文章编号:1000-582X(2006)08-0141-05

# 单畴铁磁粒子磁化强度弛豫时间的探讨

#### 吴 强

(重庆文理学院 物理与信息工程系,重庆 402160)

摘 要:考虑到原子作非简谐振动,求出外磁场中单畴粒子的自由能和弛豫时间的表达式,讨论了 阻尼系数和温度对粒子磁化强度弛豫时间的影响.结果表明:原子的非简谐振动会影响单畴铁磁粒子的 自由能,但是不会影响弛豫时间.总的讲,弛豫时间随阻尼系数增大而增大,阻尼系数较小或中间变化范 围时,温度的影响较小;而阻尼系数较大时,温度的影响较大;给定阻尼条件下,温度较低时弛豫时间 较大.

关键词:单畴铁磁粒子;磁化强度;弛豫时间;阻尼系数;温度 中图分类号:0482.53 文献标识码:A

为了获得高密度的磁记录,需要最大限度的减小 作为信息载流子的磁性粒子尺寸.但是,当粒子尺寸减 小到几个纳米时,不仅界面效应、尺寸效应、非简谐效 应更加突出,而且粒子热涨落对粒子磁性的影响也加 剧. 热涨落决定了纳米粒子磁化强度的弛豫时间,影响 信息储存的可靠性.为了研究铁磁颗粒磁化强度的弛 豫时间,1963年布朗将热涨落影响铁磁颗粒磁化强度 弛豫时间的机制视为类似于大分子在液体中的布朗旋 转,并建立了磁化强度 M 的分布函数遵从的普朗克一 福克方程<sup>[1]</sup>. 1986 年、1991 年 V. L. Mernikov 和 S. V. Meshkov 引入新的作用量,将普朗克一福克方程转化 为积分方程,求出无外磁场作用情况下,磁性粒子在中 间阻尼范围磁化强度的转变速度<sup>[2]</sup>. 2001 年, P. M. Dejardin 等人又将文献[2]的工作推广到整个阻尼范 围的情况<sup>[3]</sup>. 实际情况总有外磁场, 2005 年 Yu. P. Kalmykov 等人考虑到外磁场的影响,讨论了给定外磁 场强度情况下单畴铁磁粒子磁化强度的弛豫时间随阻 尼系数的变化公式,但未考虑晶格的振动,未讨论温度 的影响<sup>[4]</sup>.由于弛豫时间 τ ∝ 1/Γ,探讨在外磁场作用 和晶格振动情况下,磁性粒子在整个阻尼范围(包括 弱阻尼、中间范围阻尼和强阻尼)下磁化强度弛豫时 间 7 随阻尼参数 a、温度等的变化,是一个待解决的重 要问题.为此,笔者将在文献[4]的基础上对这一问题 进行探讨.

## 1 有外磁场作用下的单畴铁磁粒子的自由能

设讨论的铁磁粒子为单畴铁磁粒子,由于粒子间 的势垒,可能有多个局域平衡态.如果这些粒子足够小 (<10 nm),以至于这些势垒较低.由于热扰动,粒子 的自由能 F 将不仅与磁化强度的大小 M 有关,而且还 与方向( $\theta, \varphi$ )有关.如图1,取粒子上某一点为原点 C, 垂直于表面方向为 Z 轴正向,粒子磁化强度 M 方位角 为 $\theta, \varphi$ .方向余弦为  $e_1 = \sin\theta \cos\varphi, e_2 = \sin\theta \sin\varphi, e_3 = \cos\varphi$ ,在恒定横向外磁场 H<sub>0</sub>的作用下,粒子磁矩与外 场相互作用对自由能体密度的贡献为<sup>[5]</sup>



收稿日期:2006-03-21
 基金项目:重庆市教育委员会科学技术研究资助项目(031202)
 作者简介:吴强(1965-),男,重庆璧山人,重庆文理学院副教授,主要从事磁性薄膜方面的研究.

 $f_{m} = K(\sin^{2}\theta - 2h\sin\theta\cos\varphi), \qquad (1)$ 式(1)中的 K 为各向异性常数,  $h = \frac{M_{s}H_{0}}{2K}, M_{s}$  为饱和磁 化强度. h = 0相应于易轴对称型粒子. 利用数学知识, 很易求得当 0 < h < 1 的条件下, 在点 0( $\theta, \varphi$ ) = ( $\frac{\pi}{2}$ , 0)处具有一个鞍点而在点 1( $\sin^{-1}h$ , 0)和点 2( $\theta = \pi - \sin^{-1}h$ , 0)自由能  $f_{m}$  具有极小值, 将  $f_{m}$  在点 i(i = 0, 1, 2),附近展开,只保留到二次项有:  $f_{m} = f_{mi0} + \frac{1}{2} [C_{1}^{i}(e_{1}^{i})^{2} + C_{2}^{i}(e_{2}^{i})^{2}],$ 

这里  $i = 0, 1, 2; C_1^{(i)} = \partial^2 F_m / \partial e_1^{i2}, C_2^{(i)} = \partial^2 F_m / \partial e_2^{i2}.$ 由式(1)求得:

$$f_{m0} - f_m = K(1 - h^2), C_1^{(0)} = M_s H_0,$$
  

$$C_2^{(0)} = 2K(1 - h), C_1^{(1)} = C_1^{(2)} = 2K,$$
  

$$C_2^{(1)} = C_2^{(2)} = 2K(1 - h^2).$$
(2)

除了磁矩与外磁场相互作用产生的自由能 f<sub>m</sub> 外, 还有因格点热振动对自由能的贡献. 设铁磁粒子的体 积 v, 它有 N 个原子. 利用统计物理知识, 求得热振动 对自由能的贡献为<sup>[6]</sup>

$$F_T = N(u - T_s). \tag{3}$$

式(3)中的u、s 均含有非简谐项,非简谐效应对声子能 量有影响. 假若单畴粒子的体积为v,则总原子数 $N = v/\Omega, \Omega$ 为原胞体积. 对  $Fe, \Omega = \frac{1}{2}a^3, a$  为晶格常数. 由 式(3)和式(1),得到单畴铁磁粒子的自由能 $F = vf_m + F_T$ 为

$$F = vK(\sin^2\theta - 2h\sin\theta\cos\varphi) + \frac{v}{\Omega}(u - T_s) = F_m + F_T.$$
(4)

### 2 有外磁场作用下单畴铁磁粒子的弛豫时间

按照单畴铁磁粒子磁化强度弛豫时间的布朗模型,磁化强度 M 的分布函数 W(M,t) 遵从如下的普朗 克 - 福克方程

$$\frac{\partial W(M,t)}{\partial t} = \frac{1}{2\tau_N} \,.$$

$$\left\{ \frac{v}{k_B T} \left[ \alpha^{-1} \boldsymbol{u} \cdot (\nabla F \times \nabla W) + \nabla \cdot (W \nabla F) \right] + \Delta W \right\},$$
(5)

式(5)中的  $k_B$  为玻尔兹曼常数, T 为绝对温度,  $\Delta$  为拉 普拉斯算符,  $\nabla$ 为对坐标的梯度算符, F 为粒子的自由 能, u = M/M 为磁化强度的单位矢量,  $\tau_N$  为特征扩散 时间, 它与阻尼系数  $\alpha$  之间满足如下关系

$$\tau_N = \frac{v}{k_B T} M_s (1 + \alpha^2) / 2\gamma a, \quad \alpha = \gamma \eta M_s \quad (6)$$

式(6)中的 v 为粒子体积, $\gamma$  为回转磁化率, $\eta$  为摩擦 系数.

由式(5)看出,由于在  $F = F_m + F_T 中$ ,只有  $F_m$ 部 分与坐标有关,而  $F_T$  与坐标无关,因而

 $\nabla W(M_{\star})$ 

$$\frac{\partial W((M,t)}{\partial t} = \frac{1}{2\tau_N}.$$

$$\left\{\frac{1}{k_BT}[\alpha^{-1}u \cdot (\nabla F_m \times \nabla W) + \nabla \cdot (W \nabla F_m)] + \Delta W\right\}.$$
(7)
$$d(7) = \frac{1}{2\tau_N} \cdot (\nabla F_m \times \nabla W) + \nabla \cdot (W \nabla F_m)] + \Delta W$$

$$d(7) = \frac{1}{2\tau_N} \cdot (\nabla F_m \times \nabla W) + \nabla \cdot (W \nabla F_m)] + \Delta W$$

$$d(7) = \frac{1}{2\tau_N} \cdot (\nabla F_m \times \nabla W) + \nabla \cdot (W \nabla F_m)] + \Delta W$$

$$d(7) = \frac{1}{2\tau_N} \cdot (\nabla F_m \times \nabla W) + \nabla \cdot (W \nabla F_m)] + \Delta W$$

$$d(7) = \frac{1}{2\tau_N} \cdot (\nabla F_m \times \nabla W) + \nabla \cdot (W \nabla F_m)] + \Delta W$$

$$d(7) = \frac{1}{2\tau_N} \cdot (\nabla F_m \times \nabla W) + \nabla \cdot (W \nabla F_m)] + \Delta W$$

1) 强阻尼情况

$$\simeq \frac{2\tau_{N}\pi\sqrt{h}e^{\sigma(1-h)^{2}}A(2\alpha S_{i})}{\sigma\sqrt{1+h}(1-2h+\sqrt{1+4h(1-h)/\alpha^{2}})A^{2}(\alpha S_{i})}$$
(8)

其中的 $A(\alpha S_i)$ 和 $A(2\alpha S_i)$ 有下式决定

$$A(\alpha S_i) = \exp\left\{\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \ln[1 - e^{-\alpha S_i(\lambda^2 + \frac{1}{4})}] d\lambda\right\}.$$
(9)

满足如下条件

$$\lim_{\alpha \to \infty} A(\alpha S_i) = 1, \lim_{\alpha \to 0} \frac{1}{\alpha} A(\alpha S_i) = S_i. \quad (10)$$

式(8) – (10)中的  $\sigma = vK/k_BT$ 称为无量纲的势垒高度 参数,作用量  $S_i$ 由下式给出

$$S_{i} = \frac{1}{k_{B}T} \oint_{F=F_{0}} \left[ \sin^{2}\theta \frac{\partial F_{m}(\theta,\varphi)}{\partial \cos\theta} d\varphi + \frac{1}{\sin^{2}\theta} \frac{\partial F_{m}(\theta,\varphi)}{\partial \varphi} d(\cos\theta) \right], \quad (11)$$

积分沿着包围  $F_m(\theta,\varphi) = F_m0($  鞍点的自由能)的解的 轨道进行. 由式(1),在鞍点处得到计算  $S_i$  的轨道方程 为  $\sin^2\theta - 2h\sin\theta\cos\varphi = 1 - 2h$ ,将其公式(11),积分 求得

$$S_{i} = 16 \frac{v}{k_{B}T} K \sqrt{h} \left[ 1 - \frac{13}{16}h + \frac{11}{8}h^{2} - \frac{3}{16}h^{3} + \frac{7}{384}h^{4} + \frac{1}{256}h^{5} + o(h^{6}) \right].$$
(12)

将式(12)代入式(9),注意到通常情况下,外场  $H_0$  较弱,而铁磁颗粒的各项异性常数 K 较大,温度也不太低,因而  $h = M_s H_0/2K$  较小,自然由式(12)决定的  $S_i$  较小.于是可作近似处理,其初级近似为

$$A(\alpha S_i) \approx \exp\left\{\frac{1}{\pi}\ln(\alpha S_i)\pi + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{\ln(\lambda^2 + 1/4)}{\lambda^2 + 1/4} d\lambda\right\}, (13)$$

规律,为简便,略去后近似取为

$$A(\alpha S_i) \approx \exp\left[\frac{1}{\pi}\ln(\alpha S_i\pi)\right] = (\alpha S_i\pi)^{1/\pi},$$
  
$$A(2\alpha S_i) \approx \exp\left[\frac{1}{\pi}\ln(2\alpha S_i\pi)\right] = (2\alpha S_i\pi)^{1/\pi}.$$

将上式代人式(8),就得到强阻尼情况,单畴铁磁 粒子磁化强度弛豫时间的表示式.

2) 对弱阻尼(α < 0.01)情况,利用

$$\lim_{\alpha \to 0} \frac{1}{\alpha} A(\alpha S_i) = S_i,$$
  
$$\lim_{\alpha \to 0} \frac{1}{2\alpha} A(2\alpha S_i) = S_i,$$
  
$$\lim_{\alpha \to 0} \frac{A(2\alpha S_i)}{A^2(\alpha S_i)} = \frac{2}{\alpha S_i}.$$

求得此情况下铁磁颗粒磁化强度的最大弛豫时间

$$\tau = \frac{A(2\alpha S_i)}{A^2(\alpha S_i)}\tau = \frac{1}{\alpha S_i \Gamma''_{ij}} = \frac{\pi \tau_N e^{\alpha(1-h)^2}}{8\sigma^2 \sqrt{h(1-h)}} \cdot \left[1 - \frac{13}{16}h + \frac{11}{8}h^2 - \frac{3}{16}h^3 + \frac{7}{384}h^4 + \frac{1}{256}h^5\right]^{-1}.$$
 (15)

3) 在中间阻尼(0.01 < α < 1 情况下,单畴铁磁颗 粒磁化强度最大弛豫时间为

$$\tau = \frac{A(2\alpha S_i)}{A^2(\alpha S_i)}\tau''' = \frac{A(2\alpha S_i)}{2A^2(\alpha S_i)\Gamma''_{ij}} = \frac{A(2\alpha S_i)\pi\omega_0}{A^3(\alpha S_i)\Omega_0\omega_i}e^{\alpha}(1-h)^2.$$
 (16)

#### 3 温度和阻尼参数对弛豫时间的影响

设铁磁粒子粒径 10 nm,则 v = 523 nm<sup>3</sup>,饱和磁化强度 $\mu_0 M_s = 2.15$  特斯拉<sup>[7]</sup>,回转磁比率 $\gamma = 4\pi \times 10^4$  m·A<sup>-1</sup>·s<sup>-1</sup>,各向异性常数  $K = 4.2 \times 10^4$  J·m<sup>-3</sup>.将这些数据及玻尔兹曼常数  $k_B$ 等数据代入式(2)、式(16)以及 $\sigma_s h$ 等的定义式,得到在国际单位制下的 $\tau_N, \sigma_s h, \omega_i, \omega_0, \Omega_0$ 等的表达式:

$$\begin{aligned} \tau_{N} &= 0.258 \, \frac{(1+\alpha^{2})}{T\alpha}, \, \sigma = \frac{1}{1} \frac{591.74}{T}, \, h = 1.495 \, 2H_{0}, \\ \omega_{i} &= \frac{\gamma}{M_{s}} \sqrt{C_{1}^{(i)} C_{2}^{(i)}} = \frac{2K\gamma}{M_{s}} \sqrt{1-h^{2}} = \\ &= 6 \, 163.4 \, \sqrt{1-(1.495 \, 2H_{0})^{2}}, \\ W_{0} &= \frac{\gamma}{M_{s}} \sqrt{C_{1}^{(0)} C_{2}^{(0)}} = 2.483 \times 10^{7} \, \sqrt{H_{0}(1-1.495 \, 2H_{0})}, \\ \Omega_{0} &= \frac{v}{4\tau_{N} k_{B} T} \left[ -C_{1}^{(0)} - C_{2}^{(0)} + \\ &\sqrt{(C_{1}^{(0)} - C_{2}^{(0)})^{2} - 4C_{1}^{(0)} C_{2}^{(0)} / \alpha^{2}} \right] = \\ &= \frac{3.672 \times 10^{4} \alpha}{(1+\alpha^{2})} \left\{ -(1.586H_{0} - 0.084) + \\ \left[ (1.837H_{0} - 0.084)^{2} - \frac{0.575H_{0}(1-1.495H_{0})}{\alpha^{2}} \right]^{1/2} \right\}. \end{aligned}$$

将以上计算代人式(8)、式(15)、式(16),就得到 单轴铁磁粒子磁化强度弛豫时间  $\tau$  随外磁场  $H_0$ 、温度 T 和阻尼参数  $\alpha$  的变化关系.根据这一关系,采用 Mathematica 软件计算作图,作出在给定外场  $H_0 =$ 0.5T,而温度取不同值 T = 100 K、150 K、200 K、250 K、 300 K、350 K,弱阻尼、中间阻尼和强阻尼情况下弛豫 时间  $\tau$  随阻尼参数  $\alpha$  的变化曲线如图 2、图 3 所示,图 2 中的小图是转折处的局部放大图.



图 2 不同温度下弛豫时间 au 随阻尼系数  $\alpha$  的变化



由图2、图3看出:1)在弱阻尼情况(α<0.01),单 畴铁磁粒子磁化强度弛豫时间随阻尼系数增大而减 小,其中 $\alpha < 0.01$ 时, $\tau$ 随增大而急剧减小;而 $\alpha > 0.01$ 后, $\tau$ 减小得极慢,几乎为常数;只在 $\alpha = 0.0005$ 附近 不同温度的弛豫时间才有较明显差异:2)在中间阻尼 范围 $(0.3 \sim 1.0)$ ,总的也是 $\tau$ 随阻尼系数增大而减 小,但在阻尼系数  $\alpha = 0.6$  附近发生跃变且变化剧烈; 当 $\alpha < 0.6$ 时弛豫时间为负值;当 $\alpha > 0.6$ 时,弛豫时 间为正. 只在 $\alpha = 0.6$ 附近, 温度的影响在有明显显 示;3)在强阻尼时,弛豫时间随阻尼系数增大而增大. 温度越低弛豫时间越大,且阻尼系数越大,温度的影响 越明显. 例如: 阻尼系数为  $\alpha = 2.5$  时, T = 100 K 和 T=150 K的弛豫时间分别为 0.000 55 s 和 0.001 s,  $\Delta = 0.00045$  s; 而阻尼系数  $\alpha = 15$  时, T = 100 K 和 T = 150 K对应的 t 分别为 0.002 6 s 和 0.003 4 s,  $\Delta \tau =$ 0.000 8 s. 上述结论与文献[4]的定性分析是吻合的.

现对结果简单说明如下:弛豫时间是阻尼和分子 磁矩转向动能两者共同作用的结果. 阻尼的作用是使 分子磁矩从一个方向的势阱转向到另一方向的势阱更 加困难,因而弛豫时间增大;而分子转动动能的增大 (即温度的升高)将使分子磁矩的转向更加容易,因而 弛豫时间减小.但又应看到,由于粒子线度小,热涨落 显著,相应的转向动能也有热涨落.这三者的共同效 果,使得弛豫时间随阻尼系数的变化呈非线性关系.在 阻尼系数较大时,温度效应和热涨落的影响起次要作 用,而阻尼起主要的作用.阻尼的增大会使分子磁矩转 向更加困难,因而弛豫时间增大.当给定阻尼时,温度 高的,其分子磁矩转向越容易,弛豫时间较小,而温度 较低,则弛豫时间较大.当阻尼系数较小,涨落起主要 作用,会使弛豫时间在某些阻尼系数附近出现急剧变 化,甚至出现负值,造成变化复杂的现象.根据布朗模 型,自由能在各个方向取得的极小值大小不一,可约定 从较小的极小值到较大的极小值方向转变时弛豫时间 为正值,反之则为负值,这就是弛豫时间出现负值的 原因.

### 4 结 论

 1)考虑到原子作非简谐振动后,单畴铁磁粒子的 自由能会改变,但磁化强度分布函数及弛豫时间的变 化规律不会改变;

2) 单畴铁磁粒子弛豫时间随阻尼系数增大而增大;

3)当阻尼系数较大时,温度对弛豫时间的影响较明显,温度越高,弛豫时间越小,当阻尼系数较小或中间范围阻尼时,温度对弛豫时间的影响很小;

4)当阻尼系数不大时,因热涨落,会使弛豫时间 在某些阻尼系数附近出现急剧变化,甚至出现负值。

#### 参考文献

- KALMYKOV YU P, TITOV S V. Matrix Elements of the System of Moment Equations Governing the Kinetics of Superparamagnetic Particles [J]. Phys. Rev. Letters, 1999, 82(14):2 967 - 2 970.
- [2] MERNIKOV V I, MESHKOV S V. Theory of Activated Rate Processes: Exact Solution of Kramers Problem [J].
   J. Chem. Phys, 1986,85(2):1 018 - 1 027.
- [3] DEJARDIN P M, CROTHERS D S F, COFFERY W T. Interpolation Formula Between very Low and Intermediate-to-high Damping Kramers Escape Rates for Single-domain Ferromagnetic Particles [J]. Phys. Rev. E, 2001, 63 (2): 021102(1) 021102(12).
- [4] KALMYKOV YU P, KOLANI F T, TITOVS V. The Variety of Magnetization Intensity Relaxation of Single-domain Ferromagnetic Granule with Damping Parameter on Brown Model [J].
   Solid State Physics, 2005,47(2):260 - 267.
- [5] COFFEY W T, CROTHERS D S F, DORMANN J L , et al. Effect of an Oblique Magnetic Field on the Superparamagnetic Relaxation Time(II). Influence of the Gyromagnetic term[J]. Phys. Rev. B, 1998,58(12):3 249 - 3 266.
- [6] 郑瑞伦,陈怀新,吴兴源.非简谐振动对二元系统 溶解曲线的影响[J].西南师范大学学报,1993, 18(3):280-286.
- [7] 赵凯华.电磁学(下册)[M].北京:高等教育出版社,2000.601.

# Magnetization Intensity Relaxation Time of Single-domain Ferromagnetic Granule

### WU Qiang

(Department of Physics and Information Engineering, Chongqing University of Arts and Sciences, Chongqing 402160, China)

Abstract: Considering atomic anharmonic vibration, the authors have figured out the expression of free energy and relaxation of single-domain ferromagnetic granule in magnetic field. They have discussed the influence of damping parameter and temperature on the relaxation of particle magnetization intensity. As a result, atomic anharmonic vibration will affect the free energy of single-domain ferromagnetic granule, but not the relaxation. In a word, the relaxation should augment with damping parameter. It is less influenced by temperature if damping parameter is on the small side or in midst. And the influence should augment with the damping parameter. If the damping invariability is given, the relaxation should augment when the temperature is lower.

Key words: single - domain ferromagnetic granule; magnetization intensity; relaxation; damping parameter; temperature

(编辑 姚 飞)

(上接第140页)

# Analysis on Micro-structure of TiN Thin Film and Polyimide with AFM

BAI Hai-hui<sup>1</sup>, YANG Xue-heng<sup>1</sup>, PENG Guang-han<sup>2</sup>

(1. College of Mathematics and Physics, Chongqing 400030 China;

2. Department of Physics and Electronic, Hunan University of Arts and Science, Changde 415000, China)

Abstract: The study in molecular morphology is given with a high-resolution Atomic Force Microscope AFM. IPC-208B. By taking TiN thim film prepared by magnerton sputtering method and polymide(PI) fibre for examples, the preferenthal growing plme of TiN thin film, the atomic arranges of TiN thin film on the preferential growing plme and the surficial micro-structure can be ascertained form the three-dimensional images obtamed by AFM. IPC-208B. These experiments not only identify small structures of the materials , but also affirm that AFM. IPC-208B holds the precision of atomic level and potential application in micro-structure field , at the same time it establishs the groundwork for the application in microprocess kingdom .

Key words: AFM, TiN thin film ; magnetron sputtering ; micro-structure ; preferential growing face

(编辑 陈移峰)