

文章编号:1000-582X(2007)12-0016-05

# 大电力系统可靠性评估的蒙特卡洛仿真及概率密度估计

赵 渊<sup>1</sup>,徐焜耀<sup>2</sup>,吴 彬<sup>2</sup>

(1. 重庆大学 电气工程学院,重庆 400030;2. 重庆市电力公司生产技术部,重庆 400014)

**摘 要:**详细阐述了用于大电力系统可靠性指标预测的两种不同蒙特卡洛仿真方法,即序贯蒙特卡洛仿真(状态持续时间抽样)和非序贯蒙特卡洛仿真(状态抽样)的基本原理,对这两种方法的收敛特性及其计算精度和样本容量的概率不确定性关系进行了深入研究。此外,基于核密度估计技术,实现了可靠性指标的概率密度估计,探索了从可靠性指标内在分布规律和结构特征出发深刻揭示电网风险特性的新思路。基于 RBTS、IEEE-RTS79 和 IEEE-RTS96 可靠性测试系统的计算分析表明了所提方法的有效性。

**关键词:**大电力系统;可靠性评估;蒙特卡洛仿真  
**中图分类号:**TM7415

**文献标志码:**A

电力系统可靠性评估是对负荷随机波动、元件随机故障、气候随机变化等随机因素的影响进行综合量化分析,从而揭示各种随机因素对电网供电可靠性的影响,并计算出各种测度指标从不同侧面对电网抵御各种不利随机事件的能力进行定量描述。因此,大电力系统可靠性评估本质上是对随机因素变化的可能性(概率)及其对电网运行功能影响的严重程度(后果)进行综合性概率量化评价<sup>[1]</sup>。

由于方法的灵活性和实用性,蒙特卡洛仿真已在电力系统可靠性评估中得到应用<sup>[1-2]</sup>。蒙特卡洛仿真方法可根据随机抽样原理的不同分为非序贯蒙特卡洛仿真(状态抽样)<sup>[3-5]</sup>和序贯蒙特卡洛仿真(状态持续时间抽样)<sup>[6-8]</sup>。由于实现原理的不同,二者各有优势和缺点,笔者对此进行了详细阐述。

不论非序贯蒙特卡洛仿真还是序贯蒙特卡洛仿真都涉及到仿真的收敛性问题,显然样本容量趋于无穷大时计算误差趋于零,但在实际工程应用中样本容量不可能太大,否则计算成本太高,而样本容量也不能太小否则计算精度较低。因此,有必要对蒙特卡洛仿真中的样本容量和计算精度的关系进行研究,以实现计算成本和计算精度的综合权衡。样本容量和计算精度

之间实际上是一种概率不确定性关系,即对应一定样本容量,计算精度是一个随机变量,而计算精度给定时,所需样本容量也是一个随机变量,对这种概率相依关系进行了初步探索研究。

另外,传统电网可靠性评估中常用各种随机事件的影响后果与其发生概率的加权求和来表示各种概率风险指标,因此这些指标本质上属于期望值指标,例如失负荷期望 LOLP、电量不足期望 EENS 等。期望值指标虽然可以从一个侧面给出系统可靠性的测度,但系统可靠性指标本质上是一个随机变量,基于平均意义的期望值指标只是其众多数字特征中最简单的一种,透过这些期望值指标并不能完全揭示系统可靠性的逐年变化规律及其内在概率密度分布信息。可靠性指标的概率分布能以图示化的方式直观展示可靠性指标围绕其年平均值的变化趋势和变化程度,有助于更加深入和完整的理解电网的随机特性及其安全可靠水平,例如电网规划和运行的决策分析中,常常需要了解系统风险指标位于某一范围或超过某一给定值的概率。笔者基于核密度估计理论实现了电网可靠性指标的概率密度估计,为从可靠性指标内在分布规律和结构特征出发揭示电网风险特性提供了新的思路。

收稿日期:2007-10-31

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50607021)

作者简介:赵渊(1974-),男,重庆大学副教授,博士,从事电力系统规划与可靠性的研究工作,(E-mail)yuanzhao@yahoo.com.cn。

## 1 非序贯蒙特卡洛仿真的基本原理

假设系统由  $m$  个元件组成,  $S_k$  代表元件  $k$  的状态, 则  $x = (S_1, \dots, S_k, \dots, S_m)$ 。系统状态  $x$  取决于系统元件的状态组合, 因此只要确定了每一个元件的状态, 系统状态  $x$  也就相应确定。

每个元件的概率特性可用一个处于  $[0, 1]$  之间的均匀分布来描述, 假设每个元件只有故障和运行两种状态, 令  $PF_k$  表示元件  $k$  的无效度, 抽取一个取值区间为  $[0, 1]$  的均匀分布随机数  $U_k$ , 则有:

$$S_k = \begin{cases} 1 & \text{(运行状态) 如果 } 1 \geq U_k \geq PF_k \\ 0 & \text{(故障状态) 如果 } PF_k > U_k \geq 0 \end{cases}, \quad (1)$$

抽取  $m$  个随机数  $U_1, \dots, U_k, \dots, U_m$ , 运用式(1)就能确定一个系统状态  $x = (S_1, \dots, S_i, \dots, S_m)$ , 重复上述过程  $NS$  次, 则能得到一个包含  $NS$  个系统状态样本的集合  $X' = \{x_1, x_2, \dots, x_{NS}\}$ 。

非序贯蒙特卡洛仿真使用的可靠性指标统一计算公式见式(2),  $F(x)$  表示以系统状态  $x$  作为自变量的可靠性指标测试函数;  $\bar{F}_n$  表示随机函数  $F(x)$  的样本均值, 当  $F(x)$  取不同测试函数时,  $\bar{F}_n$  也就代表不同的可靠性指标;  $\bar{F}_n$  的不确定性可用式(3)的样本方差来表示:

$$\bar{F}_n = \frac{1}{NS} \sum_{i=1}^{NS} F(x_i) = \frac{1}{NS} \sum_{i=1}^{NS} F_i, \quad (2)$$

$$V(\tilde{E}(F)) = V(F)/NS. \quad (3)$$

由式(3)可见, 样本均值  $\bar{F}_n$  的不确定性与  $F(x)$  的方差  $V(F)$  成正比, 与样本大小  $NS$  成反比。  $\bar{F}_n$  的不确定性也可用方差系数  $\beta$  表示:

$$\beta = \sqrt{V(\tilde{E}(F))/\tilde{E}(F)}. \quad (4)$$

电网可靠性的非序贯仿真中, 每抽取到一个系统状态后都将首先进行潮流计算以判断该系统状态是否出现节点电压越限、线路过负荷等运行约束被违反的情况, 如果运行约束被违反则进行最优负荷削减计算。该系统状态分析完毕后将使用式(2)更新可靠性指标, 同时计算方差系数  $\beta$ , 若  $\beta$  小于预先的设定值, 则认为达到计算精度, 可以停止计算, 否则继续进行系统状态抽样和系统状态分析。

由大数定律: 相互独立, 相同分布, 具有有限数学期望的随机变量序列  $\{F_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ , 对任何  $\varepsilon > 0$ , 有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|\bar{F}_n - E(F)| < \varepsilon\} = 1 \quad (5)$$

由此可见, 在非序贯蒙特卡洛仿真中, 随机函数  $F(x)$  子样的算术平均值  $\bar{F}_n$ , 当  $n \rightarrow \infty$  时, 以概率 1 收敛于数学期望  $E(F)$ 。但在实际应用中, 抽样的点数  $n$

不可能太大, 否则计算成本太高, 因此应根据实际工程允许误差, 合理选择  $n$  的数值, 以实现计算精度和效率的综合权衡。

由中心极限定理可知, 如果独立随机变量  $F_1, F_2, \dots, F_n$  服从相同的分布, 且有有限的数学期望  $E(F_i) = a$  及方差  $D(F_i) = \sigma^2 (i = 1, 2, \dots, n)$ , 则对任意实数  $t_\alpha$  有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\bar{F}_n - a}{\sigma/\sqrt{n}} < t_\alpha\right\} = \int_{-\infty}^{t_\alpha} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \Phi(t_\alpha). \quad (6)$$

可见, 当抽样点数  $n$  充分大时,  $(\bar{F}_n - a)/(\sigma/\sqrt{n})$  近似服从正态分布  $N(0, 1)$ 。因此, 若要求样本均值  $\bar{F}_n$  与期望值  $a$  之差  $\Delta = |\bar{F}_n - a| < \varepsilon$  的概率不小于给定置信水平  $\alpha$  ( $\varepsilon$  为允许的绝对误差上限), 则有:

$$\alpha \leq P(|\bar{F}_n - a| < \varepsilon) = P\left\{\frac{|\bar{F}_n - a|}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{\varepsilon}{\sigma/\sqrt{n}}\right\} = \Phi\left(\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{-\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma}\right) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma}\right) - 1. \quad (7)$$

在置信水平  $\alpha$  上, 从标准正态分布表可查出满足  $\alpha = 2\Phi(t_\alpha) - 1$  的  $t_\alpha$  值, 并令  $t_\alpha = \varepsilon_\alpha \sqrt{n}/\sigma$ , 则

$$\varepsilon_\alpha = t_\alpha \sigma / \sqrt{n}. \quad (8)$$

这表示在样本容量为  $n$  时, 在置信水平  $\alpha$  上, 估计值  $\bar{F}_n$  与真实值  $a$  的绝对误差上限为  $\varepsilon_\alpha$ 。此误差上限不但与随机函数  $F(x)$  的方差  $\sigma$  和样本容量  $n$  紧密相关, 而且这种相关关系具有概率不确定性, 即在不同的置信水平上, 误差上限  $\varepsilon_\alpha$  也各不相同。换句话说, 对于非序贯蒙特卡洛方法而言, 虽然不能断言其误差不超过某个值, 但能指出其误差以概率  $\alpha$  不超过某个界限, 因此非序贯蒙特卡洛仿真的收敛意义是在概率性质下的收敛。

非序贯仿真的优点在于抽样方法简单, 算法实现容易。由于抽取到的系统状态之间并不具有时间相关性, 其主要缺点是难以准确计算与故障持续时间及故障频率有关的指标, 例如失负荷频率 LOLF。对于包含  $m$  个元件的系统, 每随机抽取到一个故障系统状态后, 为了更新故障频率指标必须进行至少  $m$  次额外的系统状态分析。

## 2 序贯蒙特卡洛仿真的基本原理

序贯蒙特卡洛仿真通过模拟系统运行的随机过程来实现可靠性指标的统计计算, 如式(9)所示。

$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T f(x_t) dt. \quad (9)$$

式(9)中  $\bar{I}$  表示可靠性指标期望值的估计量,  $T$  为仿真总时长,  $x_t$  为  $t$  时刻的系统状态,  $f(x_t)$  表示以系统

状态为自变量的系统性能测度函数。当仿真总时长  $T \rightarrow \infty$  时,  $\bar{I}$  将收敛于期望值  $I$ 。

系统状态  $x_i$  并非时刻在转移变化,而是在一个系统状态驻留一段时间后因随机事件的出现而转移到另一系统状态,因此系统运行的随机过程是一个离散化过程。设仿真的总时长为  $n$  年,其中第  $i$  年经历的系统状态序列为  $\{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN_i}\}$ , 则式(9)可离散化为:

$$\bar{I} = \frac{1}{n \times 8760} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1) \times 8760}^{i \times 8760} f(x_t) dt = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{8760} \sum_{j=1}^{N_i} f(x_{ij}) D(x_{ij}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_i \quad (10)$$

式(10)中  $D(x_{ij})$  表示系统状态  $x_j$  的持续时间,  $I_i$  表示第  $i$  年的可靠性指标。由式(10)可见,序贯仿真通过模拟系统  $n$  年的运行过程,对每一年的系统状态序列进行统计计算后得到逐年可靠性指标样本  $I_i (i = 1, \dots, n)$ ,并用样本均值  $\bar{I}$  作为可靠性指标期望值  $I$  的无偏估计量。由大数定律:相互独立,相同分布,具有有限数学期望  $I$  的随机变量序列  $\{I_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ , 对任何  $\varepsilon > 0$ , 其均值  $\bar{I}$  满足:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|\bar{I} - I| < \varepsilon\} = 1。$$

由此可见,当  $n \rightarrow \infty$  时样本均值  $\bar{I}$  是以概率收敛于期望值  $I$ 。因此当仿真年数  $n$  为给定值时,样本均值与期望值之间的误差  $|\bar{I} - I|$  具有概率不确定性关系;而当允许误差给定时,所需的仿真年数  $n$  也是一个随机变量。在实际的序贯蒙特卡洛仿真中,仿真年数  $n$  不能太大,否则计算时间过长;而  $n$  也不能太小,否则误差  $|\bar{I} - I|$  可能超出允许范围。

序贯蒙特卡洛仿真的优点在于:系统元件的运行和修复过程的状态持续时间无论服从何种概率分布均能有效处理;能考虑复杂的电力系统运行策略和系统负荷曲线的变化。序贯蒙特卡洛仿真能给出可靠性指标的期望值估计,并能提供可靠性指标的逐年样本信息。基于这些样本信息和核密度估计技术可以实现可靠性指标的概率密度计算。当对大电力系统进行概率风险分析时,如果能够提供规划方案可靠性指标的概率分布,以及方案发生变化时(如扩建某些线路)概率分布的变化情况,可为规划人员的决策提供重要的参考信息。

序贯蒙特卡洛仿真的基本步骤:

- 1) 给定仿真年数  $n$ , 并令仿真起始年  $i = 1$ ;
- 2) 在时间跨度为 1 年, 即 8760 个小时的条件下, 对系统元件  $j (j = 1, 2, \dots, m)$  处于运行和修复状态的持续时间进行随机抽样, 从而得到各元件第  $i$  年中的“运行-修复-运行-修复”的状态交替过程, 如图 1 所示;

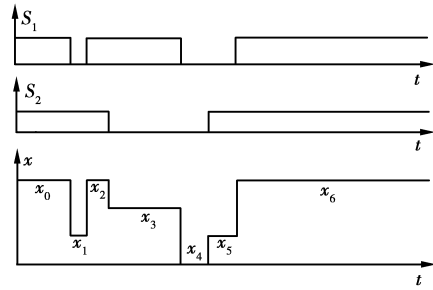


图 1 时序蒙特卡洛仿真的抽样示意图

3) 组合各元件的运行和修复过程, 得到具有时间先后顺序的系统状态序列  $\{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN_i}\}$ ;

4) 对系统状态序列  $\{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN_i}\}$  中的每一个系统状态进行分析计算, 包括潮流计算、最优负荷削减等, 并用式(11)计算第  $i$  年的系统可靠性指标;

$$I_i = \frac{1}{8760} \sum_{j=1}^{N_i} f(x_{ij}) D(x_{ij}) \quad (11)$$

5) 按式(10)估计可靠性指标的期望值, 按式(4)计算方差系数;

6) 令  $i = i + 1$ , 如果  $i > n$  或方差系数  $\beta$  小于收敛条件, 则结束仿真, 否则转步骤 2)。

### 3 算例分析

笔者对 RBTS 系统(6 节点)<sup>[9]</sup>、IEEE-RTS79 系统(24 节点)<sup>[10]</sup> 和 IEEE-RTS96 系统<sup>[11]</sup> (73 节点)进行了计算分析, 负荷削减模型采用基于直流潮流的线性规划模型<sup>[12]</sup>, 并采用 LOLP 指标的方差系数  $\beta$  作为计算精度的评价标准。

表 1 给出了 RBTS 可靠性测试系统采用非序贯仿真的可靠性评估结果。

表 1 RBTS 系统非序贯仿真结果

仿真年数 $n$	LOLP	LOLF (次/年)	EENS (MW · h/y)	$\beta\%$
10%	9 505	0.010 4	4.81	1 021.7
9%	11 531	0.010 7	4.90	1 098.0
8%	14 355	0.010 8	4.99	1 077.3
7%	20 969	0.009 7	4.32	992.3
6%	30 646	0.009 0	4.19	991.5
5%	43 632	0.009 1	4.29	996.8
4%	65 959	0.009 4	4.44	982.3
3%	118 540	0.009 3	4.37	992.4
2%	258 788	0.009 6	4.56	1 013.3
1%	1 011 999	0.009 8	4.67	1 056.8

由表可见,随着方差系数的减小,实际样本容量呈非线性增长,而可靠性指标则在振荡中逐步收敛于真实值。为更直观了解方差系数和样本容量及可靠性指

标之间的关系,图 2 给出了样本容量、可靠性指标与方差系数的关系曲线。

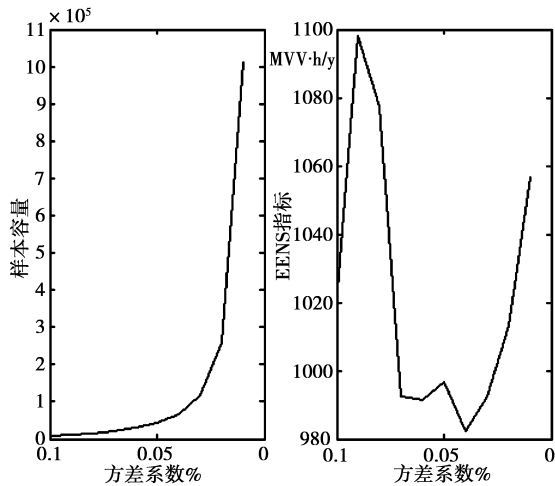


图 2 不同方差系数下的样本容量和 EENS 可靠性指标

由图 2 可见,在方差系数的初始减小阶段,样本容量的增加基本上呈线性关系,但当方差系数减小到 0.05 以后,方差系数的微小变化都引起样本容量的急剧增长,由此预示计算精度的进一步提高将以巨大的计算成本为代价。而 EENS 指标随方差系数的振荡变化则说明方差系数越小只是在概率意义上表征计算精度越高,因此当方差系数减小时并不意味着计算精度一定得到了改善,但计算精度在总体趋势上将随方差系数的减小而得到提高。

方差系数与样本容量之间的关系实际上是概率不确定性关系,为明证这一点,在收敛条件  $\beta \leq 6\%$  时对 RBTS 进行了 600 次重复评估,每次评估的起始随机数种子都各不相同,由此得到 600 个实际样本容量,其样本均值  $\mu = 2\ 832$ ,样本标准偏差  $\delta = 1.746\ 7 \times 10^3$ 。对这 600 个样本容量进行统计分析后,可得图 3-4 的结果。

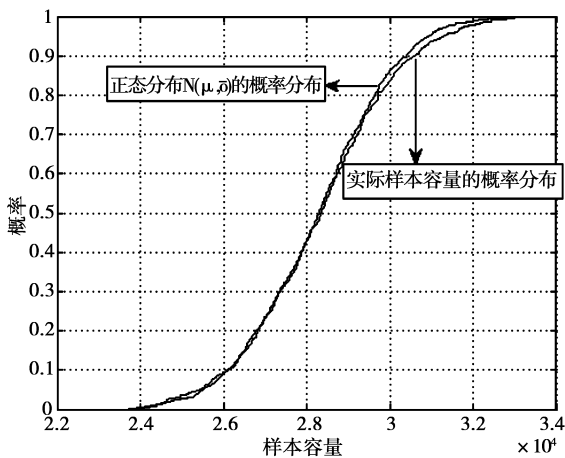


图 3 实际样本容量的经验累计概率分布

图 3 给出了实际样本容量的经验累计概率分布

(红色曲线)和正态分布  $N(\mu, \delta^2)$  (蓝色曲线),由图可见这两条曲线非常接近,因此可以推断实际样本容量的概率分布服从正态分布,而且可以用  $N(\mu, \delta^2)$  来近似表达。

表 2 RBTS 系统的序贯仿真结果

仿真年数 $n$	LOLP	LOLF 次/年	EENS MW. h/y	$\beta\%$
100	0.010 1	4.26	1 170.2	8.60
300	0.010 6	4.28	1 129.9	5.31
500	0.010 2	4.16	1 066.5	4.18
1000	0.010 1	4.22	1 039.5	2.89
1500	0.009 9	4.21	1 039.5	2.34

表 3 RTS79 系统的序贯仿真结果

仿真年数 $n$	LOLP	LOLF 次/年	EENS MW. h/y	$\beta\%$
100	0.088 3	19.84	133 727	6.45
300	0.088 7	19.93	134 499	3.42
500	0.087 6	19.87	134 501	2.67
1 000	0.088 1	20.03	135 295	1.83
1 500	0.087 5	19.96	133 750	1.49

表 4 RTS96 系统的序贯仿真结果

仿真年数 $n$	LOLP	LOLF 次/年	EENS MW. h/y	$\beta\%$
100	0.015 0	7.55	27 275	11.1
300	0.015 1	7.23	27 814	7.32
500	0.015 1	7.24	27 853	5.49
1 000	0.014 9	7.20	26 921	3.70
1 500	0.014 6	7.16	25 862	2.98

表 2-4 给出了 RBTS、RTS79 和 RTS96 系统采用序贯蒙特卡洛仿真方法在不同仿真年数下的可靠性评估结果。可见,随着仿真年数的增加,实际的方差系数在减小,这说明计算精度的不确定性随仿真年数的增加而逐渐减小。

为了对 RBTS、RTS79 和 RTS96 系统的可靠性进行比对,以系统分(SM)指标作为系统之间可靠性能比较的标准,图 4 给出了这 3 个系统的 SM 指标概率分布的核密度估计。

可见,RTS79 系统的 SM 指标不但期望值最大(2 815.7 min),而且概率密度分布也最分散,这说明其规避风险的能力不但最差,而且系统可靠性性能在稳定程度上也最不理想。虽然 RBTS 系统的 LOLP 指标比 RTS96 系统小,这只能说明其发生停电事故的可能性比 RTS96 系统小,但其 SM 指标期望值(337.1 min)比 RTS96 系统(181.5 min)大几乎一倍,而且概率

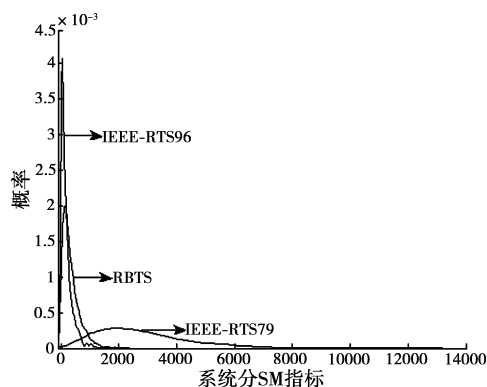


图4 RTS96、RTS79 和 RBTS 系统 SM 指标的核密度估计  
密度分布也比 RTS96 系统要分散,其密度分布的尾部延伸到了 2 300 min 附近,因此在遭遇严重停电事件的危险程度上 RBTS 系统的可靠性明显劣于 RTS96 系统。

#### 4 结 论

笔者对大电网可靠性蒙特卡洛仿真的收敛特性进行了研究,通过实际算例分析揭示了计算精度和样本容量之间的不确定性关系。此外,基于序贯仿真获得的年可靠性指标样本和非参数核密度估计理论,实现了可靠性指标的概率密度估计,通过所估计的概率密度分布曲线可以更深层次的揭示电网的内在随机特性和风险水平。

#### 参考文献:

- [1] BILLINTON R, LI W Y. Reliability evaluation of electric power systems using monte carlo methods [M]. New York: Plenum Press, 1994.  
[2] 李文沅著. 电力系统风险评估模型、方法和应用 [M].

北京:科学出版社,2006.

- [3] BILLINTO. R, LI W Y. Hybrid approach for reliability evaluation of composite generation and transmission systems using Monte-Carlo simulation and enumeration technique [J]. IEE Proceedings - C, 1991, 138(3): 233-241.  
[4] BERTOLDI O, SALVADERI L, SCALCINO S. Monte carlo approach in planning studies: an application to IEEE RTS [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1988, 3(3): 1146-1150.  
[5] 别朝红, 王锡凡. 蒙特卡洛法在评估电力系统可靠性中的应用 [J]. 电力系统自动化, 1997, 21(6): 68-75.  
[6] UBEDA J R, ALLAN R N. Sequential simulation applied to composite system reliability evaluation [J]. IEE Proceedings - Gener. Transm. Distrib, 1992, 139(2): 81-86.  
[7] UBEDA J R, ALLAN R N. Reliability assessment of composite H · rothermal generation and transmission systems using sequential simulation [J]. IEE Proceedings-Gener. Transm. Distrib, 1994, 141(4): 257-262.  
[8] CARMEN L T. Composite reliability evaluation by sequential monte carlo simulation on parallel and distributed processing environments [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2001, 16(2): 203-209.  
[9] BILLINTON R, KUMAR S, CHOWDHURY N, et al. A reliability test system for educational purposes-basic data [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1989, 4(3): 1238-1244.  
[10] IEEE Committee Report. IEEE reliability test system [J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-98, 1979: 2047-2054.  
[11] IEEE Committee Report. The IEEE reliability test system - 1996 [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1999, 14(3): 1010-1020.  
[12] 赵渊, 周家启. 发输电组合系统可靠性评估的最优负荷削减模型研究 [J]. 电网技术, 2004, 28(10): 34-37.

## Bulk Power System Reliability Assessment Using Monte Carlo Simulation and Probability Density Estimation

ZHAO Yuan<sup>1</sup>, XU Kun-yao<sup>2</sup>, WU Bin<sup>2</sup>

(1. Electric Power Dept., Electrical Engineering College, Chongqing University, Chongqing 400030, P. R. China;  
2. Chongqing Electric Power Company, Chongqing 4000142, P. R. China)

**Abstract:** The fundamental principles of two different Monte Carlo simulation techniques are studied to predict reliability indices of bulk electric power systems. The two Monte Carlo simulation techniques designated as the sequential and non-sequential methods are utilized. The convergence performance of the two methods and the probabilistic uncertainty relation between sample sizes and calculation accuracy are explored. By utilizing the kernel density estimation technique the pictorial representation of probability density distribution is realized for reliability indices. The probability density estimations of reliability indices facilitates us more complete understanding of system risk from the internal distribution laws and their structural features. The proposed method is verified using RBTS, IEEE-RTS79 and IEEE-RTS96 test systems.

**Key words:** bulk power systems; reliability evaluation; Monte-Carlo simulation

(编辑 张小强)