

文章编号:1000-582X(2007)08-0134-06

# Feynman 重整化传播子的完全形式与 Dyson 猜想

张忠灿, 易俊梅, 徐进, 蒋再富, 王凯俊, 方祯云

(重庆大学 理论物理研究所, 重庆 400030)

**摘要:**采用中性介子  $\pi^0$  与核子  $N$  - 反核子  $\bar{N}$  强作用 Lorentz 不变耦合模型, 对模型中两类 Feynman 传播子—— $\pi^0$  和  $N - \bar{N}$  传播子, 在其内部出现一般圈图相互作用进行具体归类与研究, 获得  $\pi^0$  和  $N - \bar{N}$  重整化传播子完全函数形式  $\Delta_{F_i}^{(\text{完全})}(k^2)$  和  $S_{F_i}^{(\text{完全})}(p)$  的构成方式。进而可采用“链图求和逼近”对  $\Delta_{F_i}^{(\text{完全})}(k^2)$  和  $S_{F_i}^{(\text{完全})}(p)$  构成方式作一般链图归类与求和处理, 获得  $\Delta_{F_i}^{(\text{完全})}(k^2)$  和  $S_{F_i}^{(\text{完全})}(p)$  的“链图求和逼近”一般表示和同阶等效表示。研究结果, 对探讨“Dyson 重整化理论猜想”, 从而解决半个世纪以来量子场论重大基础理论问题, 提供某些借鉴与参考之处——有可能是研究“Dyson 重整化理论猜想”的某个有效突破口。

**关键词:**Lorentz 不变耦合; 可约圈传播子; 不可约圈传播子; 辐射修正; 重整化传播子完全形式; 链图求和逼近; Dyson 猜想

**中图分类号:**O365; O230

**文献标志码:**A

自 20 世纪初, 在量子力学和狭义相对论基础上建立量子场理论以来, 量子场论便一直是描述微观高能粒子相互作用的有效计算理论。然而, 采用量子场论作理论计算时, 由于整体计算(非微扰计算)的复杂与困难性, 致使非微扰计算至今仍不能形成完整的有效计算方法; 因而, 在量子场论中的有效计算方法仍然是十分成熟而完整的微扰理论逐阶计算。同时, 在微扰逐阶计算中, 低阶(树图)计算较为容易, 且不出现发散困难; 但高阶(圈图)计算将出现发散困难, 对此, 需要采用重整化方案分离非物理发散量而保留物理有限量<sup>[1]</sup>。这样一来, 致使高阶圈图计算变得十分复杂、困难, 以致于通常只能采用近似计算与处理以获得重整化有限量。由于重整化有限量的贡献(辐射修正)一般非常微小, 但对物理问题深入研究却十分重要, 因而, 在许多重要物理问题和物理过程的深入研究中, 尤其需要考虑并寻求至少单圈图重整化有限量的辐射修正贡献<sup>[2-8]</sup>。对于精确计算重整化高阶圈图问题, 笔者曾作过系列研究, 获得 Lorentz 不变耦合模型以及电磁最小耦合模型中, 关于传播子内部出现单圈及其单圈

构成无穷阶链图的重整化有限量“精确”理论计算结果<sup>[9-14]</sup>。然而, 对于传播子内部及其一般(复杂)圈图情形, 因涉及异常复杂的问题以致于研究重整化理论计算十分困难。

## 1 Feynman 重整化传播子的完全函数形式

引入一般圈图不可约(或可约)传播子概念: 从 Feynman 传播子的一个顶点 A 出发, 经过“一般圈图”网络后可到达另一顶点 B, 且网络路径中不存在(或存在)惟一通道时, 该传播子为笔者定义的一般圈图不可约(或可约)传播子。

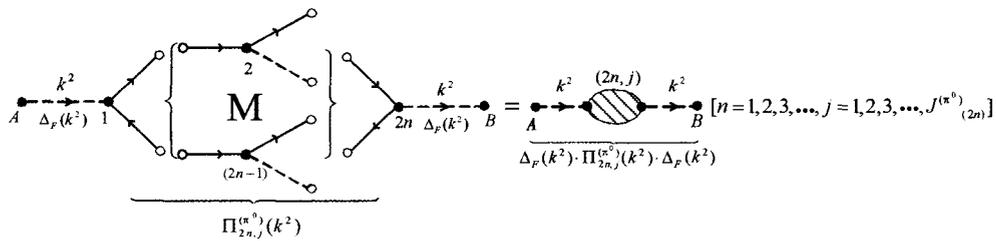
从拓扑学角度, 可给出一般圈图不可约传播子的拓扑结构形成图(如图 1)。

图 1 Lorentz 不变耦合模型中, 将  $2n$  个内部顶点“ $\bullet$ ”处的实线“ $\bullet\text{---}\circ$ ”和虚线“ $\bullet\text{-----}\circ$ ”, 按三线耦合方式各自全部连结起来(“ $\circ$ ”表示连结处, 且连结后去掉“ $\circ$ ”), 可形成无惟一通道的网络连通图  $J^{(\pi^0)}(2n)$  [对于图 1(a)] 和  $J^{(N-\bar{N})}(2n)$  [对于图 1(b)] 个。

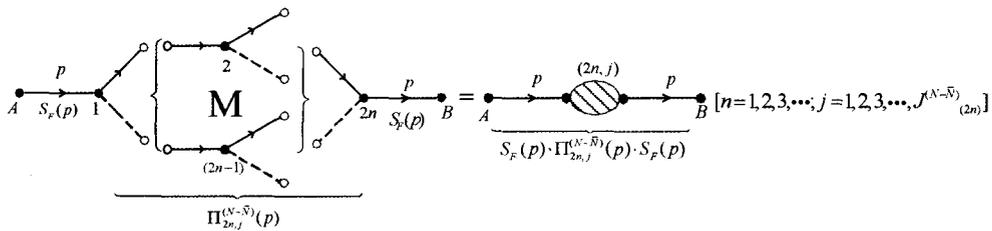
收稿日期: 2007-03-11

基金项目: 973 计划资助项目(2003CB71630); 国家自然科学基金资助项目(10175096); 重庆市自然科学基金重点资助项目(8562)

作者简介: 张忠灿(1964-), 男, 重庆大学教授, 主要从事理论物理研究, (Tel)023-65103180; (E-mail)theoryphysics@126.com。



(a)  $\pi^0$  不可约传播子拓扑结构形成图



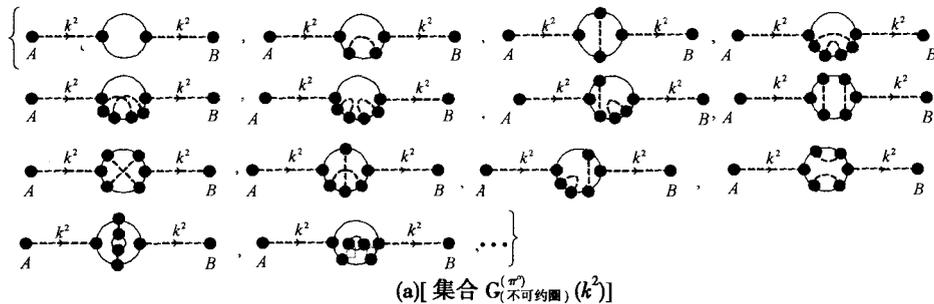
(b)  $(N-\bar{N})$  不可约传播子拓扑结构形成图

图 1 一般圈图不可约传播子拓扑结构形成图

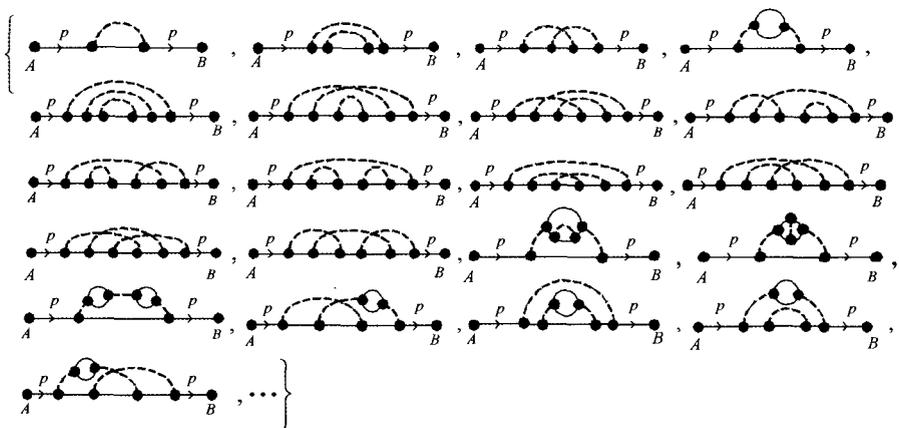
显然, 由图 1。所有一般圈图不可约传播子可转换为集合:

$$\begin{cases}
 G_{\text{不可约图}}^{(\pi^0)}(k^2) = \left\{ \left[ \text{Diagram with shaded circle } (2n, j) \right] \right\}_{\substack{n=1,2,3,\dots \\ j=1,2,\dots,J^{(\pi^0)}(2n)}} \\
 G_{\text{不可约图}}^{(N-\bar{N})}(p) = \left\{ \left[ \text{Diagram with shaded circle } (2n, j) \right] \right\}_{\substack{n=1,2,3,\dots \\ j=1,2,\dots,J^{(N-\bar{N})}(2n)}}
 \end{cases} \quad (1)$$

式(1)2个集合的拓扑结构形成方式, 可参见图 2。



(a) [集合  $G_{\text{不可约图}}^{(\pi^0)}(k^2)$ ]



(b) [集合  $G_{\text{不可约图}}^{(N-\bar{N})}(p)$ ]

图 2 一般圈图不可约传播子 Feynman 图集合

由图2知,拓扑结构形成方式十分复杂,致使寻求由内部顶点“•”数目 $2n$ 所确定的不可约圈传播子个数 $J^{(\pi^0)}(2n)$ 和 $J^{(N-\bar{N})}(2n)$ 将是十分复杂困难的拓扑学问题。

在集合 $G_{C不可约圈}^{(\pi^0)}(k^2)$ 和 $G_{C不可约圈}^{(N-\bar{N})}(p)$ 中,将任何

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{C可约圈}^{(\pi^0)}(k^2) = \left\{ \left[ \begin{array}{c} \bullet \xrightarrow{k^2} \text{圈}(2n_i, j_i) \xrightarrow{k^2} \dots \xrightarrow{k^2} \text{圈}(2n_i, j_i) \xrightarrow{k^2} \bullet \\ \text{---} \end{array} \right] \right. \\ \left. G_{C可约圈}^{(N-\bar{N})}(p) = \left\{ \left[ \begin{array}{c} \bullet \xrightarrow{p} \text{圈}(2n_i, j_i) \xrightarrow{p} \dots \xrightarrow{p} \text{圈}(2n_i, j_i) \xrightarrow{p} \bullet \\ \text{---} \end{array} \right] \right. \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} l=2,3,\dots,n_i,\dots,n_i=1,2,\dots \\ i_1=1,2,\dots,J^{(\pi^0)}(2n_i) \\ \dots \\ i_i=1,2,\dots,J^{(\pi^0)}(2n_i) \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} l=2,3,\dots,n_i,\dots,n_i=1,2,\dots \\ i_1=1,2,\dots,J^{(N-\bar{N})}(2n_i) \\ \dots \\ i_i=1,2,\dots,J^{(N-\bar{N})}(2n_i) \end{array} \right\} \end{array} \right. \quad (2)$$

由式(1)和式(2),可求出一般圈图(包含不可约与可约)传播子集合:

$$\begin{aligned} G_{C一般圈}^{(\pi^0)}(k^2) &= G_{C不可约圈}^{(\pi^0)}(k^2) \cup G_{C可约圈}^{(\pi^0)}(k^2), \\ G_{C一般圈}^{(N-\bar{N})}(p) &= G_{C不可约圈}^{(N-\bar{N})}(p) \cup G_{C可约圈}^{(N-\bar{N})}(p). \end{aligned} \quad (3)$$

对 $G_{C一般圈}^{(\pi^0)}(k^2)$ 和 $G_{C一般圈}^{(N-\bar{N})}(p)$ 里每个一般圈图传播子作动量正规化处理——分离掉非物理发散部分而保留物理有限量部分,便获得一般圈图重整化传播子集合: $G_{C一般圈}^{(\pi^0), (有限量)}(k^2)$ 和 $G_{C一般圈}^{(N-\bar{N}), (有限量)}(p)$ 。对此,只须将其中 $G_{C不可约圈}^{(\pi^0)}(k^2)$ 和 $G_{C不可约圈}^{(N-\bar{N})}(p)$ 里每个一般圈图传播子作动量正规化处理即可,其处理方法如下:

$$\left[ \begin{array}{c} \bullet \xrightarrow{k^2} \text{圈}(2n, j) \xrightarrow{k^2} \bullet \\ \bullet \xrightarrow{p} \text{圈}(2n, j) \xrightarrow{p} \bullet \end{array} \right] = \left\{ \begin{array}{l} \Delta_F(k^2) \cdot \Pi_{2n, j}^{(\pi^0)}(k^2) \cdot \Delta_F(k^2), \\ S_F(p) \cdot \Pi_{2n, j}^{(N-\bar{N})}(p) \cdot S_F(p). \end{array} \right. \quad (4)$$

将式中圈函数 $\Pi_{2n, j}^{(\pi^0)}(k^2)$  [ $n=1, 2, \dots; j=1, 2, \dots, J^{(\pi^0)}(2n)$ ] 和 $\Pi_{2n, j}^{(N-\bar{N})}(p)$  [ $n=1, 2, \dots; j=1, 2, \dots, J^{(N-\bar{N})}(2n)$ ] 按各自树图传播子的逆展开:

$$\begin{aligned} \Pi_{2n, j}^{(\pi^0)}(k^2) &= \sum_{l=0}^{\infty} A_l \cdot (k^2 + \mu^2)^l, \\ \Pi_{2n, j}^{(N-\bar{N})}(p) &= \sum_{l=0}^{\infty} B_l \cdot (\gamma \cdot p - im)^l, \end{aligned}$$

其中,前几个展开系数将包含全部非物理发散部分。于是可采用扣除法分离掉而保留物理有限量部分——即获得重整化有限量 $\Pi_{2n, j}^{(\pi^0), (有限量)}(k^2)$ 和 $\Pi_{2n, j}^{(N-\bar{N}), (有限量)}(p)$ 。至此,便完成该个 $\pi^0$ 和 $N-\bar{N}$ 一般圈图不可约传播子动量正规化处理的重整化理论分析。

若完成对所有 $\pi^0$ 和 $N-\bar{N}$ 一般圈图不可约传播子动量正规化的理论计算,则式(3)里所有元素均由物理有限量构成,可转换成集合:

$l(\geq 2)$ 个元素连结(成一串)后便形成一个 $(l-1)$ 阶一般圈图可约传播子——也可转换成相应的集合:

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{C一般圈}^{(\pi^0), (有限量)}(k^2) = \\ G_{C不可约圈}^{(\pi^0), (有限量)}(k^2) \cup G_{C可约圈}^{(\pi^0), (有限量)}(k^2), \\ G_{C一般圈}^{(N-\bar{N}), (有限量)}(p) = \\ G_{C不可约圈}^{(N-\bar{N}), (有限量)}(p) \cup G_{C可约圈}^{(N-\bar{N}), (有限量)}(p). \end{array} \right. \quad (5)$$

最后,利用式(5)便寻求出Feynman重整化传播子的完全函数形式:

$$\begin{aligned} \Delta_{F, c}^{(完全)}(k^2) &= \Delta_F(k^2) + [\oplus G_{C一般圈}^{(\pi^0), (有限量)}(k^2)], \\ S_{F, c}^{(完全)}(p) &= S_F(p) + [\oplus G_{C一般圈}^{(N-\bar{N}), (有限量)}(p)]. \end{aligned} \quad (6)$$

其中,符号“ $\oplus$ ”表示对集合 $G_{C不可约圈}^{(\pi^0), (有限量)}(k^2)$ 和 $G_{C不可约圈}^{(N-\bar{N}), (有限量)}(p)$ 里所有元素求和。

## 2 链图求和逼近表示

事实上,对所有一般圈图传播子作“动量正规化”处理(仅须处理其中不可约传播子),已是无法想象的复杂、困难;进而(即便是已完成“动量正规化”)要从中获得所有有限量传播子,在具体理论计算与处理上更是无法想象的复杂、困难。因而,要真正获得 $\Delta_{F, c}^{(完全)}(k^2)$ 和 $S_{F, c}^{(完全)}(p)$ 也仅是十分遥远的“理论模式”。文中,笔者仅探讨另一重要问题——即探索 $\Delta_{F, c}^{(完全)}(k^2)$ 和 $S_{F, c}^{(完全)}(p)$ 是否存在有效理论分析方法与研究途径。

$\Delta_{F, c}^{(完全)}(k^2)$ 和 $S_{F, c}^{(完全)}(p)$ 是否存在,将决定Feynman传播子是否存在理论上全部辐射修正——且贡献值应为 $[\oplus G_{C一般圈}^{(\pi^0), (有限量)}(k^2)]$ 和 $[\oplus G_{C一般圈}^{(N-\bar{N}), (有限量)}(p)]$ 。对于这个问题,自20世纪初量子场论建立以来,便一直是倍受关注的重大基础理论问题,但至今仍未得到解决。

文中,笔者首先就“理论分析与处理”提供一条新的探索、研究途径——即提出“链图求和逼近”研究方法。对此,笔者首先将Lorentz不变耦合模型中Feynman重整化传播子完全函数形式 $\Delta_{F, c}^{(完全)}(k^2)$ 和 $S_{F, c}^{(完全)}(p)$ ,

在理论上的全部辐射修正贡献值“形象”表示成:

$$\left[ \bigoplus_{\text{一般圈}}^{(*)} G_{\text{一般圈}}^{(*)} \right] = \left[ \bigoplus \left\{ \left[ \left[ \begin{array}{c} \text{---} k^2 \text{---} \\ \text{---} p \text{---} \end{array} \right] \begin{array}{c} (2n_i, j_i) \\ \text{---} \text{---} \end{array} \left[ \begin{array}{c} \text{---} k^2 \text{---} \\ \text{---} p \text{---} \end{array} \right] \right\}_{\substack{l=1; n_i=1,2,\dots \\ j_i=1,2,\dots, J^{(*)}(2n_i)}} \right] + \\
 \left[ \bigoplus \left\{ \left[ \left[ \begin{array}{c} \text{---} k^2 \text{---} \\ \text{---} p \text{---} \end{array} \right] \begin{array}{c} (2n_i, j_i) \\ \text{---} \text{---} \end{array} \left[ \begin{array}{c} \text{---} k^2 \text{---} \\ \text{---} p \text{---} \end{array} \right] \dots \left[ \begin{array}{c} \text{---} k^2 \text{---} \\ \text{---} p \text{---} \end{array} \right] \begin{array}{c} (2n_i, j_i) \\ \text{---} \text{---} \end{array} \left[ \begin{array}{c} \text{---} k^2 \text{---} \\ \text{---} p \text{---} \end{array} \right] \right\}_{\substack{l=2,3,L; n_i, L, n_i=1,2,\dots \\ j_i=1,2,L, \dots, J^{(*)}(2n_i) \\ \dots \\ j_i=1,2,\dots, J^{(*)}(2n_i)}} \right] \quad (7)$$

在式(7)中,已将 2 类不同含义重整化传播子集合:  $[\bigoplus G_{\text{一般圈}}^{(*)}(\pi^0, \dots, \text{有限量}) (k^2)]$  和  $[\bigoplus G_{\text{一般圈}}^{(*)}(N-\bar{N}, \dots, \text{有限量}) (p)]$  统

一作了表述:

$$G_{\text{一般圈}}^{(*)} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} G_{\text{一般圈}}^{(*)}(\pi^0, \dots, \text{有限量}) (k^2) \\ G_{\text{一般圈}}^{(*)}(N-\bar{N}, \dots, \text{有限量}) (p) \end{array} \right. \quad \begin{array}{c} (2n_i, j_i) \\ \text{---} \text{---} \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \prod_{2n_i, j_i}^{(*)} (k^2) [n=1, 2, 3, \dots] \\ \prod_{2n_i, j_i}^{(*)} (p) [i=1, 2, \dots, J^{(*)}(2n_i)] \end{array} \right. ,$$

且  $J^{(*)}(2n) \Rightarrow J^{(\pi^0)}(2n)$ ; [对于  $\pi^0$  传播子], 或  $J^{(N-\bar{N})}(2n)$ ; [对于  $N-\bar{N}$  传播子].

由于式(7)中元素求和十分复杂,这将直接导致理论分析处理上的困难性。怎样将这些十分复杂的元素求和进行较为合理的归类处理? 文中,笔者对式(7)中元素求和采用一般链图求和逼近表示给出。其具体做法是,若首先将 2 类不同含义的传播子集合转换成:

$$\left[ \bigoplus R_{\text{一般圈}}^{(*)} \right] \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} [\bigoplus R_{\text{一般圈}}^{(*)}(\pi^0, \dots, \text{有限量}) (k^2)] \\ [\bigoplus R_{\text{一般圈}}^{(*)}(N-\bar{N}, \dots, \text{有限量}) (p)] \end{array} \right. ,$$

是对树图传播子  $\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Delta_F(k^2) \\ S_F(p) \end{array} \right.$  的全部辐射修正  $\Rightarrow$

$$\left[ \bigoplus_{\text{一般圈}}^{(*)} G_{\text{一般圈}}^{(*)} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{---} k^2 \text{---} \\ \text{---} p \text{---} \end{array} \right] \cdot \left[ \bigoplus_{\text{一般圈}} R_{\text{一般圈}}^{(*)} \right], \quad (8)$$

{ (通常函数) 因子, 且可采用一般链图求和逼近表示成: { (矩阵函数)

$$\left[ \bigoplus_{\text{一般圈}} R_{\text{一般圈}}^{(*)} \right] = \left[ \bigoplus \left\{ \left[ \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \begin{array}{c} (2n_i, j_i) \\ \text{---} \text{---} \end{array} \left[ \begin{array}{c} \text{---} k^2 \text{---} \\ \text{---} p \text{---} \end{array} \right] \right]^m \right\}_{\substack{l=1; n_i=1,2,\dots \\ j_i=1,2,\dots, J^{(*)}(2n_i)}} \right] + \\
 \left[ \bigoplus \left\{ \left[ \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \begin{array}{c} (2n_i, j_i) \\ \text{---} \text{---} \end{array} \right] L \left[ \begin{array}{c} (2n_i, j_i) \\ \text{---} \text{---} \end{array} \left[ \begin{array}{c} \text{---} k^2 \text{---} \\ \text{---} p \text{---} \end{array} \right] \right]^m \right\}_{\substack{l=2,3,\dots, n_i, p, n_i=1,2,\dots \\ j_i=1,2,\dots, J^{(*)}(2n_i) \\ \dots \\ j_i=1,2,\dots, J^{(*)}(2n_i) \\ [n_i, j_i \text{ 各指标受“取值约束”限制 } M(\cdot)]}} \right] \quad (9)$$

式(9)中所含求和  $(\sum_{m=1}^{\infty} [\cdot]^m)$  含义是: 包含一个或多个由一般圈链循环环节所构成的一般链图, 且其中取值约束  $M(\cdot) = M[(2n_1, j_1), \dots, (2n_l, j_l)]$ ; ( $l = 2, 3, \dots$ ) 具体规定是:

< 该“某个” $l$  指标 ] 的求和  $(\sum_{m=1}^{\infty} [\cdot]^m)$  中去了。

为此,笔者引入“一般圈链循环环节”函数:

$$f_{((2n_1, j_1), \dots, (2n_l, j_l))}^{(*)} = \left[ \begin{array}{c} (2n_i, j_i) \\ \text{---} \text{---} \end{array} \left[ \begin{array}{c} \text{---} k^2 \text{---} \\ \text{---} p \text{---} \end{array} \right] \dots \left[ \begin{array}{c} (2n_i, j_i) \\ \text{---} \text{---} \end{array} \left[ \begin{array}{c} \text{---} k^2 \text{---} \\ \text{---} p \text{---} \end{array} \right] \right] \quad (10)$$

$[l=1, 2, \dots, n_i, n_i=1, 2, 3, \dots, j_i=1, 2, \dots, J^{(*)}(2n_i), \dots, n_j=1, 2, \dots, J^{(*)}(2n_j)]$ .

于是,利用式(10)可将式(9)转换成:

$$\left[ \bigoplus_{\text{一般圈}} R_{\text{一般圈}}^{(*)} \right] = \lim_{L, N_1, \dots, N_L \rightarrow +\infty} \sum_{l=1}^L \left[ \left( \sum_{n_1=1}^{N_1} \dots \sum_{n_l=1}^{N_l} \right) \left( \sum_{j_1=1}^{J^{(*)}(2n_1)} \dots \sum_{j_l=1}^{J^{(*)}(2n_l)} \right) \right] \cdot \left[ \text{“取值约束” } M[(2n_1, j_1), \dots, (2n_l, j_l)] \right] \cdot \left[ F_{(2n_1, j_1), \dots, (2n_l, j_l)}^{(*)} \right], \quad (11)$$

式中,

$$F_{(2n_1, j_1), \dots, (2n_l, j_l)}^{(*)} = \sum_{m=1}^{\infty} \left[ f_{((2n_1, j_1), \dots, (2n_l, j_l))}^{(*)} \right]^m \quad (12)$$

至此,已完成 Lorentz 不变耦合模型中, Feynman

若令:  $l (\geq 2)$  的公约数为  $L_1 = 1, L_2, L_3, \dots$  ( $L_2, L_3, \dots > 1$ ), 则  $(\frac{l}{L_s})$  个点 (当  $s = 1$  时) ——  $(n_1, j_1), \dots, (n_l, j_l)$ , 或复合点 (当  $s = 2, 3, \dots$  时) ——  $[(n_1, j_1), \dots, (n_{L_s}, j_{L_s})], \dots, [(n_{l-L_s+1}, j_{l-L_s+1}), \dots, (n_l, j_l)]$  均不能取成相同点 (当  $s = 1$  时) 或相同复合点 (当  $s = 2, 3, \dots$  时)。这是因为,在构架求和  $(\sum_{m=1}^{\infty} [\cdot]^m)$  时,对于“某个”  $l (\geq 2)$  指标,若对其受限指标  $(n_1, j_1), \dots, (n_l, j_l)$  不作  $M(\cdot)$  限制—即允许取相同点 (当  $s = 1$ ) 或相同复合点 (当  $s = 2, 3, \dots$ ) 时,则可能多产生相应求和  $(\sum_{m=1}^{\infty} [\cdot]^m)$ —其中的元素:  $[\cdot]^1, [\cdot]^2, \dots$ , 其实早已计入到“前面” [其对应的  $l$  指标

重整化传播子完全函数形式里所含全部辐射修正因子,按一般链图求和逼近表出——即获得 Feynman 重整化传播子完全函数形式的“链图求和逼近”表示。此外,对于式(12),笔者还需再说明一点:在所有  $F_{((2n_1, j_1), \dots, (2n_l, j_l))}^{(*), (有限量)}$  中,包含了简单链图重整化传播子  $F_{(2 \times 1, 1)}^{(*), (有限量)}$ ,其精确“收敛结果”已在文献<sup>[9-10,13]</sup>里给出;但对于其中非简单链图重整化传播子  $F_{(2n_1, j_1), \dots, (2n_l, j_l)}^{(*), (有限量)}$  ( $l \geq 2$ ),若满足收敛,则也可表成同样形式的精确“收敛结果”:

$$F_{((2n_1, j_1), \dots, (2n_l, j_l))}^{(*), (有限量)} = f_{((2n_1, j_1), \dots, (2n_l, j_l))}^{(*), (有限量)} / \left\{ 1 - f_{((2n_1, j_1), \dots, (2n_l, j_l))}^{(*), (有限量)} \right\} \quad (13)$$

### 3 同阶等效链图求和逼近表示

前面,笔者已寻出 Feynman 重整化传播子完全函数形式  $\Delta_{F,c}^{(完全)}(k^2)$  和  $S_{F,c}^{(完全)}(p)$  精确意义下的“链图求和逼近”表示:

$$\Delta_{F,c}^{(完全)}(k^2) = \Delta_F(k^2) \cdot \left\{ 1 + \left[ \oplus R_{(一般圈)}^{(\pi^0), (有限量)}(k^2) \right] \right\},$$

$$S_{F,c}^{(完全)}(p) = S_F(p) \cdot \left\{ 1 + \left[ \oplus R_{(一般圈)}^{(N-\bar{N}), (有限量)}(p) \right] \right\} \quad (14)$$

式(14)中,  $\left[ \oplus R_{(一般圈)}^{(\pi^0), (有限量)}(k^2) \right]$  和  $\left[ \oplus R_{(一般圈)}^{(N-\bar{N}), (有限量)}(p) \right]$  由式(11)和式(12)给出。精确意义下的“链图求和逼近”表示为式(14),虽在一定程度上简化了原有问题计算处理上的复杂、困难性;然而,采用式(14)无论是进行具体理论计算或是作有关理论分析都仍相当困难。

在文中,笔者将从另一物理角度对“链图求和逼近”表示作考察与研究。按照物理学中采用微扰展开方法而建立的微扰计算理论,一般都应遵循同阶各微扰计算值均处于“同一数量级”——据此,笔者应用于式(14)中,可将“链图求和逼近”转换成:

$$\left[ \oplus G_{(一般圈)}^{(*), (有限量)} \right] = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \oplus G_{(一般圈)}^{(*), (有限量)} \right]_{(2n)},$$

且  $\left[ \oplus G_{(一般圈)}^{(*), (有限量)} \right] = \left( \begin{matrix} \Delta_F(k^2) \\ S_F(p) \end{matrix} \right) \cdot \left[ \oplus R_{(一般圈)}^{(*), (有限量)} \right] \quad (15)$

式(15)中,  $\left[ \oplus \cdot \right]_{(2n)}$ ; ( $n=1, 2, \dots$ ) 表示无穷多个一般圈图重整化传播子求和  $\left[ \oplus \cdot \right]$  里,取出所有内部含  $2n$  个三线耦合顶点“ $\cdot$ ”的传播子求和部分。

基于同阶各微扰计算值处于同一数量级的“同阶等效”观点,若令式(15)里  $\left[ \oplus \cdot \right]_{(2n)}$  中重整化传播子个数为  $X_{2n}^{(*)}$   $\left[ \Rightarrow X_{2n}^{(\pi^0)}$ ; (对于  $\pi^0$  传播子), 或  $X_{2n}^{(N-\bar{N})}$ ; (对于  $N-\bar{N}$  传播子) ], 则应有:

$$\left[ \oplus G_{(一般圈)}^{(*), (有限量)} \right]_{(2n)} = X^{(*)}(2n) \cdot \left\langle \begin{matrix} \theta_{2n}^{(\pi^0)} \cdot \{ \Delta_F(k^2) [ \Pi_c(k^2) \Delta_F(k^2) ]^n \}, \\ \theta_{2n}^{(N-\bar{N})} \cdot \{ S_F(p) [ \Pi_c(p) S_F(p) ]^n \}. \end{matrix} \right. \quad (16)$$

式(16)中,  $\theta_{2n}^{(\pi^0)}$  和  $\theta_{2n}^{(N-\bar{N})}$  是对  $\left[ \oplus \cdot \right]_{(2n)}$  考虑按简单圈图重整化传播子<sup>[9-10,13]</sup>求平均时所出现的权重因子且基于  $\left[ \oplus \cdot \right]_{(2n)}$  内部各项均应处于“同一数量级”观点,故求“平均”时的权重因子应满足如下数量级范围:  $10^{-1} < \theta_{2n}^{(\pi^0)}, \theta_{2n}^{(N-\bar{N})} < 10$ 。此外,关于式(16)中传播子个数  $X^{(*)}(2n)$  的计算值可按将  $\left[ \oplus \cdot \right]_{(2n)}$  中重整化传播子所含“可约圈”的个数——包含  $1, 2, \dots, n$  个,作归类计算处理后获得:

$$X^{(*)}(2n) = \sum_{j=1}^n \left\{ \sum_{m(j)} \left[ J^{(*)}(2m_1^{(j)}) \cdot J^{(*)}(2m_2^{(j)}) \cdots J^{(*)}(2m_j^{(j)}) \right] \right\}; [m(j) \text{——表示“求和指标”}] \quad (17)$$

式(17)中,符号  $J^{(*)}(x)$  表示由  $x$  个顶点“ $\cdot$ ”按三线耦合方式联结构成“无惟一通道”联通网络图个数[参见文中第1节],而求和指标  $m(j)$  为  $j$  维实空间中的点:  $(m_1^{(j)}, m_2^{(j)}, \dots, m_j^{(j)})$ ; 且  $m_1^{(j)}, m_2^{(j)}, \dots, m_j^{(j)} \geq 1, m_1^{(j)} + m_2^{(j)} + \dots + m_j^{(j)} = n$ 。

将式(17)代回式(16)中,即完成  $\left[ \oplus \cdot \right]_{(2n)}$ ; ( $n=1, 2, \dots$ ) 按简单圈图重整化传播子的“同阶等效”处理;进而[参见式(14)]寻出  $\Delta_{F,c}^{(完全)}(k^2)$  和  $S_{F,c}^{(完全)}(p)$  “同阶等效链图求和逼近”表示:

$$\Delta_{F,c}^{(完全)}(k^2) = \left[ \begin{matrix} \bullet \xrightarrow{k^2} \bullet + [X^{(\pi^0)}(2 \cdot 1) \cdot \theta_{21}^{(\pi^0)}] \times \bullet \xrightarrow{k^2} \text{圈} \xrightarrow{k^2} \bullet + \cdots + [X^{(\pi^0)}(2 \cdot n) \cdot \theta_{2n}^{(\pi^0)}] \times \\ \text{[含1个圈} \text{圈} = \Pi_c(k^2)] \end{matrix} \right] + \cdots; \left[ \begin{matrix} \bullet \xrightarrow{k^2} \text{圈} \xrightarrow{k^2} \bullet \xrightarrow{k^2} \text{圈} \xrightarrow{k^2} \bullet \xrightarrow{k^2} \text{圈} \xrightarrow{k^2} \bullet \xrightarrow{k^2} \text{圈} \xrightarrow{k^2} \bullet + \cdots; \\ \text{[含n个圈} \text{圈} = \Pi_c(k^2)] \end{matrix} \right] \cdot \left[ \bullet \xrightarrow{k^2} \bullet = \Delta_F(k^2), 10^{-1} < \theta_{2n}^{(\pi^0)} < 10 \right] \quad (18)$$

$$S_{F.c}^{(完全)}(p) = \text{链图} + [X^{(N-\bar{N})}(2 \cdot 1) \cdot \theta_{21}^{(N-\bar{N})}] \times \text{含 1 个圈} + \dots + [X^{(N-\bar{N})}(2 \cdot n) \cdot \theta_{2n}^{(N-\bar{N})}] \times \text{含 } n \text{ 个圈} + \dots$$

### 4 总结、展望与 Dyson 重整化理论猜想

在 Lorentz 不变耦合模型中, Feynman 重整化传播子完全函数形式是否存在模型理论中全部辐射修正效应, 将取决于 2 个完全辐射修正因子  $[\oplus R_{(-一般圈)}^{(n^0), (有限量)}(k^2)]$  和  $[\oplus R_{(-一般圈)}^{(N-\bar{N}), (有限量)}(p)]$  是否具有理论上的“存在值”——有限值? 然而, 通过理论计算寻求 2 个完全辐射修正因子的最终结果却又是无法想象的复杂、困难。鉴于此, 目前尚无有效理论计算方法。人们至今仍无法知道 Feynman 重整化传播子完全函数形式是否存在模型理论中全部辐射修正效应。

作为量子场论重整化理论的开创者 Dyson, 曾在半个世纪前就提出“重整化理论猜想”<sup>[14-15]</sup>: 若将量子场论微扰理论计算中所有高阶圈图“发散量”分离掉后, 保留所有余下的物理“有限量”——即为一个异常复杂的“无穷级数”, 很有可能是“发散结果”; 这表明, 量子场论可能是某种正确理论的“渐进展开”<sup>[16]</sup>——即采用量子场论计算“辐射修正”效应时, 仅适用于低阶圈图或简单无穷阶链图的收敛结果<sup>[17]</sup>上。

对于“Dyson 重整化理论猜想”最终研究结果将会是怎样的? 也许是从半个世纪前已延续到今天, 并有可能将会在今后很长时期里仍无法解决的一个重大基础理论问题——这是需要进行不懈探索, 研究的一项十分艰巨困难的工作。

对于“Dyson 重整化理论猜想”, 笔者将从 Lorentz 不变耦合模型角度作一点探讨与研究。笔者认为: 按文中研究的 Feynman 重整化传播子完全函数形式  $\Delta_{F.c}^{(完全)}(k^2)$  和  $S_{F.c}^{(完全)}(p)$  的“链图求和逼近”表示, 或许将会对探讨“Dyson 重整化理论猜想”作为一个侧面的研究突破口。对此, 笔者将在今后的研究工作中, 作深入探讨与研究。

#### 参考文献:

[1] CLAUDE I, JEAN - BERNARD Z. Quantum field theory [M]. New York: McGraw - Hill Inc, 1980.  
 [2] ZHOU H Y, LI C S. Supersymmetric QCD corrections to top

quark pair production at the CERN LHC in two-higgs-doublet models [J]. Phys Rev D, 1997, 55: 4421-4429.  
 [3] FANG Z Y, CASTRO G, PESTIEAU J, et al. Effective  $SU(2)_L \otimes U(1)$  theory and the higgs boson mass [J]. Modern physics letter A, 1997, 12(21): 1531-1535.  
 [4] LI C S, OAKES R J, YANG J M, et al. Supersymmetric QCD corrections to single top quark production at the fermilab tevatron [J]. Phys Rev D, 1998, 57: 2009-2012.  
 [5] LIU H X, LI C S, XIAO Z J.  $o(\alpha_3)$  QCD corrections to spin correlations in  $e^+ e^- \rightarrow t\bar{t}$  process at the NLC [J]. Phys Lett B, 1999, 458: 393.  
 [6] JIN L G, LI C S, OAKES R J, et al. Supersymmetric electroweak corrections to charged higgs boson production in association with a top quark at hadron colliders [J]. Phys Rev D, 2000, 62: 053008.  
 [7] YANG Y S, LI C S. Electroweak corrections to the decay  $H^+ \rightarrow W^+ h$  in the minimal supersymmetric model [J]. Phys Lett B, 2001, 497: 101.  
 [8] JIN L G, LI C S. Supersymmetric electroweak corrections to sbottom decay into lighter stop and charged higgs boson [J]. Phys Rev D, 2002, 65: 035007.  
 [9] 张忠灿, 罗光, 方祯云, 等. 介子圈图传播子重整化有限量的有效计算方法 (I) [J]. 重庆大学学报: 自然科学版, 2005, 28 (2): 119-123.  
 [10] 张忠灿, 王春明, 方祯云, 等. 介子圈图传播子重整化有限量的有效计算方法 (II) [J]. 重庆大学学报: 自然科学版, 2005, 28 (8): 83-88.  
 [11] 张忠灿, 张宇, 方祯云, 等. 光子圈 (链) 图传播子重整化有限量的严格解析计算 (I) [J]. 重庆大学学报: 自然科学版, 2005, 28 (9): 108-112.  
 [12] 张忠灿, 高飞, 方祯云, 等. 光子圈 (链) 图传播子重整化有限量严格计算 (II) [J]. 重庆大学学报: 自然科学版, 2005, 28 (11): 101-105.  
 [13] 张忠灿, 蒋再富, 方祯云, 等. 精确计算重整化  $N - \bar{N}$  圈传播子的新计算方法 [J]. 重庆大学学报: 自然科学版, 2006, 29(9): 89-93.  
 [14] DYSON F J. The radiation theories of tomonaga, schwing-er, and feynman [J]. Phys. Rev 1949, 75: 486-489.  
 [15] DYSON F J. Divergence of perturbation theory in quantum electrodynamics [J]. Phys. Rev 1952, 4: 631-633.

## Outlier's Detection of Financial Time Series Based on Wavelet Modulus Maxima Line Method

FU Qiang<sup>1</sup>, PENG Xuan-hua<sup>2,3</sup>, MAO Yi-bo<sup>3</sup>

- (1. College of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400030, China;  
2. College of Mathematics and Physics, Chongqing University, Chongqing 400030, China;  
3. Department of Computer Science and Mathematics, Chongqing University of Arts and Science, Yongchuan 402168, China)

**Abstract:** This paper investigates the application of wavelet transform methods on outlier detection of financial time series. Through Continuous Wavelet Transform and the analysis of modulus maxima line corresponding sample point, the authors put forward an approach of Outlier's detection of Financial Time Series Based on Wavelet Modulus Maxima Line Algorithms. By digital simulation of GARCH-M model, they prove that the method has much value in practical. The method can be more accurate to identify the concrete outliers of financial assets return what motion take place, and have an important meaning to estimate financial property rate of return as well.

**Key words:** wavelet transforms; modulus maxima Line; GARCH-M model; outlier's detection

(编辑 李胜春)

(上接第 139 页)

[16] 朱洪元. 量子场论[M]. 北京:科学出版社,1960.

ha scattering with photon China loops contribution in QED [J]. Chin Phys Lett,2006,23(10):2681-2683.

[17] JIANG MIN, FANG ZHEN-YUN, SANG WEN-LONG, et al.

Accurate calculation of the differential cross section of bhab-

## Complete Formal of Feynman Renormalized Propagator and the Dyson Supposition

ZHANG Zhong-can, YI Jun-mei, XU Jin,  
JIANG Zai-fu, WANG Kai-jun, FANG Zhen-yun

(College of Mathematics and Science, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

**Abstract:** In the lorentz invariant coupling model of strong interaction between neutral meson  $\pi^0$  and nucleon  $N$  — anti-nucleon  $\bar{N}$ . Two kinds of the Feynman propagators including  $\pi^0$  and  $N - \bar{N}$  are classified and researched, which have the general loop graph interaction in the inner parts. The authors have obtained the constituent method of  $\pi^0$  and  $N - \bar{N}$  renormalized propagator complete function formal —  $\Delta_{F,c}^{\langle complete \rangle}(k^2)$  and  $S_{F,c}^{\langle complete \rangle}(p)$ . After classifying and summing the constituent mode of  $\Delta_{F,c}^{\langle complete \rangle}(k^2)$  and  $S_{F,c}^{\langle complete \rangle}(p)$  according to the general chain graph using the chain graph summation approaching, the general expression and the same order equivalent expression of  $\Delta_{F,c}^{\langle complete \rangle}(k^2)$  and  $S_{F,c}^{\langle complete \rangle}(p)$  are gotten. This result can be reference for researching the Dyson Supposition on Renormalization Theory, which is the important foundation theory problem of quantum field perturbation theory puzzling people recently fifty years. Maybe the result is a sally port the Dyson Supposition on Renormalization Theory.

**Key words:** lorentz invariant coupling model; reducible loop propagator; un-reducible loop propagator; radiation correction; the complete formal of renormalized propagator; chain graph summation approaching; the dyson supposition

(编辑 姚飞)