

文章编号:1000-582X(2007)12-0084-05

泊松方程的边界节点解法

汪学海^a, 祝家麟^a, 林鑫^a, 张永兴^b

(重庆大学 a. 数理学院; b. 土木工程学院, 重庆 400030)

摘要:边界节点法是一种将边界积分方程和移动最小二乘近似方案相结合的边界型无网格法. 对于求解泊松方程的边界元方程中的区域积分, 采用多重互换法把区域积分转化为边界积分, 然后用边界节点法求解边界积分方程. 给出了用多重互换法把区域积分转化为边界积分的收敛性证明. 数值算例验证了这种方法的实用性和有效性.

关键词:泊松方程; 边界节点法; 多重互换法
中图分类号: O241.82

文献标志码: A

用边界元法求解泊松方程时, 势必要牵涉到在区域内进行积分. 对于这部分在区域上的积分, 可以采用多重互换法使其转化为边界积分, 然后可按传统的边界元方法求解^[1-2]. 基于这种思路, 首先用多重互换法把泊松方程的区域积分转化为边界积分, 但不用传统的边界元方法求解, 而是采用一种无网格方法—边界节点法求解. 若泊松方程的非齐次项不是有限阶的调和函数, 用多重互换法就不可能把区域积分完全转化为边界积分, 仍然要存在一个区域积分, 如果舍去, 则总要存在误差, 也给出了对这种误差的收敛性证明.

多重互换法通过采用一系列高阶基本解将区域积分转化为边界积分进行计算. Neves 和 Brebbia^[3]首先将此法应用于求解弹性力学问题, Suciuc 等^[4]也将此法同拉格朗日插值法配合起来求解非奇次项 b_1 满足 $\nabla^2 b_1 = \text{常数}$ 的泊松问题. 其优势在于避免了对区域的离散, 数据准备量小.

边界节点法是一种无网格方法, 它将边界积分方程和最小二乘近似方案相结合, 按边界节点构造节点影响区域形函数, 来离散边界积分方程. 该方法仍然需要背景网格来完成积分运算, 因此不是一种纯无网

格方法。

1 泊松方程的边界积分方程

对于泊松方程: $\nabla^2 u = b_1$, 给定边界条件

$$\begin{cases} u = u, & \text{在 } \Gamma_1 \text{ 上} \\ q = q, & \text{在 } \Gamma_2 \text{ 上} \end{cases}, \text{ 其中 } \Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2. \quad (1)$$

式中 b_1 为已知函数. 则其解的边界积分表达式是:

$$\int_{\Gamma} (u(\mathbf{x}) - u(\mathbf{y})) q_1^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}) ds_x = \int_{\Gamma} q(\mathbf{x}) u_1^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}) ds_x - \int_{\Omega} u_1^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}) b_1(\mathbf{x}) d\Omega, \mathbf{y} \in \Omega. \quad (2)$$

式中 Ω 为求解区域, Γ 为 Ω 边界, $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$, Γ 的单位外法向为 \mathbf{n} . $u_1^*(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 为拉普拉斯方程的基本解.

对于二维问题, $u_1^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\frac{1}{4\pi} \ln r^2$, $q(\mathbf{x}) =$

$$\frac{\partial u(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{n}_x}, q_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\partial u_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial \mathbf{n}_x}.$$

2 多重互换法及收敛性证明

如果式(2)右端的域积分项计算比较繁琐或者直接积分有困难, 那么可以利用多重互换法把它转化为边界积分以达到简化运算的目的. 这里直接给出用多重互换法求积分 $\int_{\Omega} u_1^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}) b_1(\mathbf{x}) d\Omega$ 的具体表达式,

收稿日期: 2007-06-21

项目基金: 国家自然科学基金资助项目(50679097); 国家杰出青年科学基金资助项目(50625824)

作者简介: 汪学海(1981-), 男, 重庆大学硕士研究生, 主要从事边界元方法研究. 祝家麟(联系人), 男, 教授, 博士, (E-mail)jlzhuji@hotmail.com。

具体的推导过程可参见文献[5]。

$$\int_{\Omega} u_1^* b_1 d\Omega = \sum_{j=1}^k \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial u_{j+1}^*}{\partial \mathbf{n}} b_j - u_{j+1}^* \frac{\partial b_j}{\partial \mathbf{n}} \right) d\Gamma + \int_{\Omega} u_{k+1}^* (\nabla^2 b_k) d\Omega. \quad (3)$$

其中: $u_j^* = -\frac{1}{4\pi} C_j r^{2(j-1)} (\ln r^2 - D_j)$;

$$r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|, C_j = \frac{1}{4^{j-1} [(j-1)!]^2};$$

$$D_j = 2\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{j-1}\right), b_{j+1} = \nabla^2 b_j.$$

由表达式(3)可以看出,若 b_1 是 k 阶调和函数,即 $\nabla^2 b_k = \Delta^k b_1 = 0, b_1 \in \Omega$, 则式(3)右端的最后一项 $\int_{\Omega} u_{k+1}^* (\nabla^2 b_k) d\Omega$ 为 0, 此时域积分可以完全转化为一系列的边界积分来计算。

若 b_1 不是有限阶的调和函数,总会存在一项区域积分 $\int_{\Omega} u_{k+1}^* (\nabla^2 b_k) d\Omega$, 但假若 Ω 是有限单连通域, $b_1 \in C^\infty(\bar{\Omega})$, 且满足 $|\nabla^2 b_{k+1}| \leq a^2 |\nabla^2 b_k|$ (a 为与 k 无关的常数), 则可以证明 $\int_{\Omega} u_{k+1}^* (\nabla^2 b_k) d\Omega \rightarrow 0$ ($k \rightarrow \infty$), 下面给出证明。

$$\left| \int_{\Omega} u_{k+1}^* (\nabla^2 b_k) d\Omega \right| = \left| \frac{\int_{\Omega} \frac{1}{4^{k+1} \pi (k!)^2} r^{2k} [\ln r^2 - 2\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}\right)] \cdot (\nabla^2 b_k) d\Omega}{\int_{\Omega} \frac{1}{4^{k+1} \pi (k!)^2} r^{2k} \ln r^2 (\nabla^2 b_k) d\Omega} + \frac{\int_{\Omega} \frac{2}{4^{k+1} \pi (k!)^2} r^{2k} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}\right) \cdot (\nabla^2 b_k) d\Omega}{\int_{\Omega} \frac{1}{4^{k+1} \pi (k!)^2} r^{2k} \ln r^2 (\nabla^2 b_k) d\Omega} \right| \leq$$

其中第一项

$$\left| \int_{\Omega} \frac{1}{4^{k+1} \pi (k!)^2} r^{2k} \ln r^2 (\nabla^2 b_k) d\Omega \right| \leq \frac{a^{2k} M}{2^{2k+1} \pi (k!)^2} \cdot \left| \int_{\Omega} r^{2k} \ln r d\Omega \right| \leq \frac{a^{2k} M}{2^{2k+1} \pi (k!)^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{r(\theta)} r^{2k} |\ln r| dr \leq \frac{a^{2k} M}{2^{2k} (k!)^2} \int_0^R r^{2k} |\ln r| dr.$$

这里 $M = \max_{\mathbf{x} \in \Omega} |\nabla^2 b_1|$,

$$R = \max_{r \in \Gamma} \{r(\theta) | 0 \leq \theta \leq 2\pi\}, \text{下同}.$$

注意到 $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|, \mathbf{y} \in \bar{\Omega}$, 以上积分是对积分变量 $\mathbf{x} \in \bar{\Omega}$ 进行的, 放大时是把原积分区域 $\bar{\Omega}$ 放大为以 \mathbf{y} 为圆心, R 为半径的圆上积分。令 $\xi = \frac{r}{R}$

$$\text{则 } \int_0^R r^{2k} |\ln r| dr \leq \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\varepsilon}^1 R^{2k+1} \xi^{2k} (|\ln \xi| + |\ln R|) d\xi \leq \frac{R^{2k+1}}{2k+1} (|\ln R| + 1).$$

从而

$$\left| \int_{\Omega} \frac{1}{4^{k+1} \pi (k!)^2} r^{2k} \ln r^2 (\nabla^2 b_k) d\Omega \right| \leq \frac{a^{2k} M R^{2k+1}}{2^{2k} (2k+1) (k!)^2} (|\ln R| + 1) = \frac{M R (|\ln R| + 1)}{2^{2k} (2k+1)} \left(\frac{aR}{k!}\right)^2.$$

又其中第二项

$$\left| \frac{\int_{\Omega} \frac{1}{4^{k+1} \pi (k!)^2} r^{2k} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}\right) (\nabla^2 b_k) d\Omega}{\int_{\Omega} \frac{1}{4^{k+1} \pi (k!)^2} r^{2k} d\Omega} \right| \leq \frac{2a^{2k} k M}{4^{k+1} \pi (k!)^2} \left| \int_{\Omega} r^{2k} d\Omega \right| \leq \frac{M a^{2k} R^{2k+1} k}{2^{2k} (2k+1) (k!)^2} = \frac{M R k}{2^{2k} (2k+1)} \left(\frac{aR}{k!}\right)^2.$$

(类似第一项的证明)。

$$\text{故 } \left| \int_{\Omega} u_{k+1}^* (\nabla^2 b_k) d\Omega \right| \leq \frac{M R (|\ln R| + 1 + k)}{2^{2k} (2k+1)} \cdot \left(\frac{aR}{k!}\right)^2.$$

当 $k \rightarrow \infty$ 时右端项趋向于 0, 从而 $\left| \int_{\Omega} u_{k+1}^* (\nabla^2 b_k) d\Omega \right| \rightarrow 0 (k \rightarrow \infty)$, 得证。

上述证明说明,对于任意的 $\varepsilon > 0$, 总可以找到 K , 当 $k > K$ 时, $\left| \int_{\Omega} u_{k+1}^* (\nabla^2 b_k) d\Omega \right| < \varepsilon$, 因此可以忽略不计。这样,表达式(3)可写成

$$\int_{\Omega} u_1^* b_1 d\Omega = \sum_{j=1}^K \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial u_{j+1}^*}{\partial \mathbf{n}} b_j - u_{j+1}^* \frac{\partial b_j}{\partial \mathbf{n}} \right) d\Gamma. \quad (4)$$

至此,可用一系列的边界积分来代替域积分。离散时只需对边界进行离散,避免了对全域的离散。把式(4)代入式(2)可得

$$\int_{\Gamma} (u(\mathbf{x}) - u(\mathbf{y})) q_1^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}) ds_{\mathbf{x}} = \int_{\Gamma} q(\mathbf{x}) u_1^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}) ds_{\mathbf{x}} - \sum_{j=1}^K \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial u_{j+1}^*}{\partial \mathbf{n}} b_j - u_{j+1}^* \frac{\partial b_j}{\partial \mathbf{n}} \right) d\Gamma; \mathbf{y} \in \bar{\Omega}. \quad (5)$$

3 用边界节点法求解

在边界 Γ 上,将未知变量 u 和 q 用 MLS^[2] 方案近似,对计算点 \mathbf{x} (包括 Gauss 点和边界节点) 选取在其影响域内的弧长 s 作为参数,即

$$u(s) = \sum_{i=1}^{N_s} \Phi_i(s) \hat{u}_i, \quad (6)$$

$$q(s) = \sum_{i=1}^{N_s} \Phi_i(s) \hat{q}_i, \quad (7)$$

其中 $u\hat{u}_i, \hat{q}_i$ 是节点值 $u(\mathbf{y}_i(s))$ 和 $q(\mathbf{y}_i(s))$ 在节点 $\mathbf{y}_i(s)$ 处的近似值, 待定; N_s 是计算点 $\mathbf{x}(s)$ 的影响域中节点的个数; $\Phi_i(s)$ 是边界节点 $\mathbf{y}_i(s)$ 的 MLS 形函数, 即

$$\Phi_i(s) = \sum_{j=1}^t p_j(s) [A^{-1}(s)B(s)]_{ji} \quad (8)$$

这里 $p_j(s)$ 是基函数, t 是基函数的阶数。选取 $t = 3$, 即 $\mathbf{p}^T(s) = [1, s, s^2]$ 。

矩阵 $A(s)$ 和 $B(s)$ 表达式是

$$A(s) = \sum_{i=1}^{N_s} w_i(s) \mathbf{p}(s_i) \mathbf{p}^T(s_i), \quad (9)$$

$$B(s) = [w_1(s) \mathbf{p}(s_1), w_2(s) \mathbf{p}(s_2), \dots, w_{N_s}(s) \mathbf{p}(s_{N_s})] \quad (10)$$

其中 $w_i(s)$ 是权函数, 笔者选取高斯函数作为权函数:

$$w_i(s) = \begin{cases} \frac{e^{-(d_i/c)^2} - e^{-(\hat{d}_i/c)^2}}{1 - e^{-(\hat{d}_i/c)^2}}, & d_i \leq \hat{d}_i \\ 0, & d_i > \hat{d}_i \end{cases} \quad (11)$$

式中 d_i 是计算点 $\mathbf{x}(s)$ 与边界节点 $\mathbf{y}_i(s)$ 的距离, $d_i = |\mathbf{x}(s) - \mathbf{y}_i(s)|$; \hat{d}_i 是计算点 $\mathbf{x}(s)$ 的影响域半径; c 是控制相对权重的参数。

以节点 $\mathbf{y}_l(s)$ ($l = 1, 2, \dots, N$) 作为配置点, 将式 (6) 和式 (7) 代入式 (5), 并把边界离散成 NC 个背景网格。为了简便, 选取的背景网格互不重叠, 得

$$\sum_{k=1}^{NC} \int_{\Gamma_k} q_1^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}_l) \left[\sum_{i=1}^{N_x} \Phi_i(\mathbf{x}) \hat{u}_i - \sum_{i=1}^{N_{y_l}} \Phi_i(\mathbf{y}_l) \hat{u}_i \right] ds_x = \sum_{k=1}^{NC} \left(\int_{\Gamma_k} u_1^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}_l) \sum_{i=1}^{N_x} \Phi_i(\mathbf{x}) \hat{q}_i ds_x \right) - \sum_{j=1}^K \left(\sum_{k=1}^{NC} \int_{\Gamma_k} \left(\frac{\partial u_{j+1}^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}_l)}{\partial n_x} b_j - u_{j+1}^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}_l) \frac{\partial b_j}{\partial n_x} \right) ds_x \right) \quad (12)$$

其中 N_x, N_{y_l} 分别是计算点 \mathbf{x} 和配置点 \mathbf{y}_l 支撑域中的节点数目; $\Phi_i(\mathbf{x}), \Phi_i(\mathbf{y}_l)$ 分别是节点 \mathbf{y}_i 在计算点 \mathbf{x} 和配置点 \mathbf{y}_l 处的形函数。式 (12) 左端积分总是非奇异的, 右端存在的奇异积分可以采用如下的公式将其转化为非奇异的,

$$I = \int_{-1}^1 \ln[r(\eta)] f(\eta) d\eta = \int_{-1}^1 \ln[(l/2) |\eta - \eta_y|] \cdot [f(\eta) - f(\eta_y)] d\eta + f(\eta_y) \{ 2\ln(l/2) + (1 + \eta_y) \cdot [\ln(1 + \eta_y) - 1] + (1 - \eta_y) [\ln(1 - \eta_y) - 1] \} \quad (13)$$

为了决定 \hat{u}_i, \hat{q}_i , 在 N 个配置点 $\mathbf{y}_l(s)$ ($l = 1, 2, \dots, N$) 处满足方程 (12), 同时满足边界条件方程 (1)。把式 (6)、(7) 代入式 (1) 得

$$\sum_{i=1}^N \Phi_i(s) \hat{u}_i = \bar{u}, \quad (14)$$

在 Γ_1 上。

$$\sum_{i=1}^N \Phi_i(s) \hat{q}_i = \bar{q}, \quad (15)$$

在 Γ_2 上。

联立式 (12)、(14)、(15) 得包含 $2N$ 个方程, $2N$ 个未知数 \hat{u}_i, \hat{q}_i , ($i = 1, 2, \dots, N$) 的方程组。由此可解得 \hat{u}_i, \hat{q}_i 。

4 数值例子

算例 1 选取参考文献 [4] 的数值算例 4。Example: 在边长为 2 的正方形平面域上有泊松方程: $\nabla^2 u = 2 \cdot (x^2 + y^2 - 2)$, 边界条件如图 1 所示。这个问题的解析解为 $u = (x^2 - 1)(y^2 - 1)$ 。

方程右端的非齐次项是二阶调和函数, 采用多重互换法, 由式 (3) 可知, 只需取 $k = 2$, 即可把区域积分完全转化为边界积分。这个算例也分别选取了在边界

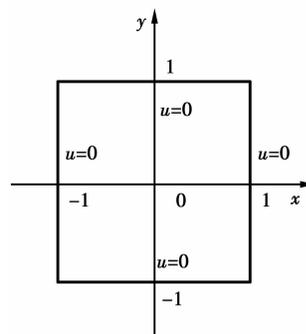


图 1 边长为 2 的正方形区域的边界条件

上取 40 ~ 800 个节点的情况进行了计算, 误差值见图 2。参照图 2 和文献 [4] 的图 2 进行比较可以看出, 虽然选取的是不同的计算方法, 但是两者的绝对误差都随着节点数的增加而迅速降低, 且笔者的方法具有更高的精度。

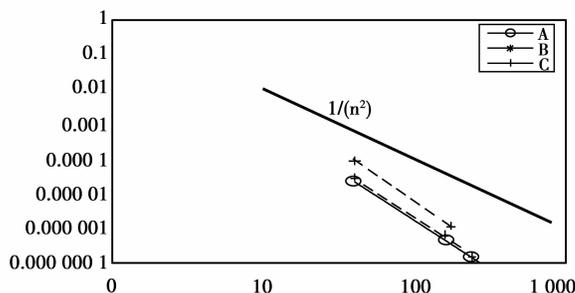


图 2 算例 1 的绝对误差值 (对数标度)

算例 2 在边长为 1 的正方形平面域上有泊松方程: $\nabla^2 u = 2e^{x+y}$, 边界条件如图 3 所示。这个问题的解析解为 $u = e^{x+y}$ 。

方程右端的非齐次项不是有限阶的调和函数, 采用多重互换法不可能把区域积分完全转化为边界

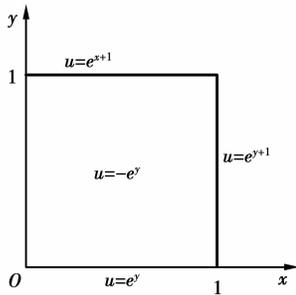


图 3 边长为 1 的正方形区域的边界条件

积分。计算时在边界上取 16 个节点,并且分别选取式(4)中的 $K=2,3,4,5,6$ 的情况进行了比较,计算结果和解析解列于表 1。结果表明随着 K 的增大,计

算值逐渐靠近准确值,并且最终达到稳定,稳定后的数值结果具有较高的精度(见表 1)。

算例 3 在边长为 π 的正方形平面域上有泊松方程: $\nabla^2 u = -2\sin x \sin y$,边界条件为 $u=0, u \in [0, \pi] \times [0, \pi]$ 。这个问题的解析解为 $u = \sin x \sin y$ 。

这个方程右端的非齐次项也不是有限阶的调和函数,计算时边界上取 16 个节点,并且分别选取了式(4)中的 $K=5,6,7,8,9$ 的情况进行了比较,计算结果和解析解列于表 3。结果表明,在 $K=8$ 和 $K=9$ 时结果几乎完全相同,计算值最终趋于稳定,没有必要再继续计算下去(见表 2)。

表 1 边长为 1 的正方形平面域问题

x	y	$K=2$	$K=3$	$K=4$	$K=5$	$K=6$	准确值
0.7	0.3	2.751 0	2.726 5	2.725 1	2.725 1	2.725 1	2.718 3
0.6	0.2	2.275 9	2.229 4	2.226 7	2.226 6	2.226 6	2.225 5
0.1	0.5	1.893 2	1.819 5	1.815 2	1.815 1	1.815 1	1.822 1
0.6	0.4	2.747 2	2.722 9	2.721 5	2.721 4	2.721 4	2.718 3
0.9	0.8	5.456 1	5.460 3	5.460 7	5.460 7	5.460 7	5.473 9
0.8	0.4	3.337 0	3.328 3	3.327 8	3.327 8	3.327 8	3.320 1

表 2 边长为 π 的正方形平面域问题

x	y	$K=5$	$K=6$	$K=7$	$K=8$	$K=9$	准确值
$3 * \pi/4$	$2 * \pi/3$	0.582 8	0.615 9	0.611 2	0.611 7	0.611 7	0.612 4
$7 * \pi/8$	$3 * \pi/4$	0.245 0	0.275 0	0.270 4	0.270 9	0.270 9	0.270 6
$\pi/3$	$\pi/6$	0.406 6	0.437 0	0.432 6	0.433 1	0.433 0	0.433 0
$\pi/4$	$3 * \pi/4$	0.470 3	0.504 3	0.499 4	0.499 9	0.499 9	0.500 0
$5 * \pi/8$	$\pi/3$	0.770 1	0.803 4	0.798 8	0.799 3	0.799 3	0.800 1
$\pi/6$	$5 * \pi/6$	0.222 8	0.255 3	0.250 2	0.250 8	0.250 7	0.250 0

5 结 论

通过耦合边界节点法和多重互换法,发展了一种求解泊松方程的无网格方法,该法具有如下特点:

- 1) 方法简单,利于程序实现。
- 2) 无需在区域上划分网格,避免了对区域的离散。
- 3) 数值算例表明本文的方法具有较高的计算精度。

并且本文也给出了用多重互换法把区域积分转化为边界积分的收敛性证明。

参考文献:

[1] 祝家麟. 椭圆边值问题的边界元分析[M]. 北京:科学出版社,1991.
 [2] 张雄,刘岩. 无网格法[M]. 北京:清华大学出版社,2004.

[3] A C NEVES, C A BREBBIA. The multiple reciprocity boundary element method in elasticity: a new approach for transforming domain integrals to the boundary[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1991, 31:709-727.
 [4] R S, G D M E De B. BEM solution of Poisson's equation with source function satisfying $\nabla^2 \rho = \text{constant}$ [J]. Engineering Analysis with Boundary Element, 2001, 25:141-145.
 [5] 刘希云. 泊松类型方程边界元解法[J]. 应用数学和力学, 1994, 15(3):215-220.
 [6] MUKHERJEE Y X, MUKHERJEE S. The boundary node method for potential problems[J]. Int Num Meth Engng, 1997, 40:797-815.
 [7] TAN JUNYU, WU YONG, ZHANG LINHUA. Two-dimensional multiple nonhomogeneous harmonic equation and its boundary integral equations[J]. Applied Mathematics and Computation, 2007, 187: 893-901.

Solution to the Poisson Equation by the Boundary Node Method

WANG Xue-hai^a, ZHU Jia-lin^a, LIN Xin^a, ZHANG Yong-xing^b

(a. College of Mathematics and Physics;

b. College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, P. R. China)

Abstract: A meshless method was presented, which couples Boundary Node Method (BNM) with Multiple Reciprocity Method (MRM) to solve Poisson's problems. The BNM is a boundary-only meshless method that combines the moving least-squares interpolation scheme with the standard boundary integral equations. In this proposed method, MRM was used to translate the domain integral which involves in Poisson's boundary element equation into boundary integral. BNM was employed to solve the boundary integral equation. Meanwhile, the convergence analysis of MRM was presented. Numerical examples illustrate the feasibility and the efficiency of the proposed meshless method.

Key words: Poisson equation; boundary node method; multiple reciprocity method

(编辑 张小强)

~~~~~  
(上接第 79 页)

## Preparation of Nano-SiO<sub>2</sub> /polyacrylate Core-shell Emulsion and Stain Resistance of Its Exterior Coatings

QU Jin-dong<sup>a</sup>, PENG Jia-hui<sup>b</sup>, CHEN Min-feng<sup>b</sup>, HUANG Xin-li<sup>b</sup>,  
XIA Juan<sup>b</sup>, ZHANG Hua-jie<sup>b</sup>

(a. College of Material Science and Engineering;

b. Faculty of Urban Construction and Environmental Engineering, P. R. China  
Chongqing University, Chongqing 400030)

**Abstract:** A core-shell nano-SiO<sub>2</sub>/polyacrylate composite emulsion was prepared by seed emulsion polymerization, and its application in high performance dirt pick-up Resistant exterior latex paints was discussed. The influences of nano-SiO<sub>2</sub> amounts and glass transition temperature(*T<sub>g</sub>*) of acrylate polymer in shell on the emulsion film-forming and dirt pick-up Resistance of exterior latex paints have been analyzed. The results show that, compared with pure polyacrylate emulsion and its hybrid emulsion with silica sol, the properties of exterior latex paints prepared with core-shell nano-SiO<sub>2</sub>/polyacrylate composite emulsion are greatly improved in some aspects such as latex film compactness, hardness, water resistance and dirt pick-up Resistance. The optimum nano-SiO<sub>2</sub> dosage in emulsion polymerization formulation is 5% or so. If its dosage is too high, the stability of emulsion is poor, and the latex film is hard and fragile. With the decrease of acrylate polymer *T<sub>g</sub>* in shell, the minimum film forming temperature (MFFT) of composite emulsion is obviously dropped with a undesired decrease tendency of dirt pick-up Resistance of exterior latex paints.

**Key words:** core-shell; composite; emulsion; nano-SiO<sub>2</sub>; exterior latex paints; dirt pick-up resistance

(编辑 陈移峰)