

文章编号:1000-582X(2007)07-0144-04

# 全空间中一类部分耗散反应扩散方程的整体吸引子

赵磊娜<sup>1</sup>, 张兴友<sup>2</sup>, 邢庭莉<sup>3</sup>

(1. 重庆交通大学理学院, 重庆 400074;

2. Institute of Fundamental Sciences, Massey University, Palmerston North, New Zealand;

3. 重庆大学数理学院, 重庆 400030)

**摘要:**有界区域上的反应扩散方程组解的长时间行为已被很多人研究过, 一般来说, 整体吸引子的存在性依赖于某种紧性, 对于有界区域, 紧性由先验估计和 Sobolev 嵌入紧性而获得。由于在无界区域嵌入不再有紧性, 为了克服此困难, 目前大概有 2 个途径: 一是采取在加权 Sobolev 空间上考虑; 二是在有着适当光滑性的有界连续函数空间中讨论。笔者主要考虑了无界区域上反应扩散方程的解的渐近行为, 证明其整体吸引子存在, 其中反应项系数与空间变量有关, 使得该问题更符合实际意义, 推广了 Wang B. 和 Marion M. 已有的结果。

**关键词:**整体吸引子; 反应扩散方程; 先验估计; 渐近紧性

**中图分类号:** O175.29

**文献标志码:** A

## 1 简介及主要假设

在文献[1]中, 证明了无界区域上反应扩散方程在  $L^2(R^n) \times L^2(R^n)$  上的整体吸引子的存在性, 其中反应项系数与空间变量无关。笔者将考虑下面这个反应项系数与空间变量有关的更一是的问题及其整体吸引子的存在性。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - \gamma \Delta u + \lambda(x)u + h(u, v) &= f \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \delta(x)v + j(u) &= g \end{aligned} \right\} (x, t) \in R^n \times R^+$$

(1)

满足初始条件

$$u(0, x) = u_0(x) \quad v(0, x) = v_0(x), \quad (2)$$

其中  $\gamma > 0, f, g \in L^2(R^n)$  为已知函数, 假设  $h, j$  为光滑函数且满足以下条件

$$h(u, v)u + j(u)v \geq -C_0|u|^2 - C_1|v|^2,$$

其中  $C_0, C_1 > 0,$  (3)

$$h(u, v) = h_0(u) + h_1(u, v), \quad h_0(0) = 0, \quad (4)$$

$$|h_1(u, v)| \leq C(|u| + |v|), \quad (5)$$

$$|j'(u)| \leq C, |j(u)| \leq C(1 + |u|^{\frac{n}{n-2}}), \quad (6)$$

$\lambda(x), \delta(x)$  充分光滑且满足

$$\lambda(x) \geq \lambda_0 > 2C_0, |\nabla \lambda(x)| \leq \lambda_1, \quad (7)$$

$$\delta(x) \geq \delta_0 > 2C_1, |\nabla \delta(x)| \leq \delta_1, \quad (8)$$

其中  $C_0, C_1, C$  为正常数。

用表示标准的 Sobolev 空间,  $H = L^2(R^n)$ ,  $\|\cdot\|$  和  $(\cdot, \cdot)$  表示  $L^2(R^n)$  中的范数和内积,  $\|\cdot\|_X$  表示 Banach 空间  $X$  的范数, 后面用表示一般常数。

## 2 中半群的整体吸引子的存在性

可以证明若上述条件成立,  $(u_1, v_0) \in H \times H, f, g \in H$ , 方程组(1)~(2)在空间  $H \times H$  中适定, 及从空间  $H \times H$  到空间  $H \times H$  的动力系统  $\{S(t)\}_{t \geq 0}$  的存在性<sup>[2-3]</sup>, 此处省略。

首先引入无界区域上整体吸引子的存在性定理。

**定理 1** 设  $X$  是度量空间,  $\{S(t)\}_{t \geq 0}$  是  $X$  中的连续算子半群, 若半群  $\{S(t)\}_{t \geq 0}$  有一个有界吸收集且它是渐近紧的, 则半群  $\{S(t)\}_{t \geq 0}$  有整体吸引子, 并且它是紧不变集且吸引中的任意有界集<sup>[2-4]</sup>。

收稿日期: 2007-02-17

基金项目: 重庆市高校中青年骨干教师基金资助项目(20020126); 重庆大学骨干教师基金资助项目(2003018)。

作者简介: 赵磊娜(1981-), 女, 重庆交通大学教师, 重庆大学硕士研究生, 主要从事偏微分方程理论的研究。张兴友(联系人), 男, 副教授, (E-mail) zhangxy@cqu.edu.cn。

### 2.1 先验估计

下面给出方程组的一些先验估计。

**引理 1** 假设条件(3) ~ (8) 成立,  $f, g \in H$ , 则方程组(1) ~ (2) 的解满足

$$\|u(t)\| + \|v(t)\| \leq M, t \geq T_1, \quad (9)$$

$$\int_s^T \|\nabla u(\tau)\|^2 \leq C(1 + T - s), T_1 \leq s \leq T, \quad (10)$$

其中  $M$  是仅仅依赖于  $(\lambda_0, \delta_0, f, g)$  的常数, 当  $\|(u_0, v_0)\|_{H \times H} \leq R$  时,  $T_1$  依赖于  $(\lambda_0, \delta_0, f, g)$  和  $R$ , 而  $C$  依赖于  $(\gamma, \lambda_0, \delta_0, f, g)$ , 但不依赖于  $T$  和  $S$ 。

证明: 用  $u$  与方程组(1) 的第 1 个方程在  $H$  中作内积, 可得

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|u\|^2 + \gamma \|\nabla u\|^2 +$$

$$\int_{R^n} \lambda(x) u^2 + \int_{R^n} hu = \int_{R^n} fu,$$

用与方程组(1) 的第 2 个方程在  $H$  中作内积, 可得

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|v\|^2 + \int_{R^n} \delta(x) v^2 + \int_{R^n} jv = \int_{R^n} gv,$$

两式相加可得

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\|u\|^2 + \|v\|^2) + \gamma \|\nabla u\|^2 + \int_{R^n} \lambda(x) u^2 +$$

$$\int_{R^n} \delta(x) v^2 = \int_{R^n} fu + \int_{R^n} gv - \int_{R^n} hu - \int_{R^n} jv.$$

由式(3)、(7)、(8) 及 Young 不等式可得

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\|u\|^2 + \|v\|^2) + \gamma \|\nabla u\|^2$$

$$+ \lambda_0 \|u\|^2 + \delta_0 \|v\|^2 \leq \left(\frac{\lambda_0}{2} + C_0\right) \|u\|^2 +$$

$$\left(\frac{\delta_0}{2} + C_1\right) \|v\|^2 + \frac{1}{2\lambda_0} \|f\|^2 +$$

$$\frac{1}{2\delta_0} \|g\|^2 \frac{d}{dt} (\|u\|^2 + \|v\|^2) +$$

$$2\gamma \|\nabla u\|^2 + (\lambda_0 - 2C_0) \|u\|^2 +$$

$$(\delta_0 - 2C_1) \|v\|^2 \leq \frac{1}{\lambda_0} \|f\|^2 + \frac{1}{\delta_0} \|g\|^2, \quad (11)$$

令  $K = \min\{\lambda_0 - 2C_0, \delta_0 - 2C_1\}$ , 其中  $\lambda_0 - 2C_0, \delta_0 - 2C_1 > 0$ , 则有

$$\frac{d}{dt} (\|u\|^2 + \|v\|^2) + K(\|u\|^2 + \|v\|^2) \leq$$

$$\frac{1}{\lambda_0} \|f\|^2 + \frac{1}{\delta_0} \|g\|^2,$$

由不等式得

$$\|u(t)\|^2 + \|v(t)\|^2 \leq e^{-Kt} (\|u(0)\|^2 +$$

$$\|v(0)\|^2) + \frac{\|f\|^2}{K\lambda_0} + \frac{\|g\|^2}{K\delta_0},$$

当  $\|(u_0, v_0)\|_{H \times H}$  时,

$$\exists T_1 = \frac{1}{K} \ln \frac{R^2 K \lambda_0 \delta_0}{\delta_0 \|f\|^2 + \lambda_0 \|g\|^2}, \text{ 当 } t \geq T_1 \text{ 时, 有}$$

$$\|u(t)\|^2 + \|v(t)\|^2 \leq 2\left(\frac{\|f\|^2}{K\lambda_0} + \frac{\|g\|^2}{K\delta_0}\right), \quad (12)$$

在  $s$  和  $T$  之间对式(11) 积分, 其中  $T_1 \leq s \leq T$ , 再由式(12) 可得

$$2\gamma \int_s^T \|\nabla u(\tau)\|^2 d\tau \leq \|u(s)\|^2 + \|v(s)\|^2 +$$

$$\frac{T-s}{\lambda_0} \|f\|^2 + \frac{T-s}{\delta_0} \|g\|^2 \leq$$

$$\left(\frac{2}{K\lambda_0} + \frac{T-s}{\lambda_0}\right) \|f\|^2 + \left(\frac{2}{K\delta_0} + \frac{T-s}{\delta_0}\right) \|g\|^2. \quad (13)$$

从而证明引理 1 成立。

用  $B$  表示球  $B = \{(u, v) \in H \times H: \|(u, v)\|_{H \times H} \leq M\}$ , 其中  $M$  是(9) 中的常数。由引理 1 知  $B$  为  $H \times H$  中半群  $S(t)$  的吸收集, 因为  $B$  是有界的, 由上述引理知存在仅依赖于  $(\gamma, \lambda_0, \delta_0, f, g)$  的常数  $T(B)$ , 使得当  $T > T(B)$  时有  $S(t)B \subset B$ 。

**引理 2** 假设条件(3) ~ (8) 成立,  $f, g \in H$ , 则方程组(1) ~ (2) 的任意解满足

$$\|u(t)\|_{H^1} \leq C, t \geq t_1 + 1, \quad (14)$$

其中  $C$  仅依赖于  $(\gamma, \lambda_0, \delta_0, f, g)$ , 是引理 1 中的常数。

证明: 用  $-\Delta u$  与方程组(1) 中第一个式子在  $H$  中作内积, 则有

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|\nabla u\|^2 + \gamma \|\Delta u\|^2 + \int_{R^n} \lambda(x) \|\nabla u\|^2 dt +$$

$$\int_{R^n} \nabla \lambda(x) \nabla u \cdot u dx = \int_{R^n} h \Delta t - \int_{R^n} f \Delta u,$$

由式(4) ~ (8) 及 Holder 不等式和 Young 不等式可得

$$\frac{d}{dt} \|\nabla u\|^2 + \frac{\gamma}{4} \|\Delta u\|^2 + 2\lambda_0 \|\nabla u\|^2 \leq C(\|\nabla u\|^2 + 1)$$

$$\frac{d}{dt} \|\nabla u\|^2 \leq C(\|\nabla u\|^2 + 1), t \geq T_1.$$

由引理 1 及一致 Gronwall 不等式可得

$$\|\nabla u(t)\|^2 \leq C, t \geq T_1 + 1.$$

从而证明了引理 2。

**引理 3** 假设条件(3) ~ (8) 成立,  $f, g \in H$  且  $(u_0, v_0) \in B$ , 则对任意的  $\varepsilon > 0$ , 存在  $T(\varepsilon), K(\varepsilon)$  使得下式成立

$$\int_{|x| \leq k} (|u(t)|^2 + |v(t)|^2) dx \leq \varepsilon,$$

$$t \geq T(\varepsilon), k \geq K(\varepsilon), \tag{15}$$

证明:取光滑函数  $\theta$ ,使得对任意  $s \in R^+$ ,有  $0 \leq \theta(s) \leq 1$ ,且当  $0 \leq s \leq 1$  时,  $\theta(s) = 0$ ,当  $s \geq 2$  时,  $\theta(s) = 1$ ;存在常数  $C$ ,使得  $|\theta'(s)| \leq C, s \in R^+$ 。

对(1.1)的第1个式子乘以  $\theta\left(\frac{|x|^2}{k^2}\right)u$ ,再积分可得

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int_{R^n} \theta\left(\frac{|x|^2}{k^2}\right) |u|^2 - \\ & \gamma \int_{R^n} \theta\left(\frac{|x|^2}{k^2}\right) u \Delta u + \int_{R^n} \lambda(x) \theta\left(\frac{|x|^2}{k^2}\right) u^2 = \\ & \int_{R^n} \theta\left(\frac{|x|^2}{k^2}\right) f u - \int_{R^n} \theta\left(\frac{|x|^2}{k^2}\right) h u, \end{aligned}$$

对(1.1)的第2个式子乘以  $\theta\left(\frac{|x|^2}{k^2}\right)v$ ,可得

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int_{R^n} \theta\left(\frac{|x|^2}{k^2}\right) |v|^2 - \int_{R^n} \delta(x) \theta\left(\frac{|x|^2}{k^2}\right) |v|^2 = \\ & \int_{R^n} \theta\left(\frac{|x|^2}{k^2}\right) g v - \int_{R^n} \theta\left(\frac{|x|^2}{k^2}\right) j v, \end{aligned}$$

两式相加可得

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int_{R^n} \theta \cdot (|u|^2 + |v|^2) + \int_{R^n} (\lambda(x) u^2 + \\ & \delta(x) |v|^2) \cdot \theta = \gamma \int_{R^n} \theta u \Delta u + \int_{R^n} \theta f u - \\ & \int_{R^n} \theta h u + \int_{R^n} \theta g v - \int_{R^n} \theta j v, \end{aligned}$$

其中

$$\gamma \int_{R^n} \theta u \Delta u = -\gamma \int_{R^n} \theta |\nabla u|^2 - \gamma \int_{R^n} \theta' \cdot u \frac{2x}{k^2} \cdot \nabla u, \tag{16}$$

$$\begin{aligned} & -\gamma \int_{R^n} \theta' \left(\frac{2x}{k^2} u\right) \nabla u \leq C \int_{k \leq |x| \leq \sqrt{2}k} \frac{|x|}{k^2} |u| |\nabla u| \leq \\ & \frac{C}{k} \int_{k \leq |x| \leq \sqrt{2}k} |u| |\nabla u| \leq \frac{C}{k} \|u\| \|\nabla u\| \leq \\ & \frac{C}{k}, t \geq T(B) + 1. \end{aligned} \tag{17}$$

从而对任意给定的  $\varepsilon > 0$ ,令  $k_1(\varepsilon) = \frac{2C}{\varepsilon}$ ,则对于  $k \geq k_1(\varepsilon)$ ,由(16), (17)可得

$$\gamma \int_{R^n} \theta u \Delta u \leq \frac{\varepsilon}{2}, t \geq T(B) + 1,$$

$$\begin{aligned} \int_{R^n} \theta f u & \leq \left| \int_{|x| \geq k} \theta f u \right| \leq \left( \int_{|x| \geq k} |f|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left( \int_{|x| \geq k} \theta^2 u^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq \\ & \left( \int_{|x| \geq k} |f|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left( \int_{|x| \geq k} \theta u^2 \right)^{\frac{1}{2}} (0 \leq \theta \leq 1) \leq \end{aligned}$$

$$\frac{\lambda_0}{2} \int_{R^n} \theta |u|^2 + \frac{1}{2\lambda_0} \int_{|x| \geq k} |f|^2,$$

同理可得:

$$\int_{R^n} \theta g v \leq \frac{\delta_0}{2} \int_{R^n} \theta |v|^2 + \frac{1}{2\delta_0} \int_{|x| \geq k} |g|^2.$$

由式(3)、(7)、(8)及上面的式子可得

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_{R^n} \theta \cdot (|u|^2 + |v|^2) + \lambda_0 \int_{R^n} \theta |u|^2 + \\ & \delta_0 \int_{R^n} \theta |v|^2 \leq \varepsilon + \frac{1}{\lambda_0} \int_{|x| \geq k} |f|^2 + \\ & \frac{1}{\delta_0} \int_{|x| \geq k} |g|^2, \end{aligned}$$

由于  $f, g \in H$ ,则对于上述的  $\varepsilon > 0$ ,存在  $k_2(\varepsilon)$ ,使得

$$\frac{1}{\lambda_0} \int_{|x| \geq k} |f|^2 + \frac{1}{\delta_0} \int_{|x| \geq k} |g|^2 \leq \varepsilon, k \geq k_2(\varepsilon)$$

取  $\sigma = \min\{\lambda_0, \delta_0\}, K(\varepsilon) = \max\{k_1(\varepsilon), k_2(\varepsilon)\}$ ,则当  $t \geq T(B) + 1, k \geq K(\varepsilon)$ ,时有

$$\frac{d}{dt} \int_{R^n} \theta \cdot (|u|^2 + |v|^2) +$$

$$\sigma \int_{R^n} \theta \cdot (|u|^2 + |v|^2) \geq 2\varepsilon$$

由 Gronwall 引理可得

$$\begin{aligned} \int_{R^n} \theta \cdot (|u|^2 + |v|^2) & \leq e^{-\sigma(t-T(B)-1)} \int_{R^n} \theta \cdot \\ & (|u(T(B)+1)|^2 + |v(T(B)+1)|^2 + \\ & \frac{2\varepsilon}{\sigma} \leq e^{-\sigma(t-T(B)-1)} M^2 + \frac{2\varepsilon}{\sigma}, \end{aligned}$$

令  $T(\varepsilon) = T(B) + 1 + \frac{1}{\sigma} \ln \frac{M^2}{\varepsilon}$ ,则当  $t \geq T(\varepsilon), k \geq K(\varepsilon)$  时,有

$$\int_{|x| \geq k} (|u|^2 + |v|^2) \leq \int_{R^n} \theta \cdot (|u|^2 + |v|^2) \leq \frac{3\varepsilon}{\sigma}.$$

从而证明了引理3

### 2.2 动力系统的渐近紧性

下面给出关于定义在无界区域上的函数的渐近紧性的一个一般性结果<sup>[5-7]</sup>。

对于任意的  $k \geq 0$ ,令  $\Omega_k = \{x \in R^n: |x| \leq k\}$ ,  $w$  为定义在  $R^n$  上的函数,  $w|_{\Omega_k}$  表示函数  $w$  在  $R^n$  上的限制。

**定理2** 令  $Z$  为  $H^r(R^n) \times H^s(R^n)$  中的一个集合,其中  $r, s \geq 0$ ,则  $Z$  在  $H^r(R^n) \times H^s(R^n)$  中是列紧的,若下列条件满足

- 1) 对任意的  $\varepsilon > 0$ ,存在  $k(\varepsilon)$ ,使得  $\forall w \in A, \|w\|_{H^r(R^n) \setminus \Omega_k} \times \|w\|_{H^s(R^n) \setminus \Omega_k} < \varepsilon$

2)  $\forall k \geq 0, Z_k = \{w |_{\Omega_k}, w \in Z\}$  在  $H^1(R^n) \times H^1(R^n)$  中是列紧的。

现在来证明式(1) ~ (2) 产生的动力系统  $S(t)$  的渐近紧性。

**定理 3** 假设条件(3) - (8) 成立,  $f, g \in H$ , 则式(1) - (2) 产生的动力系统的  $S(t)$  是渐近紧的, 即: 若  $B_0$  为  $H \times H$  中的有界集, 且  $t_m \rightarrow \infty$ , 则有  $\{S(t_m)(u_m, v_m) : (u_m, v_m) \in B_0\}$  在  $H \times H$  中是列紧的。

证明: 令  $Z = \{S(t_m)(u, v), m = 1, 2, \dots, (u, v) \in B_0\}$ , 下面验证  $Z$  满足定理 2 中  $r = s = 0$  的条件。由于  $B_0$  在  $H \times H$  中有界, 则存在常数  $R$ , 使得  $\|(u_m, v_m)\| \leq R, (u_m, v_m) \in B_0$ , 由引理 1 知, 对  $\forall m \in N, \exists T_1(R)$ , 使得

$$(u(t)^m, v(t)^m) = S(t)(u_m, v_m) \subset B, t \geq T_1(R),$$

因为  $t \rightarrow \infty$ , 所以存在常数  $M_1(R)$ , 使得若  $m \geq M_1(R)$ , 则  $t_m \geq T_1(R)$ , 因此

$$S(t_m)(u_m, v_m) = S(t_m - T_1)(S(T_1)(u_m, v_m)), \tag{18}$$

由引理 3 可得: 对  $\forall \varepsilon > 0, \exists T(\varepsilon), K(\varepsilon)$  使得:

$$\|S(t)(S(T_1)(u_m, v_m))\|_{L^2(R^n \setminus \Omega_{K(\varepsilon)}) \times L^2(R^n \setminus \Omega_{K(\varepsilon)})} < \varepsilon, \tag{19}$$

$$t \geq T(\varepsilon),$$

又因为  $t_m \rightarrow \infty$ , 所以存在  $M_2(\varepsilon)$ , 使得若  $m \geq M_2(\varepsilon)$ , 则  $t_m - T_1 \geq T(\varepsilon)$

由式(21)、(22) 可得: 对于  $m \geq \max\{M_1(\varepsilon), M_2(\varepsilon)\}$

$$\|s(t_m)(u_m, v_m)\|_{L^2(R^n \setminus \Omega_{K(\varepsilon)}) \times L^2(R^n \setminus \Omega_{K(\varepsilon)})} < \varepsilon,$$

从而证明了定理 2 中的条件(1)。

另一方面, 设  $k > 0$  给定, 由引理 2 可得, 对于  $m$  充分大有:

$$(u^m(t_m), v^m(t_m)) = S(t_m)u_m, v_m) = S(t_m - T_2)(S(T_2)(u_m, v_m)), T_2 = T_1 + 1$$

因为  $H^1(\Omega_k) \subset L^2(\Omega_k)$  是紧嵌入, 从引理 2 中的估计式可得  $\{u^m(t_m)\}$  是  $L^2(\Omega_k)$  中的一个紧集。

分解  $v(t) = v_1(t) + v_2(t)$ , 其中  $v_i(t) (i = 1, 2,)$  分别满足下面的式子

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + \delta(x)v_1 = 0, v_1(0) = v_0$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + \delta(x)v_2 + j(u) = g, v_2(0) = 0$$

$$\text{即: } v_1(x, t) = v_0(x)e^{\delta t}, v_2(x, t) = g(x) \frac{1 - e^{-\delta t}}{\delta} e^{\delta t}$$

$$- \int_0^t e^{-\delta(t-s)} j(u) ds,$$

当  $t \rightarrow \infty$  时, 右边第一项依  $L^2(\Omega_k)$  收敛到  $\frac{g(x)}{\delta(x)}$ , 而

$$\| \int_0^t e^{-\delta(t-s)} j(u) ds \|_{H^1(\Omega_k)} \leq C( \|j(u)\|_{L^2(\Omega_k)} +$$

$$\|j'(u) \nabla u\|_{L^2(\Omega_k)} ) \leq C( \|u\|_{\frac{n-2}{n-2n}} +$$

$$\|\nabla u\|_{L^2(\Omega_k)} ) \leq C$$

所以  $v_2^m(t_m)$  落在  $L^2(\Omega_k)$  中的紧集里, 在  $L^2(\Omega_k)$  中当  $t_m \rightarrow \infty$  时,  $v_1^m(t_m) \rightarrow 0$

$v^m(t_m)$  落在  $L^2(\Omega_k)$  中的紧集里。

$\{S(t_m)(u_m, v_m)\} |_{\Omega_k}, m = 1, 2, \dots, (u_m, v_m) \in B_0\}$  在  $L^2(\Omega_k) \times L^2(\Omega_k)$  中是列紧的, 证毕。

### 3 主要结果

**定理 4** 假设条件(3) ~ (8) 成立,  $f, g \in H$ , 则式(1) ~ (2) 在  $R^n$  上存在整体吸引子, 并且它是紧的不变集, 在  $H \times H$  中吸引每个有界集。

证明: 注意到, 在引理 1 中证明了半群  $s(t)$  有有界吸收集, 在定理 3 中证明了半群的渐近紧性, 从而由定理 2 可得整体吸引子存在。

### 参考文献:

- [1] A. RODRIGUEZ-BERNAL, B WANG. Attractors for partly Dissipative Reaction Diffusion Systems in  $R^n$  [J]. Math. Anal. Appl, 2000(25): 790-803.
- [2] R TEMAM. Infinite-dimensional dynamical systems in mechanics and physics [M]. New York: Springer-Verlag, 1997.
- [3] J C ROBINSON. Infinite-Dimensional Dynamical Systems: An Introduction to Dissipative Parabolic PDEs and the Theory of Global Attractors [C]. Cambridge, Cambridge University Press, 2001.
- [4] A V BABIN, M I VISHIK. Attractors of Evolution Equations [M]. North-Holland, Amsterdam, 1991.
- [5] B WANG. Attractors for reaction diffusion equations in unbounded domains [J]. Physics D, 1999(128): 41-52.
- [6] M MARION. Finite dimensional attractors associated with partly dissipative reaction diffusion systems, SIAM J [J]. Math. Anal, 1989(20): 816-844.
- [7] E FEIREISL, P LAURENCOT, F SIMONDON, et al. Compact attractors for reaction-diffusion equations in  $R^n$  [J]. C. R. Acad. Sci. Paris Ser. I Math, 1994, 319(2): 147-151.

## Improvement and Application on Back Propagation Network Based on Partial Least-squares Algorithm

LIU Qiong-sun, ZHANG Yan-fen

(College of Mathematics and Physics, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

**Abstract:** This paper proposes a novel BP network model based on nonlinear iterative partial least-squares algorithm which can fit nonlinear data. The novel BP network model can reduce iterative step number and advance learning efficiency. This paper pretreats data by nonlinear iterative partial least-squares algorithms. The weights initialization of input floor and output floor are set by applying the loading weights of dependent variable and cause variable, the member of hidden nodes are set by applying factor numbers of nonlinear iterative partial least-squares algorithm, the connection coefficient is set by applying the connection matrix  $B$ . Performances of the BP, PLS, and PLS-BP are analyzed and compared. The results show that the PLS-BP has better fitting and forecasting than BP and PLS.

**Key words:** partial least-squares; nonlinear iterative partial least-squares algorithm; weights initialization; back-propagation network

(编辑 张小强)

(上接第 147)

## Attractors of Partly Dissipative Reaction-diffusion Equation on $R^n$

ZHAO lei-na<sup>1</sup>, ZHANG Xing-you<sup>2</sup>, XING Ting-li<sup>2</sup>

(1. Science College of Chongqing Jiao Tong University, Chongqing 400074, China;

2. Mathematics and Physics College of Chongqing University, Chongqing 400030, China)

**Abstract:** We discuss the problem related to the long time behavior of solutions of the partly dissipative reaction-diffusion equations in unbounded domain, and prove the existence of the compact attractors. The coefficient of the reaction-term depends on space variables, which extend Wang B and Marion M's results.

**Key words:** global attractor; reaction-diffusion equations; priori estimates; asymptotic compactness

(编辑 陈移峰)