文章编号:1000-582X(2007)11-0117-07

π^0 与 $N-\overline{N}$ 重整化链传播子的"精确"收敛公式与辐射修正

张忠灿,王凯俊,易俊梅,蒋再富,徐　进,方祯云
(重庆大学 理论物理研究所,重庆 400030)

摘　要:采用中性介子 π^0 与核子 N-反核子 $\overline{N}$ 强相互作用 Lorentz 不变耦合模型,对 π^0 与 $N-\overline{N}$ 两类重整化链图传播子函数级数收敛性问题作了全面考察与深入研究,并利用链图传播子函数的精确理论计算结果,通过相关理论分析、推导后获得重整化链图传播子函数级数"精确"收敛公式;在此基础上又对两类重整化链图传播子"辐射修正"问题作了理论计算与分析。

关键词:重整化有限量函数;单圈传播子;链传播子;序列收敛等效替换;辐射修正
中图分类号:O365;O230　　文献标志码:A

采用量子场论微扰理论计算单粒子衰变,两粒子散射,多粒子碰撞等物理过程及其相关物理结果、效应时,低阶计算仅涉及"树图"计算,通常计算难度不大,比较容易获得相关计算结果。然而一旦作高阶计算时,由于涉及"圈图"计算将产生"无穷发散"困难。采用"重整化"虽可从"发散量"中分离出物理"有限量",但要获得这些"有限量"通常是非常困难的,常用的计算方法为 Feynman 高维收敛积分计算方法[1]。为了获得重整化"有限量"的理论计算结果,目前采用近似计算处理。

重整化"有限量"的贡献(辐射修正)虽然十分微小,但对物理问题的深入研究却十分重要[2-8];能够严格解析计算出微小修正量比之作近似计算处理将会更精细地反映"辐射修正"物理效应,进而也会更有利于对物理问题的深入研究。笔者曾对此理论计算问题作了研究,获得了计算重整化"有限量"的一些可供参考的有效计算处理方法与"精确计算"结果[9-14];这些已完成的研究工作,包含了"自旋为 0"的标量粒子(π^0 介子)和"自旋为 1,质量为 0"的矢量粒子(光子),以及"自旋为 1/2"的荷电旋量粒子(核子 N-反核子 $\overline{N}$)的单圈传播子函数重整化"有限量"的"严格"解析计算结果。基于这些计算结果,又获得了重整化链传播子的"精确"计算结果。然而,由于链传播子是由无穷函数级数构成,其物理描述意义是否"存在"必然与函数级数是否"收敛"有关;因而,在对链传播子进行理论研究时,需要知道函数级数在什么情形下满足"收敛"亦即需要寻求出链传播子函数级数的"收敛条件"与"收敛公式"。

笔者针对 Lorentz 不变耦合模型,并利用已完成的有关理论计算工作[9,10,13,14],对重整化链传播子函数级数"收敛性"问题作严谨的理论研究。

1　Feynman 重整化链传播子函数级数"收敛条件"

Lorentz 不变耦合模型中 Feynman 重整化链图 π^0 传播子—$\Delta_{F,c}^{(链)}(k^2)$[9-10] 和 $N-\overline{N}$ 传播子—$S_{F,c}^{(链)}(p)$[13-14],分别由 2 个不同函数意义的无穷函数级数给出:

$$\Delta_{F,c}^{(链)}(k^2)=\Delta_F(k^2)\left\{\sum_{m=0}^{\infty}[\Pi_c(k^2)\cdot\Delta_F(k^2)]^m\right\},$$
$$S_{F,c}^{(链)}(p)=S_F(p)\left\{\sum_{m=0}^{\infty}[\Pi_c(p)\cdot S_F(p)]^m\right\}。\quad(1)$$

收稿日期:2007-06-11
基金项目:973 计划资助项目(2003CB71630);国家自然科学基金资助项目(10175096);重庆市自然科学基金重点资助项目(8562)
作者简介:张忠灿(1946-),男,重庆大学教授,博士生导师,主要从事理论物理研究,(E-mail)physicszzc@126.com。

欢迎访问重庆大学期刊网　http://qks.cqu.edu.cn

$$\begin{cases}\Delta_F(k^2) = -i/(k^2+\mu^2), \\ (\pi^0\text{ 树图传播子 - 通常函数意义}) \\ \&S_F(p) = -1/(\gamma\cdot p - im), \\ (N-\bar{N}\text{ 树图传播子 - }(4\times4)\text{ 矩阵函数意义})\end{cases} \tag{2}$$

式(1)中,$\Pi_c(k^2)$和$\Pi_c(p)$是Feynman单圈图传播子"内圈部分"重整化有限量,它们分别为通常函数和(4×4)矩阵函数;而$k\Rightarrow(\vec{k},k_0)$和$p\Rightarrow(\vec{p},p_0)$表示传播子四维动量—能量;$\mu$和$m$分别为$\pi^0$介子和核子$N$、反核子$\bar{N}$的质量。

由式(1)和式(2)表示出的重整化链图传播子$\Delta_{F,c}^{(链)}(k^2)$和$S_{F,c}^{(链)}(p)$,分别描述π^0和N核子与$\bar{N}$反核子传递强相互作用时,其内部出现的物理过程,其中包含了极其复杂的内部相互作用过程。这些物理过程包含了传播粒子无内部相互作用的简单传递(仅对于其中"树图"情形);此外,也包含了传播粒子在传递相互作用过程中,出现π^0介子湮灭产生"核子与反核子对"后,再由产生出的"核子反核子对"湮灭重新生成π^0介子[对于$\Delta_{F,c}^{(链)}(k^2)$],以及出现N核子或$\bar{N}$反核子放出(或吸收)π^0介子后,再重新吸收(或放出)这个π^0介子以回到原有四维动量—能量的状态[对于$S_{F,c}^{(链)}(p)$],而且对于这样的内部相互作用过程还包含有1个、2个…以至无穷多个的极其复杂情形。对于π^0和$N-\bar{N}$重整化链图传播子$\Delta_{F,c}^{(链)}(k^2)$和$S_{F,c}^{(链)}(p)$在传递强相互作用过程中所出现的上述复杂性,可参见图1。

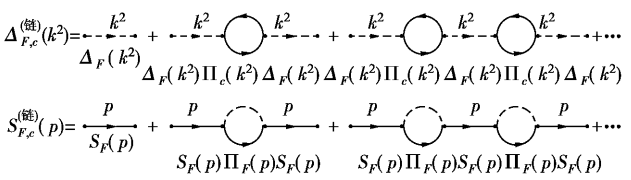

图1 Lorentz不变耦合模型中π^0和$N-\bar{N}$重整化链图传播子Feynman图

利用(1)可得出,$\Delta_{F,c}^{(链)}(k^2)$和$S_{F,c}^{(链)}(p)$对各自树图传播子的"辐射修正因子"分别是

$$R_{F,c}^{(链)}(k^2) = \sum_{m=1}^{\infty}[\Pi_c(k^2)\cdot\Delta_F(k^2)]^m,$$

$$R_{F,c}^{(链)}(p) = \sum_{m=1}^{\infty}[\Pi_c(p)\cdot S_F(p)]^m。 \tag{3}$$

由式(3)给出的"辐射修正"是否存在,将取决于无穷函数级数(1)是否收敛?进而确定出是否存在相应的辐射修正效应?就此问题的判定而言,对于$\Delta_{F,c}^{(链)}(k^2)$较为容易,因为$\Delta_{F,c}^{(链)}(k^2)$是通常函数构成的无穷函数级数,"收敛条件"可直接给出:

$$|R_{F,c}^{(单圈)}(k^2)|<1;[R_{F,c}^{(单圈)}(k^2) = \Pi_c(k^2)\cdot\Delta_F(k^2)]。 \tag{4}$$

若满足式(4),则存在π^0介子链传播子$\Delta_{F,c}^{(链)}(k^2)$:

$$\Delta_{F,c}^{(链)}(k^2) = \Delta_F(k^2)[1+R_{F,c}^{(链)}(k^2)],$$

$$\text{其中},R_{F,c}^{(链)}(k^2) = \frac{[\Pi_c(k^2)\cdot\Delta_F(k^2)]}{1-[\Pi_c(k^2)\cdot\Delta_F(k^2)]}。 \tag{5}$$

因为$S_{F,c}^{(链)}(p)$是由"(4×4)矩阵函数级数"构成,收敛性问题的理论分析异常复杂从而较难对其"存在性"问题进行分析。至今,学术界尚未给予理论上严谨的分析与完美解决。针对此问题,采用"函数序列收敛等效替换法"进行有关理论分析后,有效解决了这一问题。

首先,"假定"矩阵函数级数$S_{F,c}^{(链)}(p)$收敛,于是,必将导出如下"极限条件":

$$\lim_{n\to+\infty}L_n(p) = 0;(L_n(p) = [\Pi_c(p)\cdot S_F(p)]^n), \tag{6}$$

当式(6)成立时,重整化$N-\bar{N}$链传播子$S_{F,c}^{(链)}(p)$才会"存在":

$$S_{F,c}^{(链)}(p) = S_F(p)[1+R_{F,c}^{(链)}(p)],$$

$$\text{式中},R_{F,c}^{(链)}(p) = \frac{[\Pi_c(p)\cdot S_F(p)]}{1-[\Pi_c(p)\cdot S_F(p)]}。 \tag{7}$$

然而,要具体判定"极限条件"(6)式是否成立在理论计算上依然复杂困难。笔者采用"函数序列收敛等效替换法",可以很好解决这一困难问题。

按量子场论微扰理论,(4×4)矩阵函数$\boldsymbol{S_F(p)}$和$\boldsymbol{\Pi_c(p)}$均应为"Lorentz不变量";因而,$[\Pi_c(p)\cdot S_F(p)]$也应为"Lorentz不变量",且具有如下形式:

$$[\Pi_c(p)\cdot S_F(p)] = A(p^2)\cdot E + B(p^2)(\gamma\cdot p), \tag{8}$$

式中,$A(p^2)$和$B(p^2)$是2个Lorentz标量函数,且为2个复数函数值,而

$$E = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix},(\gamma\cdot p) = \begin{pmatrix} ip_0\cdot\boldsymbol{I} & -i(\vec{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\vec{p}) \\ i(\vec{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\vec{p}) & -ip_0\cdot\boldsymbol{I} \end{pmatrix};$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}-(2\times2)\text{ 单位阵} \\ \vec{\boldsymbol{\sigma}}-(2\times2)\text{ 泡利矢量阵}\end{bmatrix}。 \tag{9}$$

引入(4×4)矩阵函数序列:$L_n(p) = [\Pi_c(p)\cdot S_F(p)]^n$,$(n=1,2,3...)$。于是,利用(8)可将$(4\times4)$矩阵函数序列项$L_n(p)$采用2个"通常函数"序列项等效表示出

$$L_n(p) = L_n^{(1)}(p^2)\cdot E + L_n^{(2)}(p^2)\cdot(\gamma\cdot p), \tag{10}$$

$$\begin{cases} L_n(p^2) = \sum_{k=0}^{[\frac{n}{2}]} C_n^{2k} \cdot [A(p^2)]^{n-2k} \cdot [B(p^2) \cdot \sqrt{p^2}]^{2k}, \\ L_n^{(2)}(p^2) = (\frac{1}{\sqrt{p^2}}) \cdot \sum_{k=0}^{[\frac{(n-1)}{2}]} C_n^{2k+1} \cdot [A(p^2)]^{n-(2k+1)} \cdot \left[B(p^2) \cdot \sqrt{p^2}\right]^{2k+1}, \\ C_n^m = \frac{n(n-1)\cdots[n-(m-1)]}{m!}, [\cdot] \text{ 为表示取数"}\cdot\text{"的"最大整数"。} \end{cases} \tag{11}$$

式(10)和(11)的获得,利用了矩阵对易性质:$[E,(\gamma \cdot p)] = 0$ 和二项式公式:$(a+b)^n = \sum_{m=0}^{n} C_n^m \cdot a^{n-m} \cdot b^m$,以及矩阵性质:$(\gamma \cdot p)^2 = p^2 \cdot E$。

利用式(10),可将"极限条件"式(6)等效简化成

$$\lim_{n\to+\infty} L_n(p^2) = 0, (j = 1,2)。 \tag{12}$$

虽然采用"函数序列收敛等效替换法"获得推导结果式(12),然而,要判定式(12)对于被传播的四维动量-能量 p 是否成立?还须对式(11)作理论计算且在具体计算上仍然存在复杂性、困难性。对此,笔者将再次采用"函数序列收敛等效替换法"解决此问题并寻求最终简捷计算公式。

首先,注意到任何 2 个复数 Z_1 和 Z_2 应存在如下数学性质:

$$(Z_1 \pm Z_2)^n = F_n(Z_1,Z_2) \pm G_n(Z_1,Z_2), \quad (n = 1,2,3,...)。 \tag{13}$$

$F_n(Z_1,Z_2)$ 和 $G_n(Z_1,Z_2)$ 分别是仅含 Z_2 的"偶数次幂"和"奇数次幂"的展开部分:

$$F_n(Z_1,Z_2) = \sum_{k=0}^{[n/2]} C_n^{2k} \cdot Z_1^{n-2k} \cdot Z_2^{2k}, G_n(Z_1,Z_2) = \sum_{k=0}^{[(n-1)/2]} C_n^{2k+1} \cdot Z_1^{n-(2k+1)} \cdot Z_2^{2k+1}。 \tag{14}$$

利用式(13)还可反表出 $F_n(Z_1,Z_2)$ 和 $G_n(Z_1,Z_2)$:

$$F_n(Z_1,Z_2) = \frac{1}{2}[(Z_1+Z_2)^n + (Z_1-Z_2)^n],$$
$$G_n(Z_1,Z_2) = \frac{1}{2}[(Z_1+Z_2)^n - (Z_1-Z_2)^n]。 \tag{15}$$

不难计算出 $F_n(Z_1,Z_2)$ 和 $G_n(Z_1,Z_2)$ 的模:

$$\begin{cases} |F_n(Z_1,Z_2)| \\ |G_n(Z_1,Z_2)| \end{cases} = \frac{1}{2}(|Z_1+Z_2|^{2n} + |Z_1-Z_2|^{2n} \pm 2 \cdot |Z_1+Z_2|^n \cdot |Z_1-Z_2|^n \cdot \cos\{n \cdot [\arg(Z_1+Z_2) - \arg(Z_1-Z_2)]\})^{1/2}, (n = 1,2,3,\cdots)。 \tag{16}$$

利用式(16)不难看出,仅当

$$|Z_1+Z_2| < 1, \ |Z_1-Z_2^1| < 1, \tag{17}$$

被同时满足时,如下极限才可以同时成立:

$$\lim_{n\to+\infty} |F_n(Z_1,Z_2)| = 0, \ \lim_{n\to+\infty} |G_n(Z_1,Z_2)| = 0, \tag{18}$$

亦即,$\lim_{n\to+\infty} F_n(Z_1,Z_2) = 0$, $\lim_{n\to+\infty} G_n(Z_1,Z_2) = 0$。 (19)

将式(13)~(15)及有关结果式(17)~(19)应用于"通常函数"序列项式(10)和(11),应得出

$$L_n(p) = F_n(A(p^2), B(p^2)\sqrt{p}) \cdot E + G_n(A(p^2), B(p^2)\sqrt{p^2}) \cdot \frac{1}{\sqrt{p^2}}(\gamma \cdot p); (n = 1,2,3,\cdots), \tag{20}$$

原"极限条件"式(12)即为相应"极限条件"式(19),而要满足后者,唯一条件是式(17)应同时被满足。至此,可最终寻求出(4×4)"矩阵函数序列":$L_1(p), L_2(p), \cdots$ 满足的"极限条件"式(6)应该是如下简捷计算公式

$$\left|A(p^2) \pm B(p^2) \cdot \sqrt{p^2}\right| < 1, \tag{21}$$

至此,二次采用"函数序列收敛等效替换法"后,所获得的结果式(21)便是所寻求的重整化 $N-\bar{N}$ 链传播子 $S_{F,c}^{(链)}(p)$"收敛条件"简捷计算公式;且可通过直接作理论计算以判定"收敛条件"式(21)是否满足?若满足,则式(6)成立,即存在链传播子 $S_{F,c}^{(链)}(p)$。

2　Feynman 重整化链传播子的"精确"收敛公式与辐射修正效应

2.1　π^0 重整化链传播子的"精确"收敛公式与辐射修正效应

在 π^0 重整化链传播子函数 $\Delta_{F,c}^{(链)}(k^2)$ 中,因 $[\Pi_c(k^2) \cdot \Delta_F(k^2)] = R_{F,c}^{(单圈)}(k^2)$ 仅是"通常函数";其无穷函数级数"收敛条件"式(4)可直接用于理论计算。笔者在文献[9-10]里,已获得 $R_{F,c}^{(单圈)}(k^2)$ 的理论计算"精确"结果。

将 $R_{F,c}^{(单圈)}(k^2)$ 的"精确"理论计算结果代入式(4)和(5)后,便获得 π^0 介子重整化链传播子 $\Delta_{F,c}^{(链)}(k^2)$ 的"精确"收敛公式,以及 $\Delta_{F,c}^{(链)}(k^2)$ 和 $R_{F,c}^{(链)}(k^2)$ 的"精确"理论计算结果,条件是 $R_{F,c}^{(单圈)}(k^2)$ 必须满

足收敛公式(4)。表1给出了 π^0 重整化链传播子的四维动量—能量 $k \Rightarrow (\vec{k}, k_0)$,在 $-1\ 000\ \mathrm{m}^2 \leqslant k^2 \leqslant 1\ 000\ \mathrm{m}^2$ 传播范围里,涉及各"辐射修正"计算机选点计算值。

表1 π^0 重整化链传播子涉及的各"辐射修正"选点计算值

x	1	3	5	9	10
r	−0.028 146 4	0.018 859 3	0.054 973 1	0.109 348	0.120 52
x	20	40	60	100	1 000
r	0.203 782	0.301 127	0.362 911	0.444 415	0.837 497
x	−1	−3	−5	−6	−10
r	−0.096 754 7	−0.240 008	−0.295 641 − 0.304 22 i	−0.239 021 − 0.359 248 i	−0.094 922 4 − 0.449 239 i
x	−20	−50	−60	−100	−1 000
r	0.075 190 7 − 0.506 116 i	0.272 094 − 0.537 273 i	0.308 817 − 0.540 62 i	0.408 809 − 0.547 251 i	0.832 515 − 0.556 071i
x	1	3	5	9	10
R	−0.027 375 9	0.019 221 8	0.058 171	0.122 773	0.137 036
x	20	40	60	100	1 000
R	0.255 937	0.430 875	0.569 64	0.799 906	5.153 75
x	−1	−3	−5	−6	−10
R	−0.088 219 1	−0.193 554	−0.268 51 − 0.171 756	−0.255 5 − 0.215 864 i	−0.218 287 − 0.320 731 i
x	−20	−50	−60	−100	−1 000
R	−0.167 907 − 0.455 375 i	−0.110 693 − 0.656 405 i	−0.102 365 − 0.702 1 i	−0.089 059 9 − 0.843 235 i	−0.503 404 − 1.648 76 i
x	1	3	5	9	10
Δ	0.028 146 4	0.018 859 3	0.054 973 1	0.109 348	0.120 52
x	20	40	60	100	1 000
Δ	0.203 782	0.301 127	0.362 911	0.444 415	0.837 497
x	−1	−3	−5	−6	−10
Δ	0.096 754 7	0.240 008	0.424 209	0.431 498	0.459 158
x	−20	−50	−60	−100	−1 000
Δ	0.511 671	0.602 244	0.622 606	0.683 087	1.001 15

注:$k^2 = xm^2$ [x − 选点值,$m^2 \sim 0.880\,(Gev)^2$],强相互作用耦合常数 $G^2 = 14$,$r = R_{F,c}^{(单圈)}(k^2)$,$R = R_{F,c}^{(链)}(k^2)$,相对误差 $\Delta = \Delta_{(相对)}^{(圈\to链)}(k^2) = |[R_{F,c}^{(单圈)}(k^2) - R_{F,c}^{(链)}(k^2)/R_{F,c}^{(链)}(k^2)]|$。

从表 1 中可以看出,当 π^0 重整化链传播子四维动量-能量平方 k^2 在满足相当大的传播范围 $[-10^3\ \mathrm{m}^2 < k^3 < 10^3\ \mathrm{m}^2]$ 里,存在"辐射修正"效应。此外,由于相对误差 $\Delta^{(\text{圈}\to\text{链})}_{(\text{相对})}(k^2)$ 并非十分微小,这表明:链图"辐射修正"效应是不可忽略的重要(物理修正)因素。

2.2　$N-\bar{N}$ 重整化链传播子的"精确"收敛公式与辐射修正效应

$N-\bar{N}$ 链重整化传播子 $S^{(\text{链})}_{F,c}(p)$ 中,$[\Pi_c(p)\cdot S_F(p)]$ 具有"Lorentz 不变量"形式(8)式;其中,笔者已在文献[13-14]里,通过十分复杂的理论计算与处理后,获得了式(8)中 $A(p^2)$ 和 $B(p^2)$ 的"精确"理论计算结果。

利用 $A(p^2)$ 和 $B(p^2)$ 的"精确"理论计算结果,可具体给出"收敛条件"式(21)的理论计算公式,即为 $N-\bar{N}$ 重整化链传播子 $S^{(\text{链})}_{F,c}(p)$ 的"精确"收敛公式。对于被传播的四维动量-能量 p,通过理论计算后若满足收敛公式(21),则应存在 $N-\bar{N}$ 重整化链传播子 $S^{(\text{链})}_{F,c}(p)$ 及其"辐射修正"效应,即辐射修正因子 $R^{(\text{链})}_{F,c}(p)$ [参见式(7)]存在。然而,因这个修正因子 $R^{(\text{链})}_{F,c}(p)$ 是一个(4×4)"矩阵函数",为了能清楚考察辐射修正意义,不妨将矩阵函数修正因子 $R^{(\text{链})}_{F,c}(p)$ 的"修正含义"作等效转换:$R^{(\text{链})}_{F,c}(p^2)\to S_F(p)\cdot R^{(\text{链})}_{F,c}(p)$,且后者可表成:

$$S_F(p)\cdot R^{(\text{链})}_{F,c}(p) = \left[\frac{-im}{p^2+m^2}\cdot E\right]\cdot R^{(\text{链})}_{(1)F,c}(p^2) + \left[\frac{-1}{p^2+m^2}(\gamma\cdot p)\right]\cdot R^{(\text{链})}_{(2)F,c}(p^2), \tag{22}$$

$$\begin{cases} R^{(\text{链})}_{(1)F,c}(p^2) = \dfrac{A(p^2)[1-A(p^2)] + B(p^2)\cdot p^2[B(p^2)-\frac{i}{m}]}{[1-A(p^2)]^2 + B^2(p^2)\cdot p^2}, \\ R^{(\text{链})}_{(2)F,c}(p^2) = \dfrac{A(p^2)[1-A(p^2)] + B(p^2)[B(p^2)\cdot p^2 + im]}{[1-A(p^2)]^2 + B^2(p^2)\cdot p^2}, \end{cases} \tag{23}$$

又,注意到 $N-\bar{N}$ 树图传播子函数可表成:$S_F(p) = \left[\frac{-im}{p^2+m^2}\cdot E\right] + \left[\frac{-1}{p^2+m^2}(\gamma\cdot p)\right]$;因而,不难看出式(23)里 $R^{(\text{链})}_{(1)F,c}(p^2)$ 和 $R^{(\text{链})}_{(2)F,c}(p^2)$ 分别是 $S^{(\text{链})}_{F,c}(p)$ 对 $S_F(p)$ 中所含(4×4)单位阵 E 和非单位阵 $(\gamma\cdot p)$ 的 2 个"通常函数"辐射修正因子。

同样地,也可将 $N-\underline{N}$ 重整化单圈传播子作类似的考虑与处理:

$$S^{(\text{单圈})}_{F,c}(p) = S_F(p)\cdot R^{(\text{单圈})}_{F,c}(p),\quad [R^{(\text{单圈})}_{F,c}(p) = \Pi_c(p)\cdot S_F(p)], \tag{24}$$

$$S^{(\text{单圈})}_{F,c}(p) = \left[\frac{-im}{p^2+m^2}\cdot E\right]\cdot R^{(\text{单圈})}_{(1)F,c}(p^2) + \left[\frac{-1}{p^2+m^2}(\gamma\cdot p)\right]\cdot R^{(\text{单圈})}_{(2)F,c}(p^2), \tag{25}$$

$$\begin{cases} R^{(\text{单圈})}_{(1)F,c}(p^2) = A(p^2) - i\left(\frac{p^2}{m}\right)\cdot B(p^2), \\ R^{(\text{单圈})}_{(2)F,c}(p^2) = A(p^2) + im\cdot B(p^2)。 \end{cases} \tag{26}$$

利用式(23)和式(26),可得出 2 个不同含义的辐射修正因子出现的"相对误差":

$$\Delta^{(\text{圈}\to\text{链})}_{(1)(\text{相对})}(p^2) = \left|[R^{(\text{单圈})}_{(1)F,c}(p^2) - R^{(\text{链})}_{(1)F,c}(p^2)]/R^{(\text{链})}_{(1)F,c}(p^2)\right|, \tag{27}$$

$$\Delta^{(\text{圈}\to\text{链})}_{(2)(\text{相对})}(p^2) = \left|[R^{(\text{单圈})}_{(2)F,c}(p^2) - R^{(\text{链})}_{(2)F,c}(p^2)]/R^{(\text{链})}_{(2)F,c}(p^2)\right|。 \tag{28}$$

表 2 给出了 $N-\bar{N}$ 链传播子的四维动量-能量 $p\Rightarrow(\vec{p},p_0)$,在 $-10^4m^2 < p^2 < 10^4m^2$ 传播范围里,涉及的各"辐射修正"计算机选点计算值。

表 2　$N-\bar{N}$ 重整化链传播子中涉及的各"辐射修正"的选点计算值

x	−10 000	−1 000	−100	−10	−8	−4	−1.5
c^+	0.384 744	0.291 6	0.205 148	0.130 574	0.124 25	0.113 382	0.088 266 8
c^-	0.384 743	0.291 602	0.205 173	0.131 022	0.124 836	0.100 0	0.090 757 4
x	−1.30	−1.2	−1.1	−0.98	−0.90	−0.82	−0.74
c^+	0.080 132 8	0.059 515 1	0.050 485 8	0.043 164 7	0.039 279 3	0.036 049 5	0.033 261 6
c^-	0.080 132 8	0.059 515 1	0.050 485 8	0.043 164 7	0.039 279 3	0.036 049 5	0.033 261 6

续表

x	−0.73	−0.6	−0.4	−0.2	−0.08	−0.04	−0.005
c^+	0.200 321	0.159 725	0.024 818 2	0.021 861 8	0.020 660 7	0.020 332 5	0.020 072 4
c^-	0.200 321	0.159 725	0.024 818 2	0.021 861 8	0.020 660 7	0.020 332 5	0.020 072 4
x	1	5	7	10	100	1 000	10 000
c^+	0.020 846 9	0.051 216 4	0.060 437 4	0.071 213 1	0.157 895	0.257 125	0.358 778
c^-	0.020 846 9	0.051 216 4	0.060 437 4	0.071 213 1	0.157 895	0.257 125	0.358 778
x	−10 000	−1 000	−100	−10	−8	−4	−1.5
r_1	−0.092 751 + i0.000 001	−0.002 250 + i0.000 01	−0.002 315 + i0.000 06	−0.002 558 + i0.000 57	−0.002 576 + i0.000 72	−0.002 477 + i0.001 42	−0.000 628 + i0.002 944
r_2	0.358 632 − i0.139 232	0.256 020 − i0.138 976	0.150 425 −0.136 432	0.033 219 − i0.112 17	0.021 395 − i0.105 81	−0.011 921 − i0.076 54	−0.021 420 − i0.009 415
x	−1.3	−1.2	−1.1	−0.98	−0.90	−0.82	−0.74
r_1	0.002 135	0.000 749	0.000 284	−0.000 045	−0.000 202	−0.000 328	−0.000 433 7
r_2	−0.012 626	−0.006 916	−0.003 116	−0.000 570	0.002 702	0.004 651	0.006 452 5
x	−0.73	−0.6	−0.4	−0.2	−0.08	−0.04	−0.005
r_1	−0.000 446	−0.000 583	−0.000 746	−0.000 871	−0.000 932	−0.000 952	−0.000 968
r_2	0.006 669	0.009 323	0.012 951	0.016 163	0.017 933	0.018 501	0.018 989
x	1	5	7	10	100	1 000	10 000
r_1	−0.001 279	−0.001 694	−0.001 779	−0.001 862	−0.002 161	−0.002 226	−0.002 237
r_2	0.030 517	0.056 722	0.065 143	0.075 136	0.158 781	0.257 272	0.358 799
x	−10 000	−1 000	−100	−10	−8	−4	−1.5
R_1	−0.139 361 + 0.318 363i	−0.034 037 + 0.146 676i	0.009 66 + 0.056 071i	0.012 85 0.006 302i	0.011 22 + 0.003 441i	0.004 66 + 0.001 949i	−0.000 277 + 0.001 529i
R_2	0.489 00 − 0.323 292i	0.298 81 − 0.242 817i	0.147 23 − 0.184 893i	0.018 99 − 0.118 83i	0.008 29 − 0.109 384i	−0.019 067 − 0.073 39i	−0.020 344 − 0.008 193i
x	−1.30	−1.2	−1.1	−0.98	−0.90	−0.82	−0.74
R_1	0.001 52	0.000 69	0.000 71	−0.002 859	−0.000 72	−0.000 556	−0.000 541
R_2	−0.011 805	−0.006 387	−0.002 486	−0.002 343	0.002 01	0.004 18	0.006 06
x	−0.73	−0.6	−0.4	−0.2	−0.08	−0.04	−0.005
R_1	−0.000 303	−0.000 433	−0.000 617	−0.000 793 7	−0.000 897	−0.000 932	−0.000 961
R_2	0.006 54	0.009 18	0.012 82	0.016 07	0.017 87	0.018 45	0.018 95

续表

x	1	5	7	10	100	1 000	10 000
R_1	−0.001 795	−0.004 814	−0.006 17	−0.008 049	−0.038 169	−0.123 799	−0.318 483
R_2	0.030 94	0.059 47	0.069 01	0.080 57	0.188 32	0.346 22	0.559 52
x	−10 000	−1 000	−100	−10	−8	−4	−1.5
Δ_1	0.925 839	0.996 664	1.006 67	1.	1.198 2	1.416 82	0.938 217
Δ_2	0.384 766	0.291 697	0.205 483	0.130 553	0.123 828	0.102 991	0.074 239 6
x	−1.30	−1.2	−1.1	−0.98	−0.90	−0.82	−0.74
Δ_1	0.404 605	0.085 507 2	0.6	0.984 26	0.719 444	0.410 072	0.198 336
Δ_2	0.081 885 1	0.082 824 5	0.253 419	0.756 722	0.344 279	0.112 679	0.064 769
x	−0.73	−0.6	−0.4	−0.2	−0.08	−0.04	−0.005
Δ_1	0.471 947	0.346 42	0.209 076	0.097 392	0.039 019	0.021 459 2	0.007 284 08
Δ_2	0.019 724 8	0.015 577 3	0.010 218 4	0.005 787 18	0.003 525 46	0.002 764 23	0.002 058 05
x	1	5	7	10	100	1 000	10 000
Δ_1	0.287 465	0.648 11	0.725 446	0.768 667	0.943 383	0.982 019	0.992 976
Δ_2	0.013 671 6	0.046 208 2	0.056 035 4	0.067 444 5	0.156 855	0.256 912	0.358 738

注:其中,$p^2 = xm^2$,(x − 选点值,$m^2 \sim 0.880(Gev)^2$,强相互作用耦合常数 $G^2 = 14$,$C^{\pm} = \left| A(p^2) \pm B(p^2) \cdot \sqrt{p^2} \right| < 1$,$r_j = R^{(单圈)}_{(j)F,c}(p^2)$,$R_j = R^{(链)}_{(j)F,c}(p^2)$,$\Delta_j = \Delta^{(圈\to链)}_{(j)(相对)}(p^2)$;$(j = 1,2)$。

从表 2 中可看出,当 $N-\bar{N}$ 重整化链传播子 $S^{(链)}_{F,c}(p)$ 的四维动量—能量平方 p^2 在满足相当大的传播范围($-10^4 \sim 10^4$ 着 m^2)里,存在"辐射修正"效应。此外,由于相对误差 $\Delta^{(圈\to链)}_{(j)(相对)}$,($j = 1,2$)并非都十分微小,链图"辐射修正"效应是不可忽略的重要(物理修正)因素。

3　结束语

Feynman 链图传播子的重整化理论,是由半个世纪前量子场论重整化理论的创建者 Dyson[15-16] 首先提出。Dyson 重整化理论能够有效处理量子场论微扰理论中的高阶计算"发散量",从而获得具有物理描述(贡献)意义的"有限量",其"辐射修正"效应已得到越来越多的高能物理实验验证。然而在关于高阶重整化理论计算中,通常研究得较多的则是逐阶重整化计算;而对于链图传播子涉及的无穷阶重整化理论计算则研究甚少,这与理论计算处理的复杂性与困难性有关。关于 Feynman 链图传播子存在的精确"辐射修正"效应的理论计算结果,已在电磁相互作用中得到很好检验[17],这说明对于重整化 Feynman 链传播子的研究具有十分重要的理论价值和意义。

参考文献:

[1] CLAUDE I, JEAN-BERNARD Z. Quantum Field Theory [M]. New York: McGraw-Hill Inc, 1980. 372-424.

[2] ZHOU H Y, LI C S. Supersymmetric QCD Corrections to To PQuark Pair Production at the CERN LHC in Two-Higgs-Doublet Models[J]. Phys Rev D, 1997, 55: 442-4429.

[3] FANG Z Y, CASTRO G, PESTIEAU J, et al. Effective SU(2)$_L \otimes$U(1) Theory and the Higgs Boson Mass Modern[J]. Physics letter A, 1997, 12(21): 1531-1535

[4] LI C S, OAKES R J, YANG J M, et al. Supersymmetric QCD Corrections to Single To PQuark Production at the Fermilab Tevatron[J]. Phys Rev D, 1998, 57: 2009-2012.

[5] LIU H X, LI C. S a XIAO Z. J. $o(\alpha_3)$ QCD Corrections to Spin Correlations in $e^+e^- \to t\bar{t}$process at the NLC[J]. Phys Lett B, 1999.

[6] JIN L. G, LI C. S, OAKES R. J, ZHU S. H. Supersymmetric Electroweak Corrections to Charged Higgs Boson Production in Association with a To PQuark at Hadron Colliders[J]. Phys Rev D, 2000, 62.

[7] YANG Y. S, LI C. S. Electroweak Corrections to the Deacy $H^+ \to W^+$ h in the Minimal Supersymmetric Model[J]. Phys Lett B, 2001, 479, 101.

[8] JIN L. G, LI C. S. Supersymmetric Electroweak Corrections to

Sbottom Decay into Lighter Sto Pand Charged Higgs Boson to appear in [J]. Phys Rev D,2002,65.

[9] 张忠灿,罗光,方祯云,等. 介子圈图传播子重整化有限量的有效计算方法(I) [J]. 重庆大学学报:自然科学版,2005,28 (2):119-123.

[10] 张忠灿,王春明,方祯云,等. 介子圈图传播子重整化有限量的有效计算方法(II) [J]. 重庆大学学报:自然科学版,2005,28 (8):83-88.

[11] 张忠灿,张宇,方祯云,等. 光子圈(链)图传播子重整化有限量的严格解析计算(I) [J]. 重庆大学学报:自然科学版,2005,28 (9):108-112.

[12] 张忠灿,高飞,方祯云,等. 光子圈(链)图传播子重整化有限量严格计算(II) [J]. 重庆大学学报:自然科学版,2005,28 (11):101-105.

[13] 张忠灿,蒋再富,方祯云,等. 关于"精确计算"$N-\overline{N}$圈图传播子重整化有限量的有效"一维积分计算式"[J]. 重庆大学学报:自然科学版,2006,9(29):89-93.

[14] 张忠灿,徐进,方祯云,等. $N-\overline{N}$圈(链)图传播子重整化有限量函数的"精确计算"结果及其"辐射修正"讨论[J]. 重庆大学学报:自然科学版,2007,3(30):95-100.

[15] DYSON, F. J. The Radiation Theories of Tomonaga, Schwinger, and Feynman [J]. Phys. Rev., 1949, (75): 486-489.

[16] DYSON,F. J. Divergence of Peturbation Theory in Quantum Electrodynamics[J]. Phys. Rev,1952(4):631-633.

[17] JIANG MIN,FANG ZHEN-YUN,SANG WEN-LONG, et al. Gao Fei Accurate Calculation of the Differential Cross Section of Bhabha Scattering with Photon China Loops Contribution in QED Chin[J]. Phys. Lett,2006,23(10):2681-2683.

The Accurate Convergent Formula and Radiation Correction of the Renormalized π^0 and $N-\overline{N}$ Chain Propagator

ZHANG Zhong-can, WANG Kai-jun, YI Jun-mei, JIANG Zai-fu, XU Jin, FANG Zhen-yun

(College of Mathematics and Science,Chongqing University,Chongqing 400030,P R China)

Abstract: In the Lorentz invariant coupling model of strong interaction between neutral meson π^0 and nucleon N - antinucleon $\overline{N}$, we roundly research and carefully study the convergent question about two kinds of the renormalized meson and nucleon—antinucleon chain propagator function progression. Using accurate theoretical calculating result of chain propagator function, we obtain the accurate convergent formula of the renormalized chain propagator after correlated theoretical analyzing and deducing. Moreover, on the basis of this, we comprehensively calculate and concretely analyze these various radiation correction to the two kinds of the renormalized chain propagator, which can be used for reference for further research in the renormalized chain propagators.

Key words: function of renormalized finite quantity; loo Ppropagator; chain propagator; the equivalent substitution of sequence convergent; radiation correction;

(编辑 陈移峰)