup>:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial v_r}{\partial r}, \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r}, \dot{\varepsilon} = \frac{V_\theta}{r} \text{ctg}\theta + \frac{V_r}{r}, \dot{\varepsilon}_{r\theta} = \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

设想在球体内表面( $r=a$ )无面力,外表面( $r=b$ )给定速率边界条件:

$$v_i = \dot{E}_{ij} X_j, \quad (2)$$

对于轴对称的平均应变场有<sup>[4]</sup>:

$$\dot{E}_{11} = \dot{E}_{22} \neq 0, \dot{E}_{33} = -\alpha \dot{E}_{11}, \dot{E}_{ij} = 0 (i \neq j). \quad (3)$$

这里 $\omega$ 反映体胞应变状态和三轴张力对孔洞长大的影响.由于孔洞的长大引起体胞表观体积的增大,故一般有:

$$\frac{dV}{V} = dE_{ij} = (2 - \omega) dE_{11} = B(\omega) dE_{11} \geq 0, \quad (4)$$

其中 $B=2-\omega$ 可称为应变约束函数,它决定了三轴张力对孔洞长大的影响,一般 $0 \leq B \leq 2$ <sup>[6]</sup>.

由基体塑性不可压条件及式(1),(2)可得体胞内的基体应变率场与平均应变率场的关系:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_r = -\frac{1}{3} \left[ \frac{2b^3}{r^3} (2 - \omega) + \frac{1}{2} (1 + \omega) (1 + 3 \cos 2\theta) \right] \dot{E}_{11}, \\ \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{1}{3} \left[ \frac{b^3}{r^3} (2 - \omega) + (1 + \omega) \right] \dot{E}_{11}, \\ \dot{\varepsilon}_{ij} = \left[ \frac{1}{2} (1 + \omega) \sin 2\theta \right] \dot{E}_{11}, \end{aligned} \quad (5)$$

定义基体和平均内时测度增量如下:

$$d\bar{\zeta} = (d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p)^{\frac{1}{2}}, d\bar{\zeta} = (dE_{ij}^p dE_{ij}^p)^{\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

其中 $d\varepsilon_{ij}^p$ 和 $dE_{ij}^p$ 分别为基体和平均塑性应变增量,由基体不可压和刚塑性假设,并利用式(3)、(5)、(6)可得<sup>[4]</sup>:

$$d\bar{\zeta} = (\varepsilon_r^2 + \varepsilon_\theta^2 + \varepsilon_{r\theta}^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

$$d\bar{\zeta} = \sqrt{\frac{2}{3}} (3 - B) dE_{11} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{3 - B}{B} dE_{kk}. \quad (8)$$

### 2 孔洞损伤演化率

对非线性各向同性/运动混合强化刚塑性基体,若忽略了各向同性强化和运动强化间的耦合,由基体连续性条件并利用式(8),可得球形孔洞的扩展率<sup>[6]</sup>:

$$\dot{f}_v = \frac{df_v}{d\bar{\zeta}} = k_1 (1 - f_v) \exp \left[ -k_2 \left( 1 - \frac{T}{1 + T_p} \right) \right], \quad (9)$$

由上式可知孔洞扩展率是当前孔洞体积分数及三

轴张力度度的函数.定义三轴张力度度的表达式为, $\Sigma_m/\Sigma_t$ ,其中 $\Sigma_m = \Sigma_{kk}/3, \Sigma_t = \Sigma_{11} - \Sigma_{33}$ .

一般认为孔洞形核有两种控制准则,一种是塑性应变控制形核,另一种是相界法向应力控制形核.这里采用应变形核准则,即认为孔洞形核主要由塑性应变控制且满足正态分布,则孔洞形核率可表达为<sup>[7]</sup>:

$$\dot{f}_n = A' \dot{\zeta}, \quad (10)$$

式中

$$A' = \frac{f_N}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{Z - Z_N}{S_N} \right)^2 \right]. \quad (11)$$

这里用内时标度代替 Chu 和 Needleman 提出的参数 $A'$ 中的塑性应变 $\varepsilon'$ 是为了同时反映材料强化与非弹性应变对孔洞形核的影响.

综合考虑孔洞形核与长大,孔洞体积分数的演化方程为:

$$\dot{f}_v = \dot{f}_g + \dot{f}_n \quad (12)$$

### 3 损伤本构方程

Peng 等利用图 2 所示的简单机械模型建立了耗散材料的塑性本构方程.根据该模型的不可逆热力学特性,可以得到描述蠕变-塑性交互作用的粘塑性本构方程<sup>[8]</sup>.

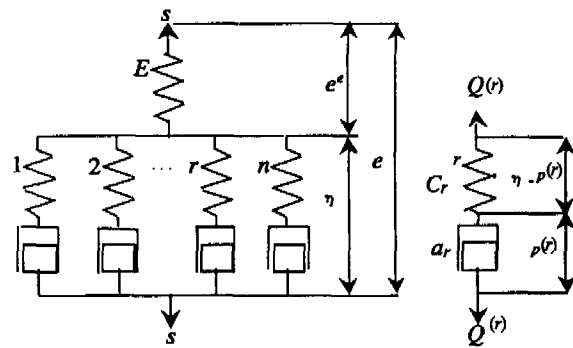


图3 耗散材料的非弹性本构方程的简单机械模型

为了简化分析,假设材料初始均匀和各相同性.伴随着损伤的产生和发展,模型中弹簧 $E, c$ ,和非弹性阻尼器 $a$ ,的系数 $\bar{\mu}, \bar{c}, \bar{a}$ ,不再是固定不变的常数,而是材料当前损伤状态的函数.随着孔洞的形核和扩展, $\bar{\mu}, \bar{c}, \bar{a}$ ,将随损伤函数 $M(f_v)$ 变化.设 $M(f_v) = 1 - f_v$ ,则各元件的系数为 $\bar{c} = MC_r^0, \bar{a} = HMa_r^0, \bar{\mu} = M\mu$ ,其中 $\mu, c_r^0, a_r^0$ 为初始值,反映了材料性能在非弹性变形过程中的变化.采用文献<sup>[9]</sup>中介绍的方法,可得考虑损伤的增量本构方程:

$$\Delta s = A \Delta \eta + B \Delta Z + C \frac{\Delta M}{M}, \quad (13)$$

其中:

$$A = M \sum_{r=1}^n k_r c_r^0, \quad B = - \sum_{r=1}^n k_r \alpha_r Q^{(r)}(z_n),$$

$$C = \sum_{r=1}^n k_r Q^{(r)}(z_n). \quad (14)$$

$$k_r = \frac{1 - \exp[-\alpha_r(\Delta z - \frac{\Delta M}{M\alpha_r})]}{\alpha_r(\Delta z - \frac{\Delta M}{M\alpha_r})}, \quad (15)$$

$$\Delta z = z - z_n, \quad \Delta z^2 = \frac{\Delta \theta^2}{f^2} + \frac{\Delta t^2}{g^2}. \quad (16)$$

式中:  $f$  为强化函数,  $g$  为温度和非弹性应变史对蠕变变形的影响函数,  $\theta$  与应变率相关.  $z_n$  与  $Q^{(r)}(z_n)$  表示材料已经历的加载历史, 而  $Q^{(r)}(z)$  可由递推公式

$$Q^{(r)}(z) = \exp[-\alpha_r(\Delta z - \frac{\Delta M}{M\alpha_r})] Q^{(r)}(z_0) +$$

$$M \frac{C_r^0 \Delta \eta}{\alpha_r(\Delta z - \frac{\Delta M}{M\alpha_r})} (1 - \exp[-\alpha_r(\Delta z - \frac{\Delta M}{M\alpha_r})]), \quad (17)$$

计算. 在塑性-蠕变交互作用的分析中, 如果给定控制参数为应力  $s$  和时间  $t$ , 则由式(13) - (16)可得:

表1 AM50 的主要化学成份

化学元素	Al	Mn	Zn	Si	Ni	Cu	Fe	Be	Mg
成分含量	5.1	0.57	0.15	0.013	0.000 6	0.000 7	0.004	0.001 3	Rest

实验材料选用 AM50 镁合金, 主要成份见表 1. 根据实验提供的数据并按照文献[10]中介绍的方法, 可确定 AM50 在 110℃ 温度环境下的内时本构常数. 利用前面建立的本构模型, 对 AM50 试件在 110℃ 温度下的简单拉伸过程进行描述, 得到了较好的结果, 如图 4 所示. 图 5 为 110℃ 温度环境中 AM50 镁合金在 90 MPa 应力水平下的静态蠕变, 保载时间为 64 h. 图中可见在给定的时间内材料经历了瞬态过程并进入了稳态蠕变阶段, 较好地描述了镁合金蠕变变形的基本特征.

在循环蠕变过程中, 首先将试件沿轴向加载到 70 MPa, 然后在此应力水平下保载 8 h 再完全卸载, 在零载荷状态下保持 8 h, 之后依前循环 4 次. 图 6 给出了 AM50 在 110℃、70 MPa 下循环蠕变过程中应变随时间变化的计算结果与实验数据的比较, 可以看出前面建立的本构模型能够较好地描述镁合金循环蠕变的塑性、蠕变加速等主要实验现象. 同时注意到, 考虑损伤时的应变与没考虑损伤时的应变相比, 考虑损伤时的应变明显增大, 且随着循环次数的增加, 损伤的影响作用越来越明显, 这反映了损伤对循环蠕变变形的重要影响. 图 7 显示了镁合金在相同的应力、温度下, 循环蠕变与静态蠕变相比, 前者的变形大、应变率高, 为

$$\Delta z = \frac{-W_1 + \sqrt{W_1^2 + 4W_2 \left[ A^2 + \frac{f^2}{g^2} \Delta t^2 + \Delta s: \Delta s \frac{\Delta M}{M} + C: C \left( \frac{\Delta M}{M} \right)^2 \right]}}{2W_2}, \quad (18)$$

其中:

$$W_1 = 2B: \Delta s - 2B: C \frac{\Delta M}{M}, \quad W_2 = A^2 f^2 - B: B. \quad (19)$$

进而利用式(13)得到非弹性应变的增量:

$$\Delta \eta = \frac{1}{A} (\Delta s - B \Delta z - C \frac{\Delta M}{M}), \quad (20)$$

以及材料的弹性响应和体积响应的增量形式:

$$\Delta s = 2M\mu (\Delta e - \Delta \eta) + \frac{\Delta M}{M} s, \quad (21)$$

$$\Delta \sigma_{kk} = 3MK \Delta \varepsilon_{kk} + \frac{\Delta M}{M} \sigma_{kk}. \quad (22)$$

由以上方程可得材料的应变响应.

### 4 试验及验证

利用所发展的损伤本构模型和算法分析了考虑损伤的镁合金的塑性-蠕变交互作用过程并与实验结果进行了比较.

镁合金的应用提供了重要的理论依据.

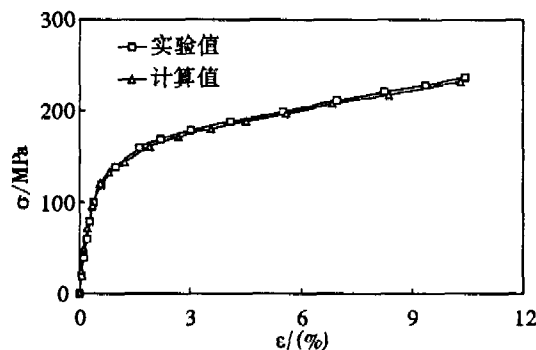


图4 AM50 在 110℃ 下简单拉伸应力-应变曲线

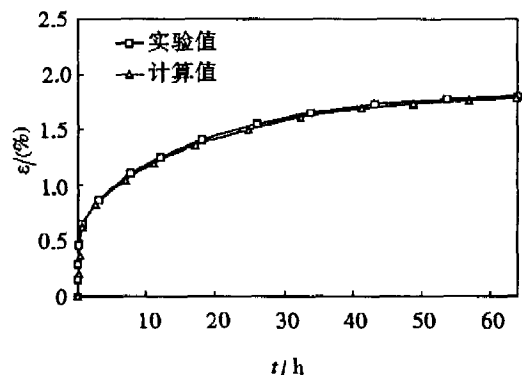


图5 AM50 在 110℃、90 MPa 时的静态蠕变曲线

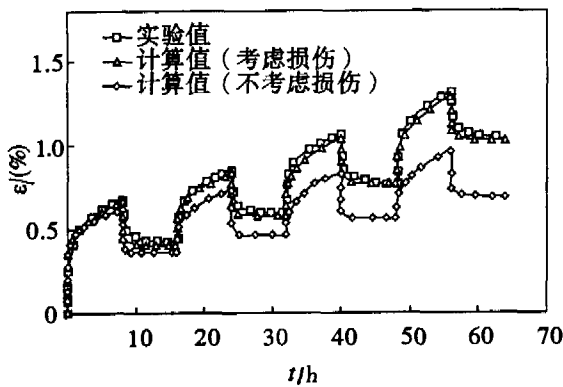


图6 AM50在110 °C、70 MPa时的循环蠕变曲线

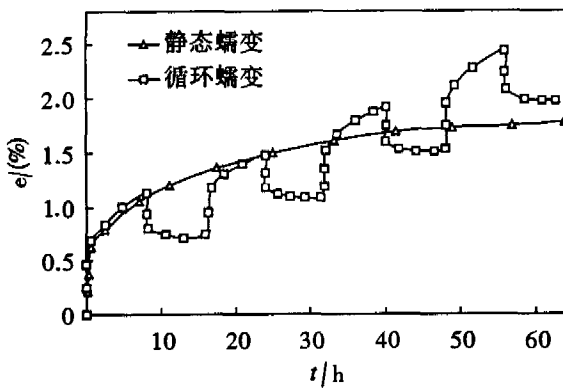


图7 AM50在110 °C、90 MPa时的蠕变曲线比较

#### 参考文献:

[1] MORDIKE B L, EBERT T. Magnesium Properties-applica-

tions-potential [J]. Materials Science and Engineering, 2001, A302(1):37-45.

- [2] 刘正,王越. 镁基轻质材料的研究与应用[J]. 材料研究学报,2000;14(5):449-456.
- [3] A LUO, M O. Pekguleryuz. Review Cast Magnesium Alloys for Elevated Temperature Application [J]. Journal of Material Science, 1994,29(5): 5 259-5 277.
- [4] 高芝晖,陈斌,范镜泓. 混合强化材料的损伤演化律及内时损伤本构方程[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 1996,19(3): 1-8.
- [5] GURSON A L. Continuum Theory of Ductile Rupture by the Void Nucleation and Growth[J]. J of Engineering Materials and Technology, 1977, 99: 2-15.
- [6] 李卫国. 基于细片层状微结构珠光体材料损伤本构关系的研究[D]. 重庆:重庆大学,2002.
- [7] CHU, C C., A. NEEDLEMAN. Void Nucleation Effects in Biaxially Stretched sheets. J Engng Mater Tech, 1980, (102): 249-256.
- [8] X PENG, X ZENG and J FAN. A Physically Based Description for Coupled Plasticity and Creep Deformation[J]. Int J Solids Structures, 1998, 35(21):2 733-2 747.
- [9] PENG X, FAN J. A Numerical Approach for Non-classical Plasticity [J]. Computer and Struct, 1993, 47(2): 313-320.
- [10] 杨运民,彭向和. 内时本构方程材料常数简易确定方法[J]. 力学与实践. 1999.3(21): 51-54.

## Damage Constitutive Relationship of Coupled Plasticity-creep for Magnesium Alloy

YANG Lei, PENG Xiang-he, LI Wei-guo

(College of Resource and Environment Science, Chongqing University, Chongqing, 400030, China)

**Abstract:** Based on a simple mechanical model and an appropriate definition of generalized time, a constitutive equation is obtained for coupled plasticity and creep behavior of materials. A damage evolution based on a spherical void model for mixed hardening materials is obtained by means of Gurson's model. The damage evolution law is embedded in the adopted constitutive equation, and a damage constitutive equation is obtained for coupled plasticity and creep behavior of die-casting magnesium alloy. The response of magnesium alloy subjected to cyclic loads is analyzed. The validity of the proposed model is demonstrated by the satisfactory agreement between the experimental and calculated results.

**Key words:** magnesium alloy, cyclic plasticity-creep, Gurson model, damage, constitutive equation

(编辑 张小强)