

文章编号:1000-582X(2007)11-0111-06

QED 中 e^-e^- 单圈图重整化传播子的“精确”计算结果

方祯云, 陆易成, 蒋再富, 陈文锁, 汪先友, 陈学文

(重庆大学理论物理研究所, 重庆 400030)

摘要:研究量子场论重整化理论中“精确”计算问题——具体针对电子 e^- 、反电子 e^+ 、光子 γ 电磁相互作用的最小耦合模型即量子电动力学(QED),对模型中 e^-e^- 单圈图重整化传播子作了理论分析和严格解析计算,获得“精确”理论计算结果,进而又对有关“辐射修正”问题作了全面分析与讨论,获得具有参考意义的重要结论。

关键词:量子电动力学; e^-e^- 单圈图重整化传播子; 紫外发散; 红外发散; 辐射修正

中图分类号: O365; O230

文献标志码: A

自上世纪初建立量子场论以来,量子场论^[1-2]一直是描述微观高能粒子相互作用的成功唯像理论与有效计算方法。采用量子场论作理论计算时,成熟和完善的计算方法至今仍然是微扰理论计算方法。采用微扰理论作低阶(树图)微扰计算较为容易,且不出现“发散”困难,但作高阶(圈图)微扰计算时,将出现“发散”困难。虽然重整化理论能合理消除“发散”,但由此出现的重整化计算问题又将导致理论计算处理上的异常复杂、困难。

关于量子场论重整化理论计算尤其“精确”理论计算问题的研究已经经历了近一个世纪至今仍未出现计算方法上的重大突破。重整化计算问题将成为今后相当长时期的一个重要研究课题。重整化的计算可以分离掉高阶(圈图)计算中非物理“发散量”,而保留所需的物理“有限量”。在许多重要物理问题的深入研究中,尤其需要考虑并寻求至少单圈图计算中的重整化“有限量”^[3-8]——其贡献(辐射修正)虽然十分微小,但在理论的精确描述意义上却显得非常重要。由于重整化计算的重要性以及理论计算上出现的复杂性,致使重整化计算问题研究一直备受学术界关注。然而,对于重整化问题作具体理论计算时,至今采用较多的仍然是针对具体物理问题作某些近似考虑后建立

的各种近似计算理论与方法。

在文献[9-14]中,已从一个研究侧面探讨了 Feynman 传播子单圈图及其由单圈构成的无穷阶链图等高阶微扰计算中的重整化“精确”计算问题,完成了有关自旋为 0, $\frac{1}{2}$ 和 1 的单圈图和链图传播子函数的重整化严格解析计算的系列研究工作,获得“精确”计算结果。这些研究结果对于深入研究粒子物理学中许多重要的粒子反应过程的计算及其有关的物理问题的探讨,都产生了十分重要的作用和意义^[15]。

笔者针对量子场论中重要相互作用理论——电磁相互作用最小耦合模型即量子电动力学(QED),研究电子 e^- 、反电子 e^+ 传递电磁相互作用的单圈图重整化传播子 $S_{fc}^{(\text{单圈})}(p)$ 的严格解析计算问题。利用文献[16]对 $S_{fc}^{(\text{单圈})}(p)$ 里的圈函数 $\Pi_c(p)$ “动量正规化”处理后获得重整化有限量 $\Pi_c(p)$,并借鉴文献[2]中所建立的一系列有效计算处理方法,完成对 $S_{fc}^{(\text{单圈})}(p)$ 的“严格”解析计算并获得“精确”理论结果。需要关注一点的是,由文献[16]所给出的重整化有限量 $\Pi_c(p)$ 的有效计算式里,虽已通过“动量正规化”处理去掉了“紫外发散”但仍出现另类发散——“红外发散”;为此,在计算中还应首先考虑如何消除“红外发散”问

收稿日期:2007-06-12

基金项目:国家重点基础研究发展计划(“973”计划,2003CB716300);国家自然科学基金资助项目(10575140),重庆市自然科学基金重点资助项目(8562)

作者简介:方祯云(1945-),男,重庆大学教授,博士生导师,主要从事理论物理的研究(Tel)023-65103180;
(E-mail)zyfang@cqu.edu.cn.

题。因此对“红外发散”作了正确分离与合理消除,以确保最终“精确”计算结果的可靠性与正确性。

1 QED 中 e^-e^- 单圈重整化有限量 $\Pi_c(p)$ 的“有效计算式”

1.1 $\Pi_c(p)$ 的“有效计算式”

在量子电动力学(QED)中,描述电子 e^- ,反电子 e^+ 与光子 γ 相互作用唯像理论是最小电磁耦合模型^[21],其相互作用拉氏量 $\hat{L}(x)$ 为

$$\hat{L}(x) = ie\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\hat{A}_\mu(x)\psi(x), \quad (1)$$

其中 e 为电磁耦合常数, $\hat{\psi}(x)$ 和 $\bar{\psi}(x)$ 分别是电子 e^- (反电子 e^+) 旋量场算子和共轭旋量场算子, $\hat{A}_\mu(x)$ 为光子场算子。

QED 中,由电子 e^- -反电子 e^+ 传递电磁相互作用的“树图”(低阶)和“单圈图”(高阶)传播子(见图1)。

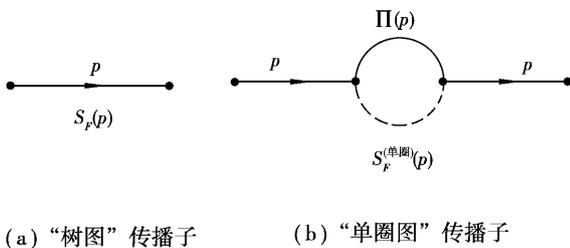


图1 QED 中 e^-e^- 传播子

利用 Feynman 规则,可表出图1中传播子函数:

$$S_F(p) = -1/(\gamma \cdot p - im - i\varepsilon),$$

$$S_F^{(单圈)}(p) = S_F(p) \cdot \Pi(p) \cdot S_F(p), \quad (2)$$

在 $S_F^{(单圈)}(p)$ 里“圈函数” $\Pi(p)$ 为“发散量”函数:

$$\left\{ \begin{aligned} \Pi(p) &= ie^2 \cdot \Sigma(p), \\ \Sigma(p) &= \frac{i}{(2\pi)^4} \int_{(\infty)}^1 d^4k \{ \gamma_\mu [\gamma \cdot (p-k) - im - i\varepsilon]^{-1} \gamma_\mu (k^2 - i\varepsilon)^{-1} \}, \end{aligned} \right. \quad (3)$$

在文献[19]中,采用“动量正规化”方案并利用“矩阵函数展开法”^[9,10,16]对“圈函数” $\Pi(p)$ 作了非物理“发散量”与物理“有限量”的有效计算分离(正规化处理),获得了重整化有限量函数 $\Pi_c(p)$ 的“严格”解析计算式——一维积分计算式:

$$\Sigma(p) = \frac{1}{16\pi^2} \int_{\epsilon}^1 dz \left\{ \frac{2(m^2 + p^2) \chi(\gamma \cdot p) - 2im}{\xi(p^2, x) - i\varepsilon} \chi - \frac{4p^2((\gamma \cdot p) - 2im) + (m^2 + p^2) \chi(\gamma \cdot p)}{\xi(p^2, x) - i\varepsilon} \chi^2 \right. \\ \left. + \frac{2p^2(\gamma \cdot p) \chi^3}{\xi(p^2, x) - i\varepsilon} \right\} + \frac{1}{16\pi^2} \int_{\epsilon}^1 dz \left\{ \frac{-4m^2((\gamma \cdot p) - 2im) \chi^2 + 2m^2(\gamma \cdot p) \chi^3}{\xi(-m^2, x) - i\varepsilon} \right\}, \quad (9)$$

然而,对 $\Sigma_c^{(1)}(p)$ 和 $\Sigma_c^{(2)}(p)$ 考察 $x \rightarrow 0$ 的行为时,容易看出后者将出现“发散”,而这种“发散”是属

$$\left\{ \begin{aligned} \Pi_c(p) &= ie^2 \cdot \Sigma(p), \\ \Sigma(p) &= \frac{i}{8\pi^2} \int_0^1 dx \{ \ln_{\epsilon}(\xi(p^2, x) - i\varepsilon) - \ln_{\epsilon}(\xi(-M^2, x) - i\varepsilon) \} \cdot [2m + \chi(1-x) \cdot (\gamma \cdot p)] \\ &\quad + \frac{M^2}{4\pi^2} \int_0^1 dx \left[\frac{\chi(1-x^2)}{\xi(-M^2, x) - i\varepsilon} \right] \cdot [(\gamma \cdot p) - im], \end{aligned} \right. \quad (4)$$

式中 $\xi(p^2, x) = p^2 x - p^2 x^2 + M^2 x$, $\xi(-M^2, x) = M^2 x^2$. (5)

式(4)给出的重整化有限量 $\Pi_c(p)$ 计算式仅涉及“一维积分”,这为“严格”作解析计算提供了计算途径上的保障。然而在这个计算式里虽已分离掉“紫外发散”,但仍含有“红外发散”,要在计算中合理处理 $\Pi_c(p)$ 中的“红外发散”问题以确保对 $\Pi_c(p)$ 的理论计算结果的可靠性与正确性,此外,鉴于这个计算式是一个 4×4 矩阵函数的复杂一维积分,因而对其作“严格”解析计算仍具有一定复杂与困难,借鉴文献[9-10]中计算 $N-\bar{N}$ 单圈图重整化传播子的有效计算处理方法对 $\Pi_c(p)$ 作“严格”解析计算。

1.2 对 $\Pi_c(p)$ 的“有效计算式”中“红外发散”的分离
重整化有限量函数 $\Pi_c(p)$ 的计算式(4)和(5)中,因含有“红外发散”在计算处理中应予消除。为此,首先对式(4)和(5)作考察与分析。将 $\Sigma_c(p)$ 的计算式表成以下2个部分:

$$\Sigma_c(p) = \Sigma_c^{(1)}(p) + \Sigma_c^{(2)}(p), \quad (6)$$

$$\Sigma_c^{(1)}(p) = \frac{i}{8\pi^2} \int_0^1 dx \left\{ \begin{aligned} & \ln_{\epsilon}(\xi(p^2, x) - i\varepsilon) - \ln_{\epsilon}(\xi(-M^2, x) - i\varepsilon) \\ & [2m + \chi(1-x) \cdot (\gamma \cdot p)] \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

$$\Sigma_c^{(2)}(p) = \frac{m^2}{4\pi^2} \int_0^1 dx \left\{ \left[\frac{\chi(1-x^2)}{\xi(-m^2, x) - i\varepsilon} \right] \cdot [(\gamma \cdot p) - im] \right\}, \quad (8)$$

于是, $\Sigma_c(p)$ 的计算将转换成计算 $\Sigma_c^{(1)}(p)$ 和 $\Sigma_c^{(2)}(p)$ 。对 $\Sigma_c^{(1)}(p)$ 完成分部积分计算后,可表成:

低能光子所造成的发散——“红外发散”^[20],需要给予分离与消除。若将 $\Sigma_c^{(2)}(p)$ 表成:

$$\sum_c^{(2)}(p) = \frac{m^2}{4\pi^2} \int_0^1 dx \left\{ \left[\frac{x}{m^2 x^2 - i\varepsilon} \right] \cdot [(\gamma \cdot p) - im] \right\} + \frac{-m^2}{4\pi^2} \int_0^1 dx \left\{ \left[\frac{x^3}{m^2 x^2 - i\varepsilon} \right] \cdot [(\gamma \cdot p) - im] \right\}, \quad (10)$$

则不难看出式(9)中右端前项积分式中包含了“红外发散”——为“ $\int_0^1 dx \left(\frac{1}{x - i\varepsilon} \right)$ ”类型发散积分；对此，应予以消除——因而 $\sum_c^{(2)}(p)$ 消除了“红外发散”的计算式为

$$\sum_c(p) = \frac{1}{16\pi^2} \int_c dz \left\{ \frac{[2(m^2 + p^2)\chi(\gamma \cdot p) - 2im]z - [4p^2((\gamma \cdot p) - 2im) + (m^2 + p^2)\chi(\gamma \cdot p)]z^2}{\xi(p^2, z) - i\varepsilon} + \frac{2p^2(\gamma \cdot p)z^3}{\xi(p^2, z) - i\varepsilon} \right\} + \frac{1}{16\pi^2} \int_c dz \left\{ \frac{-4m^2((\gamma \cdot p) - 2im)z^2 - 2m^2((\gamma \cdot p) - 2im)z^3}{\xi(-m^2, z) - i\varepsilon} \right\}, \quad (12)$$

引入 3 个标准积分：

$$J_l(p^2, \varepsilon) = \int_c dz \left[\frac{z^l}{\xi(p^2, z) - i\varepsilon} \right] \quad (l = 1, 2, 3), \quad (13)$$

为了计算方便，把 $\sum_c(p)$ 表示成：

$$\sum_c(p) = \frac{1}{16\pi^2} (E_1 + E_2), \quad (14)$$

$$E_1 = [2(m^2 + p^2)\chi(\gamma \cdot p) - 2im] J_1(p^2, \varepsilon) - [4p^2((\gamma \cdot p) - 2im) + (m^2 + p^2)(\gamma \cdot p)] J_2(p^2, \varepsilon) + 2p^2(\gamma \cdot p) J_3(p^2, \varepsilon), \quad (15)$$

$$E_2 = -4m^2((\gamma \cdot p) - 2im) J_2(-m^2, \varepsilon) - 2m^2((\gamma \cdot p) - 2im) J_3(-m^2, \varepsilon), \quad (16)$$

2.2 将标准积分处理成基本积分

$$\left[\frac{z^l}{\xi(p^2, z) - i\varepsilon} \right] = \frac{-1}{p^2 [z_1(p^2, \varepsilon) - z_2(p^2, \varepsilon)]} \left[\frac{z^l}{z - z_1(p^2, \varepsilon)} - \frac{z^l}{z - z_2(p^2, \varepsilon)} \right], \quad (20)$$

$$\frac{z^l}{z - z_j(p^2, \varepsilon)} = \left[\frac{z^l - z_j^l(p^2, \varepsilon)}{z - z_j(p^2, \varepsilon)} \right] + \left[\frac{z_j^l(p^2, \varepsilon)}{z - z_j(p^2, \varepsilon)} \right] \quad (l = 1, 2, 3, \text{ 以及 } j = 1, 2). \quad (21)$$

式(21)中的第一项是关于 z 的“ $l-1$ ”多项式，可以比较容易求得，第二项可以表示为 2 个基本积分：

$$k_j(p^2, \varepsilon) = \int_c dz \left[\frac{1}{[z - z_j(p^2, \varepsilon)]} \right] \quad (j = 1, 2), \quad (22)$$

由此可将标准积分处理成基本积分：

$$J_l(p^2, \varepsilon) = \frac{-1}{p^2 (z_1(p^2, \varepsilon) - z_2(p^2, \varepsilon))} \cdot j_l(p^2, \varepsilon), \quad (23)$$

$$j_l(p^2, \varepsilon) = \begin{cases} z_1(p^2, \varepsilon)k_1(p^2, \varepsilon) - z_2(p^2, \varepsilon)k_2(p^2, \varepsilon) & (l = 1) \\ (z_1(p^2, \varepsilon) - z_2(p^2, \varepsilon)) + (z_1^2(p^2, \varepsilon)k_1(p^2, \varepsilon) - z_2^2(p^2, \varepsilon)k_2(p^2, \varepsilon)) & (l = 2) \\ \frac{z_1(p^2, \varepsilon) - z_2(p^2, \varepsilon)}{2} + \left[(z_1(p^2, \varepsilon) - z_2(p^2, \varepsilon))\chi(z_1(p^2, \varepsilon) + z_2(p^2, \varepsilon)) \right. \\ \left. + (z_1^3(p^2, \varepsilon)k_1(p^2, \varepsilon) - z_2^3(p^2, \varepsilon)k_2(p^2, \varepsilon)) \right] & (l = 3). \end{cases} \quad (24)$$

2.3 计算基本积分 $k_j(p^2, \varepsilon)$ ($j=1, 2$) 并求得最终结果

利用复变函数中幅角转换公式，可将积分表为

$$\sum_c^{(2)}(p) = \frac{-m^2}{4\pi^2} \int_0^1 dx \left\{ \left[\frac{x^3}{m^2 x^2 - i\varepsilon} \right] \cdot [(\gamma \cdot p) - im] \right\}. \quad (11)$$

2 对圈函数重整化有限量 $\Pi_c(p)$ 的“严格”解析计算

2.1 将 $\sum_c(p)$ 处理成标准积分

对 $\sum_c(p)$ 进行整理并拓广成复变函数积分：

$$J_l(p^2, \varepsilon) = \int_c dz \left[\frac{z^l}{\{-p^2[z - z_1(p^2, \varepsilon)] [z - z_2(p^2, \varepsilon)]\}} \right] \quad (l = 1, 2, 3), \quad (17)$$

$$z_j(p^2, \varepsilon) = \alpha(p^2) + (-1)^{j+1}$$

$$\begin{cases} [\sqrt{\alpha(p^2)} + \sqrt{\chi(p^2, \varepsilon)}\sqrt{2}] \\ -i\varepsilon[\sqrt{2p^2} \sqrt{\alpha(p^2)} + \sqrt{\chi(p^2, \varepsilon)}] (p^2 < 0), \\ [-\sqrt{\alpha(p^2)} + \sqrt{\chi(p^2, \varepsilon)}\sqrt{2}] \\ +i\varepsilon[\sqrt{2p^2} \sqrt{\alpha(p^2)} + \sqrt{\chi(p^2, \varepsilon)}] (p^2 > 0), \end{cases} \quad (18)$$

$$\text{式中 } \alpha(p^2) = \frac{p^2 + m^2}{2p^2}, \quad \chi(p^2, \varepsilon) = \alpha^4(p^2) + \frac{\varepsilon^2}{p^4}. \quad (19)$$

3 个标准积分式(17)中的被积函数可以表示为

$$k_j(p^2, \varepsilon) = \ln \left| \frac{1 - z_j(p^2, \varepsilon)}{z_j(p^2, \varepsilon)} \right| + i \left(\arctan \left\{ \frac{1 - R \left[z_j(p^2, \varepsilon) \right]}{\ln \left[z_j(p^2, \varepsilon) \right]} \right\} + \arctan \left\{ \frac{R \left[z_j(p^2, \varepsilon) \right]}{\ln \left[z_j(p^2, \varepsilon) \right]} \right\} \right),$$

$$(j = 1, 2) \quad (25)$$

对 $z_j(p^2, \varepsilon)$ $k_j(p^2, \varepsilon)$ ($j=1, 2$) 取 ($\varepsilon \rightarrow 0$) 时的极限可分别表示为

$$z_1(p^2) = \begin{cases} \alpha(p^2) & (p^2 > 0), \\ 0 & (-m^2 < p^2 < 0), \\ \alpha(p^2) & (p^2 < -m^2), \end{cases}$$

$$z_2(p^2) = \begin{cases} 0 & (p^2 > 0), \\ \alpha(p^2) & (-m^2 < p^2 < 0), \\ 0 & (p^2 < -m^2), \end{cases} \quad (26)$$

$$k_1(p^2) = \begin{cases} \ln |\alpha(p^2)| & (p^2 > 0), \\ 0 & (-m^2 < p^2 < 0), \\ \ln |\alpha(p^2)| + i\pi & (p^2 < -m^2), \end{cases}$$

$$k_2(p^2) = \begin{cases} 0 & (p^2 > 0), \\ \ln |\alpha(p^2)| & (-m^2 < p^2 < 0), \\ \ln |\alpha(p^2)| - i\pi & (p^2 < -m^2). \end{cases} \quad (27)$$

由此不难求得 3 个标准积分 $J(p^2, \varepsilon)$ 的极限 ($\varepsilon \rightarrow 0$) 处理结果 $J(p^2)$ 即可将 $J(p^2, \varepsilon)$ 作 $J(p^2)$ 替换。将其带入式 (15) 和 (16) 后便得到 $\prod_c(p)$ 并可最终求得 $\prod_c(p)$ 。

$$\prod_c(p) = \frac{e^2}{16\pi^2} [(\gamma \cdot p) \cdot X(p^2) + im \cdot Y(p^2)], \quad (28)$$

$$\text{式中 } X(p^2) = \begin{cases} -2 - \alpha(p^2) + 2\alpha(p^2) \ln |\alpha(p^2)|, & (p^2 > -m^2, p^2 \neq 0) \\ -2 - \alpha(p^2) + 2\alpha(p^2) [\ln |\alpha(p^2)| + i\pi], & (p^2 < -m^2) \end{cases} \quad (29)$$

$$Y(p^2) = \begin{cases} 2 - 4\alpha(p^2) \ln |\alpha(p^2)| & (p^2 > -m^2, p^2 \neq 0) \\ 2 - 4\alpha(p^2) [\ln |\alpha(p^2)| + i\pi] & (p^2 < -m^2) \end{cases} \quad (30)$$

3 辐射修正讨论

按 Feynman 规则 e^-e^+ 单圈图重整化传播子有限量函数可以表示为

$$S_{Fc}^{(\text{单圈})}(p) = S_F(p) \cdot \prod_c(p) \cdot S_F(p), \quad (31)$$

能够看出 $S_{Fc}^{(\text{单圈})}(p)$ 对树图传播子函数 $S_F(p)$ 的辐射修正体现在一个作为 4×4 矩阵函数的修正因子“ $\prod_c(p) \cdot S_F(p)$ ”上。为了能更清楚地了解辐射修正的情况,可将树图传播子函数 $S_F(p)$ 分解成两部分:

$$S_F(p) = E \cdot S_{F(1)}(p^2) + (\gamma \cdot p) \cdot S_{F(2)}(p^2), \quad (32)$$

$S_{F(1)}(p^2)$ 和 $S_{F(2)}(p^2)$ 分别是 $S_F(p)$ 中所含单位矩阵 E 和非单位阵 $(\gamma \cdot p)$ 的贡献因子:

$$S_{F(1)}(p^2) = \frac{-im}{(p^2 + m^2)}, \quad S_{F(2)}(p^2) = \frac{-1}{(p^2 + m^2)}. \quad (33)$$

同理也可将单圈图传播子重整化有限量函数 $S_{Fc}^{(\text{单圈})}(p)$ 分解成两部分:

$$S_{Fc}^{(\text{单圈})}(p) = E \cdot S_{F(1)c}^{(\text{单圈})}(p^2) + (\gamma \cdot p) \cdot S_{F(2)c}^{(\text{单圈})}(p^2), \quad (34)$$

$S_{F(1)c}^{(\text{单圈})}(p^2)$ 和 $S_{F(2)c}^{(\text{单圈})}(p^2)$ 分别是对单位矩阵 E 和非单位阵 $(\gamma \cdot p)$ 的贡献因子:

$$S_{F(1)c}^{(\text{单圈})}(p^2) = \frac{-ime^2}{16\pi^2(p^2 + m^2)} X(p^2) + \frac{ime^2(p^2 - m^2)}{16\pi^2(p^2 + m^2)^2} [X(p^2) + Y(p^2)], \quad (35)$$

$$S_{F(2)c}^{(\text{单圈})}(p^2) = \frac{-e^2}{16\pi^2(p^2 + m^2)} X(p^2) - \frac{2m^2 e^2}{16\pi^2(p^2 + m^2)^2} [X(p^2) + Y(p^2)]. \quad (36)$$

引入 2 个关于 p^2 的函数:

$$R_1(p^2) = \left(\frac{-im}{p^2 + m^2} \right)^{-1} \cdot S_{F(1)c}^{(\text{单圈})}(p^2) = \frac{e^2}{16\pi^2} X(p^2) - \frac{e^2(p^2 - m^2)}{16\pi^2(p^2 + m^2)^2} [X(p^2) + Y(p^2)], \quad (37)$$

$$R_2(p^2) = \left(\frac{-1}{p^2 + m^2} \right)^{-1} \cdot S_{F(2)c}^{(\text{单圈})}(p^2) = \frac{e^2}{16\pi^2} X(p^2) + \frac{2m^2 e^2}{16\pi^2(p^2 + m^2)^2} [X(p^2) + Y(p^2)]. \quad (38)$$

可以看出 $R_1(p^2)$ 和 $R_2(p^2)$ 应分别是 $S_{Fc}^{(\text{单圈})}(p)$ 对 $S_F(p)$ 中所含单位矩阵 E 和非单位阵 $(\gamma \cdot p)$ 的 2 个辐射修正因子。为便于计算机作数值计算,对 p^2 作如下选点取值 $p^2 = xm^2$ (x 选点取值)。表 1 给出了 $-10^8 \leq x \leq 10^8$ 时的选点取值下 $R_1(p^2)$ 和 $R_2(p^2)$ 的辐射修正值。

表 1 $R_1(p^2)$ 和 $R_2(p^2)$ 的辐射修正值

x	-10^8	-10^7	-10^6	-10^5	-10^4	-10^3	-10^2
$R_1(p^2)$	0.002 323	0.002 323	0.002 323	0.002 323	0.002 321	0.002 307	0.002 216 + + i0.000 007
$R_2(p^2)$	0.023 142 + i0.003 649	0.020 467 + i0.003 649	0.017 792 + i0.003 649	0.015 116 + i0.003 649	0.012 439 + i0.003 648	0.009 742 + i0.003 638	0.006 926 - i0.003 540
x	-10	-8	-7	-6	-5	-4	-3
$R_1(p^2)$	0.001 812	0.001 758	0.001 728	0.001 700	0.001 679	0.001 685	0.001 786
$R_2(p^2)$	0.003 587 - i0.002 554	0.003 228 - i0.002 281	0.003 014 - i0.002 085	0.002 774 - i0.001 824	0.002 502 - i0.001 459	0.002 206 - i0.000 912	0.001 936
x	-2	-1.8	-1.6	-1.4	-1.2	-0.18	-0.14
$R_1(p^2)$	0.002 323	0.002 611	0.003 065	0.003 844	0.005 439	0.004 885	0.004 826
$R_2(p^2)$	0.002 033 + i0.001 824	0.002 238 + i0.002 433	0.002 624 + i0.003 193	0.003 374 + i0.004 171	0.005 031 + i0.005 474	0.008 581	0.009 470
x	-0.12	-0.1	-0.08	-0.06	-0.04	-0.02	0.2
$R_1(p^2)$	0.004 798	0.004 771	0.004 745	0.004 719	0.004 694	0.004 670	0.004 441
$R_2(p^2)$	0.010 147	0.011 100	0.012 538	0.014 945	0.019 773	0.034 282	0.002 227
x	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6
$R_1(p^2)$	0.004 277	0.004 143	0.004 030	0.003 933	0.003 850	0.003 776	0.003 710
$R_2(p^2)$	0.003 612	0.004 050	0.004 259	0.004 382	0.004 464	0.004 524	0.004 570
x	1.8	2	3	4	6	8	10
$R_1(p^2)$	0.003 652	0.003 599	0.003 397	0.003 258	0.003 076	0.002 961	0.002 880
$R_2(p^2)$	0.004 609	0.004 642	0.004 769	0.004 869	0.005 036	0.005 179	0.005 305
x	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8
$R_1(p^2)$	0.002 430	0.002 339	0.002 325	0.002 323	0.002 323	0.002 323	0.002 323
$R_2(p^2)$	0.007 259	0.009 792	0.012 445	0.015 117	0.017 792	0.020 467	0.023 142

从表 1 中可以看出, e^-e^- 单圈重整化传播子 $S_{Fc}^{(\text{单圈})}(p)$ 对 e^-e^- 树图传播子 $S_F(p)$ 的 2 个辐射修正因子 $R_1(p^2)$ 和 $R_2(p^2)$ 在相当大的传播范围: $-10^8 m^2 (Gev)^2 < p^2 < 10^8 m^2 (Gev)^2$ 里呈现出很小的(千分之几)修正值, 这符合 QED 辐射修正量级, 此外, 也表明 QED 微扰理论计算应是非常精确的计算理论。

4 结束语

笔者对 QED 中 e^-e^- 单圈重整化传播子 $S_{Fc}^{(\text{单圈})}(p)$ 的“精确”理论计算结果, 对于描述电磁相互作用中电子 e^- 、反电子 e^+ 传播相互作用的粒子反应 [例如 $e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$ (电子 Compton 散射), $e^+ + \gamma \rightarrow e^+ + \gamma$ (反电子 Compton 散射), $e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma$ (电子、反电子湮灭成双光子), $2\gamma \rightarrow e^- + e^+$ (双光子湮灭生成电子、反电子)等] 中, 将提供“精确”理论描述意义, 这对于“精确”检验 QED

将提供理论计算依据, 具有一定理论意义和参考价值。此外, 计算研究结果, 还将为由 e^-e^- 单圈构成的无穷阶链图重整化传播子的“精确”函数形式提供理论计算处理上的基础, 对于研究 e^-e^- 重整化无穷阶传播子的“辐射修正”问题将起到十分重要的作用。

参考文献:

[1] CLAUDE I, JEAN - BERNARD Z. Quantum Field Theory [M]. New York: McGraw - Hill Inc, 1980. 372-424.
 [2] LURIE D. Particles and Fields [M]. Interscience New York. London. S - ney Publishers of John Wiley & Sons. 1968. 177-178, 266-278.
 [3] YANG J M, LI C S, Top-Squark Mixing Effects in the Supersymmetric Electroweak Corrections to Top Quark Production at the Fermilab Tevatron [J]. Phys Rev D, 1996, 54: 4380-4384.

- [4] ZHOU H Y , LI C S , Supersymmetric QCD Corrections to To PQuark Pair Production at the CERN LHC in Two-Higgs-Doublet Models[J]. Phys Rev D ,1997 55 :4421-4429 .
- [5] FANG Z Y , CASTRO G . , PESTIEAU J , et al. Effective SU (2)_L ⊗ U(1) Theory and the Higgs Boson Mass[J]. Modern physics letter A ,1997 ,12(21) :1531-1535.
- [6] LI C S , OAKES R J , YANG J M , et al and ZHOU H Y , Supersymmetric QCD Corrections to Single To PQuark Production at the Fermilab Tevatron[J]. Phys Rev ,1998 , 57 :2009-2012.
- [7] JIN L. G , LI C. S , OAKES R. J et al. ZHU S. H , Supersymmetric Electroweak Corrections to Charged Higgs Boson Production in Association with a To PQuark at Hadron Colliders[J]. Phys Rev D 2000 62 53-58.
- [8] YANG Y. S , LI C. S , Electroweak Corrections to the Decay $H^+ \rightarrow W^+ h$ in the Minimal Supersymmetric Mode[J]. Phys Lett B ,2001(497) :101-102.
- [9] 张忠灿 ,蒋再富 ,方祯云 ,等. “精确计算” $N - \bar{N}$ 圈图传播子重整化有限量新“计算途径”与“计算式”[J]. 重庆大学学报 :自然科学版 2006 29(9) 89-93.
- [10] 张忠灿 ,徐进 ,方祯云 ,等. $N - \bar{N}$ 圈重整化传播子的精确计算与辐射修正[J]. 重庆大学学报 ,自然科学版 2007 , 30(3) 95-100.
- [11] 张忠灿 ,罗光 ,方祯云 ,等. 介子圈图传播子重整化有限量的有效计算方法(I) [J]. 重庆大学学报 :自然科学版 , 2005 28(2) :119-123.
- [12] 张忠灿 ,王春明 ,方祯云 ,等. 介子圈图传播子重整化有限量的有效计算方法(II) [J]. 重庆大学学报 :自然科学版 , 2005 28(8) 83-88.
- [13] 张忠灿 ,张宇 ,方祯云 ,等. 光子圈(链)图传播子重整化有限量的严格解析计算(I) [J]. 重庆大学学报 :自然科学版 2005 28(9) :108-112.
- [14] 张忠灿 ,高飞 ,方祯云等. 光子圈(链)图传播子重整化有限量的严格解析计算(II) [J]. 重庆大学学报 :自然科学版 2005 ,28(11) :101-105.
- [15] JIANG MIN ,FANG ZHEN-YUN ,SANG WEN-LONG ,et al. Accurate Calculation of the Differential Cross Section of Bhabha Scattering with Photon China Loops Contribution in QED[J]. Chin. Phys. Lett. 2006 23(10) 2681.
- [16] 陈周牛 ,方祯云 ,蒋再富 ,等. $e - \bar{e}$ 圈传播子重整化的有效动量正规化与计算式[J]. 重庆大学学报 :自然科学版 , 2007 30(1) 97-101.
- [17] 朱洪元. 量子场论[M]. 北京 :科学出版社 ,1981 251-268.

Accurate Calculation Result of the Renormalized Finite Quantity Function of $e - \bar{e}$ One-loop Propagator

FANG Zhen-yun , LU Yi-cheng , JIANG Zai-fu ,
CHEN Wen-suo , WANG Xian-you , CHEN Xue-wen

(College of Mathematics and Physica ,Chongqing University ,Chongqing 400030 , P R China)

Abstract In the minimum electromagnetism coupling model of interaction between photon and electron (positron) , the one-loop renormalized propagator of $e - \bar{e}$ is analyzed and calculated and the accurate result is obtained ; the related radiative corrections are briefly reviewed and discussed. The results not only help for the accurate calculation of renormalization in quantum field theory , but also provide the support for accurately verifying quantum electrodynamics.

Key words QED ; $e - \bar{e}$ one -loop renormalized propagator ; ultraviolet diffusion ; infrared diffusion ; radiation correction

(编辑 陈移峰)