文章编号:1000-582X(2007)09-0009-05

基于小子样的 Bayes 系统可靠性综合评估方法

金　标,秦大同,胡建军
(重庆大学 机械传动国家重点实验室,重庆 400030)

摘　要:通过分析系统故障状态建立系统模糊不可靠度,在故障模式影响及危害性分析(Failure Mode Effect and Criticality Analysis,FMECA)的基础上,提出影响系统故障模式可靠性的一些重要参数,结合所建立的模糊不可靠度推导出系统不可靠度综合公式,利用提出的最优分布拟合方法、Bayes 方法对系统可靠度进行 Bayes 点估计和置信下限估计。以某型发动机系统为例,对其不可靠度进行随机模拟仿真,仿真结果表明所提出的方法在实际的可靠性工程中具有一定的可行性。

关键词:模糊不可靠度;FMECA;最优分布拟合;Bayes 估计;随机模拟仿真
中图分类号:TB114.3　　**文献标志码**:A

小子样系统可靠性综合评定技术由于信息量少,同时在对小子样情况的处理、对先验信息的利用、以及对多层试验数据的综合应用等方面,经典的统计学方法并不适用而且受到了巨大挑战,而 Bayes 方法则恰好弥补了这一不足。在实际可靠性工程中常用 Bayes 方法来解决小子样复杂系统可靠性综合评估,它是系统可靠性综合的一个重要方法,也是解决可靠性信息不足的有效方法之一,能够较好地综合利用各种主、客观的验前信息以及多层的试验数据。因此,近年来小子样系统的 Bayes 可靠性综合方法得到了更多的研究和应用,特别是在有较多的历史数据或较强的主观信息的场合。这不仅可以节省大量的试验经费,而且缩短了整个系统的研制周期,已成为可靠性工程师和统计工作者普遍关注的问题[1-3]。

1　系统不可靠度综合公式

1.1　模糊不可靠度

常规可靠性设计理论认为,系统总是处于能满意地完成其预定功能的完好状态,或不能完成其预定功能的故障状态两者之一。但是,实际工程系统中,许多故障形式如疲劳断裂、磨损、腐蚀及蠕变等,都是由于损伤累积引起性能下降最终导致故障的现象。系统从完好状态到故障状态是由一系列中间状态相互联系、相互渗透、相互转化的,这种中间状态既不是完全"完好",也不是完全"故障",而是呈现"亦此亦彼"的模糊状态。因此,可认为系统在工作过程中是既处于模糊完好状态,同时也处于模糊故障状态,并具有各自的隶属程度[4]。设模糊故障状态的隶属度为 $\mu_F(x)$,定义模糊不可靠度 $\widetilde{F}$ 为系统"模糊故障状态"的期望值:定义域为 $\Theta, x \in \Theta$,

$$\widetilde{F} \equiv \mathrm{E}(\mu_F(x)) = \int_{x \in \Theta} \mu_F(x) p(\mathrm{d}x)\ (x\ 为连续变量) = \sum_i \mu_F(x_i) \cdot p_i\ (x_i\ 为离散变量)。\qquad (1)$$

1.2　FMECA

FMECA 思路是:首先进行 FMEA,再进行危害性分析(Criticality Analysis,CA)。根据产品系统的功能,通过对系统各单元的每一种可能潜在的故障模式的分析,找出引起故障的原因,并根据影响的严重程度和故障出现概率的综合效应,对每种潜在的故障进行分类,对可以预测到的每个故障模式进行评价,使用 FMECA 表[5]列出各个产品系统可能发生的故障模式。

收稿日期:2007-04-07
基金项目:重庆市自然科学基金重点资助项目(8718);长江学者奖励计划项目
作者简介:金标(1981-),男,重庆大学硕士研究生,主要从事混合动力汽车可靠性研究。秦大同(联系人),男,教授,博士生导师,(E-mail)dtqin@cqu.edu.cn。

从 FMECA 表中可提出以下影响系统可靠性的几个重要参数:

1)故障模式相对频率或频数比“σ_i”

该值可从故障率手册查到,或通过试验、现场使用统计数据以及工程经验确定得到。

2)故障模式发生引起系统故障的条件概率“η_i”

它是系统以故障模式“δ_i”发生故障而导致系统规定功能丧失的条件概率。其值可根据表1的规定进行定量估计[5-6]。

表1 故障影响条件概率

故障影响概率取值范围				
故障影响条件概率	实际丧失规定功能	很可能丧失规定功能	有可能丧失规定功能	无影响
η_i	1.0	(0.1,1.0)	(0.0,0.1]	0.0

3)故障模式的影响程度“c_i”

a. 故障模式影响程度的定性信息

故障模式的严酷度类别,按照故障模式损失程度对故障模式分为灾难的、致命的、临界的、轻度的四类[5-6],各类取值范围可参考表1。

b. 故障模式影响程度的定量信息

使用1-10级的故障评定标准,评定故障模式对上层次的影响,其量化值见表2。

表2 故障模式影响程度级别及取值范围[5-6]

故障模式影响程度的级别数	各级别对应的影响度值的取值范围
(A)1-2级	[0.0,0.001]
(B)3-4级	[0.001,0.01]
(C)5-6级	[0.01,0.1]
(D)7-8级	[0.1,0.2]
(E)9-10级	[0.2,1.0]

4)故障模式发生的概率“$p_\gamma(\delta_i=1)$”

记$p_i=p_\gamma(\delta_i=1)$为系统的第i个故障模式“δ_i”发生的概率。系统故障模式发生的概率具有类别或级别的定性描述,则对这些类别和级别的量化得到,其级别数及其量化值范围见表3。

表3 故障模式发生概率级别及其对应取值范围[6]

故障模式发生概率的级别定性信息	各级别对应的概率值的取值范围
(A)1-2级	[0.0,0.001]
(B)3-4级	[0.001,0.01]
(C)5-6级	[0.01,0.1]
(D)7-8级	[0.1,0.2]
(E)9-10级	[0.2,1.0]

5)量$\mu_F(\delta_i=0,1,\cdots,n)$

“$\mu_F(\delta_i=0,1,\cdots,n)$”反映了系统故障模式可靠性物理检测和人为判断等可能出错的误差程度,可理解为当故障模式“δ_i”不发生时,却误判故障模式“δ_i”发生。实际上,合理有效的故障判定方法,应当使偏差“$\mu_F(\delta_i=0,1,\cdots,n)$”很小,几乎可被忽略,其取值范围为[0,0.001]。

1.3 系统不可靠度综合公式

当系统发生故障时,故障模式“δ_i”发生的可能性有“100% · σ_i”,又由于在故障模式“δ_i”下,系统故障度为“$\mu_F(\delta_i=1)$”,故障模式“δ_i”发生的概率为“p_i”,故系统发生故障时,其平均不可靠度为

$$\sum_i^n \sigma_i \cdot \mu_F(\delta_i=1)\cdot p_i。\tag{2}$$

当故障模式“δ_i”发生时,该故障模式导致系统出现故障的程度为

$$\mu_F(\delta_i=1)=c_i\cdot\eta_i。\tag{3}$$

当系统发生故障时,由公式(1)得出系统的(平均)不可靠度为

$$\tilde{F}\equiv E(\mu_F(\delta))=\sum_{\delta\in\{\{\delta_1=0\}\cap\{\delta_2=0\}\cdots\{\delta_n=0\}\}}\mu_F(\delta)\cdot P(\delta)+\sum_{\delta\in\{\{\delta_1=1\}\cup\{\delta_2=1\}\cdots\{\delta_n=1\}\}}\mu_F(\delta)\cdot p(\delta)。\tag{4}$$

由以上几式综合得出模糊不可靠度公式为

$$\tilde{F}=\sum_{\delta\in\{\{\delta_1=0\}\cap\{\delta_2=0\}\cap\cdots\{\delta_n=0\}\}}\mu_F(\delta)\cdot p(\delta)+\sum_{i=1}^n\sigma_i\cdot c_i\cdot\eta_i\cdot p_i。\tag{5}$$

2 最优分布拟合方法

设随机变量R概率密度函数为$f(R)$,$0<R<1$,$\bar{f}(R)$为R给定的近似概率密度函数,选用均方误差(Mean Squared Errors,简称MSE)来表示这两种函数距离接近程度

$$\mathrm{MSE}(\bar{f}(R))=E(\bar{f}(R)-f(R))^2=\int_0^1[\bar{f}(R)-f(R)]^2\mathrm{d}f(R)。\tag{6}$$

最优分布拟合方法的关键是R的近似概率密度函数的选取,笔者采用的是贝塔分布函数[7]来拟合区间[0,1]上广泛类型的概率密度函数。

可靠度R服从贝塔分布,记$\bar{f}(R)=\phi_R(s,f)$,即:

$$\bar{f}(R)=\phi_R(s,f)=\frac{1}{B(s,f)}R^{s-1}(1-R)^{f-1},\tag{7}$$

其中,$B(s,f)=\int_0^1 R^{s-1}(1-R)^{f-1}\mathrm{d}R$,$s>0$,$f>0$,函数$\phi_R(s,f)$是参数为$s$,$f$的贝塔概率密度函数。可采用

下式来表示这两种函数的距离接近程度[8-9]:

$$\min_{s,f}\max_{R}|\phi_R(s,f)-f(R)|。\tag{8}$$

综合式(6)和(8),可得出这两种函数距离接近程度的最终表达式。

$$\mathrm{LMSE}(\bar{f}(R))=\min E(\bar{f}(R)-f(R))^2=\min_{s,f}\int_0^1[\phi_R(s,f)-f(R)]^2\mathrm{d}R,\tag{9}$$

其中,LMSE 为最小均方误差,此时最优分布拟合方法的实质是求取一组合适的参数 s,f,使得 $f(R)$ 与 $\phi_R(s,f)$ 在所定义的距离下最接近,由此求得的函数为最优贝塔分布函数。其中参数 s,f 可采用极大似然估计法求得,可使用 Matlab 软件所提供的命令 betafit(贝塔拟合)求得参数的估计量,betafit 返回的是贝塔分布的最大可能性估量及其分布参数的置信区间。

3　Bayes 估计

3.1　Bayes 公式

Bayes 定理的一般形式可写为

$$f(\theta|x)=\frac{f(\theta)\cdot L(x|\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty}f(\theta)\cdot L(x|\theta)\mathrm{d}\theta},\tag{10}$$

其中:$L(x|\theta)$ 为随机变量 x 的似然函数;$f(\theta)$ 为参数 θ 的先验分布密度;$f(\theta|x)$ 为参数 θ 的后验分布密度。

Bayes 公式表明:在试验 $X=x$ 前,对参数的认识总结于 $f(\theta)$ 中,而试验 $X=x$ 所取得的关于的新信息则包含在似然函数 $L(x|\theta)$ 中,经修正后,$f(\theta)$ 变为 $f(\theta|x)$,即经实践后,修正了原有的认识,达到了更高一级的认识。Bayes 公式中后验分布是综合了先验分布信息和样本信息。

3.2　可靠度 Bayes 点估计

Bayes 点估计是相对于所选损失函数的最小风险估计,因此要得到合适的 Bayes 点估计,就必须确定损失函数,一种常用的损失函数就是平方误差损失函数:

$$L(\theta,\delta)=(\theta-\delta)^2。\tag{11}$$

在该损失函数下,θ 的 Bayes 估计量就是它的验后均值,即 $\bar{\theta}=E(\theta,\delta)=(\theta-\delta)^2$,由此可得出

$$\bar{R}=E(R|s,f)=\int_0^1 R\cdot f(R|s,f)\ \mathrm{d}R=\int_0^1\frac{1}{B(s,f)}R^{s-1}(1-R)^{f-1}\mathrm{d}R=\frac{s}{s+f}。\tag{12}$$

3.3　可靠度 Bayes 置信下限估计

在可靠性工程中,最关心的是置信下限,记 θ_L 为单边置信下限,其定义为:

$$\int_{-\infty}^{\theta_L}p(\theta|x)\ \mathrm{d}\theta=1-\gamma$$

或

$$\int_{\theta_L}^{1}p(\theta|x)\ \mathrm{d}\theta=\gamma。\tag{13}$$

记 Bayes 可靠度近似下限为 $\bar{R}_{L,B}$,由上式可得出

$$p(R\geqslant\bar{R}_{L,B})=\int_0^{\bar{R}_{L,B}}f(R|s,f)\ \mathrm{d}R=I_{\bar{R}_{L,B}}(s,f)=1-\gamma,\tag{14}$$

其中:$I(\cdot)$ 为不完全贝塔分布函数;$\bar{R}_{L,B}$ 为不完全贝塔分布函数的 $1-\gamma$ 下侧分位数,也是 Bayes 评定方法的第一近似下限。

4　发动机系统可靠度综合评估

以某型发动机系统为例,该系统可靠性模型可视为串联模型,即其组成系统的任一部件出现故障,则该系统为故障状态,对该型发动机故障模式进行定性分析,在此基础上,利用强大的工程计算软件 Matlab 对系统不可靠度综合公式中各随机变量取值范围进行随机模拟仿真并通过上述方法完成对该系统可靠度评估。

4.1　FMEA 分析

根据其使用功能、结构特点和以往使用中出现的故障情况制作出其故障模式影响(FMEA)表,见表 4。

表 4　某型发动机故障模式影响分析

项　目		故障模式	故障原因	后　果
进气系统 ξ_1	流量计 ξ_{11}	漏气	接头卡箍有松脱	发动机无法启动
	进气门 ξ_{12}	密封不严	精度不够	进气管回火
点火系统 ξ_2	火花塞 ξ_{21}	高压火花弱	火花塞间隙不当	发动机启动困难
	点火线圈 ξ_{22}	无高压火花	高压电路中的零件发生损害	点火困难
	轴颈/轴瓦 ξ_{31}	微度磨蚀	油道口来油不顺	发动机运转不稳,加速不良
曲柄机构 ξ_3	轴颈/轴瓦 ξ_{31}	微度磨蚀	油道口来油不顺	发动机运转不稳,加速不良
	曲　柄　销 ξ_{32}	中度磨损	销与其轴心线的平行度超差	发动机声音异常
	支撑轴承 ξ_{33}	微度磨损	制造精度未满足要求	曲柄轴向和径向窜动
机　体 ξ_4	缸　体 ξ_{41}	气缸磨损	气缸套安装位置不当	功率不足,甚至造成起动困难
	缸　盖 ξ_{42}	裂纹	燃烧或摩擦产生的热	燃烧乏力,甚至使发动机熄火

注:“ξ_i”为系统层;“ξ_{ij}”为系统单元层。

4.2 随机模拟仿真

表4中"ξ_i"代表系统各单元模块,上述可靠性变量$[\sigma_i,\eta_i,c_i,p_i,\mu_F(\delta_i=1)]$称为可靠性信息向量。

由于篇幅所限,仅详细列出第一单元可靠性信息综合,求出第一单元不可靠度的模拟样本p_1。

输入量:

$\sigma_{11}=0.5,\eta_{11}=$ unifrnd(0.6,1), $c_{11}=$ unifrnd(0.7,1),

$p_{11}=$ betarnd(2.005 0,44.552 8,1,1 500);

$\sigma_{12}=0.5,\eta_{12}=$ unifrnd(0.4,1), $c_{12}=$ unifrnd(0.6,1),

$p_{12}=$ betarnd(2.005 0,44.552 8,1,1 500);

按照系统不可靠度综合公式(5),求得p_1,它是一个容量为1 500的样本。

Matlab计算程序如下:

$\eta_{11}=$ [unifrnd(0.6,1), unifrnd(0.4,1),

$c_{11}=$ [unifrnd(0.7,1,1,1 500), unifrnd(0.6,1,1,1 500)];

$p_1=$ vectdelt (0.5, e_1, η_1, [betarnd (2.005 0, 44.552 8,1,150 0),

betarnd(2.005 0,44.552 8,1,1 500)],0.001)

说明:unifrnd(a,b,1,1 500)和betarnd(m,n,1,1 500)均是Matlab软件所提供的随机生成器函数,前者表示区间$[a,b]$上均匀分布随机变量的1 500个独立抽样样本,a,b值是通过对该型发动机进行FMEA后结合表1-3定量给出;后者表示1 500个贝塔分布随机变量的随机数样本,其中参数a,b值由同类或相似产品试验信息(包括历史信息)或专家经验和工程人员分析给出;vectdelt(·)为Matlab自定义函数,是式(5)的计算函数,输入量既可是标量,也可是适量,以下均同。

第二单元可靠性综合信息,求得其模拟样本p_2:

$p_2=$ vectdelt (0.5, 1 [uifrnd (0.6, 0.9, 1, 1 500)), unifrnd

(0.5,0.9,1,1 500)], [betarnd(5.083 5,63.410 1,1,1 500),

betarnd(5.083 5,63.410 1,1,1 500)], unifrnd(0, 0.001)

第三单元可靠性综合信息,求得其模拟样本p_3:

$p_3=$ vectdelt (1/3, 1 [uifrnd (0.7, 0.9, 1, 1 500)), unifrnd

(0.5, 1, 1, 1 500)], unifrnd (0.6, 0.9, 1, 1, 1 500)], [betarnd

(5.327 0,52.716 3,1,1 500)], betarnd(7.646 4, 30.148 1,1,1 500), betarnd (7.646 4,30.148 1,1, 1 500),0.001)

第四单元可靠性综合信息,求得其模拟样本p_4:

$p_4=$ vectdelt(0.5,[uifrnd(0.5,1,1,1 500)), unifrnd(0.6,0.9,1,1 500)], [unifrnd(0.5,0.9,1,1, 1 500)], unifrnd

(0.6,0.9,1,1 500)], [betarnd(5.083 5,63.414 0,1,1 500, betarnd (5.083 5,63.414 0,1,1 500), 0.001)

系统不可靠度的模拟样本:

系统层输入变量:

$\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=\sigma_4$

$\eta_1=0.8,\eta_2=0.7,\eta_3=1.0,\eta_4=0.5$;

$c_1=$ unifrnd(0.5,0.9,1,1 500), $c_2=1.0$,

$c_3=$ unifrnd(0.6,1.0,1,1 500),

$c_4=$ unifrnd(0.5,0.9,1,1 500),

结合求得的p_1,p_2,p_3,p_4,按照公式(5),计算整个系统模糊不可靠度的模拟样本,仿真次数为1 500。

Matlab计算程序如下:

$\eta=$ [0.8,0.7,1.0,0.5],

$c=$ unifrnd(0.5,0.9,1,1 500), ones(1,1 500), unifrnd(0.6,1.0,1,1 500), unifrnd(0.5,0.9,1,1 500)],

$p=[p_1,p_2,p_3,p_4]$,

$\widetilde{F}=$ vectdelt(1/4,η,c,p,unifrnd(0,0.001,1,1 500))

4.3 样本数据的贝塔分布拟合

Matlab计算结果:

[phat,pci] = betafit($\widetilde{R}$) = betafit($1-\widetilde{F}$)

phat = $[s,f]$ = [649.434 4,30.948 2]

并把betapdf(x,s,f)作为Bayes系统可靠度先验概率分布。

4.4 可靠度置信下限估计和点估计

当样本无试验信息可吸收时,系统可靠度估计可用其先验密度函数估计,此时可直接使用公式(12)和(14)去估计系统可靠度,即求得在不同置信度情况下系统可靠度的置信下限以及点估计值,对于公式(14)可采用如下Matlab软件所提供的命令求得:

$$R_{L,B}=\text{betainv}(1-\gamma,s,f)=\text{betainv}(1-\gamma,649.434\ 4,30.948\ 2)$$

其置信下限及点估计计算结果见表5。

表5 可靠度置信下限值和点估计值

置信度γ	90%	80%	60%
置信下限$\overline{R}_{L,B}$	0.944 0	0.948 0	0.952 9
点估计值$\overline{R}$		0.954 5	

说明:betafit为Matlab软件所提供的贝塔分布拟

合函数,betainv 为贝塔分布的累积概率分布函数——betacdf 的逆函数。

当已知该型发动机实际运行可靠性试验的总次数为 17,其中试验失败数 $f=1$,则通过 Bayes 公式(10),可推出 R 的后验分布亦为贝塔分布,利用 Matlab 所提供的命令 betainv$(1-\gamma, s+16, f+1)$ 可计算系统在不同置信度下的可靠度置信下限值。相应的式(14)中应使用后验分布密度函数计算点估计值。可靠度置信下限及点估计计算结果见表 6。

表 6　系统有试验信息可吸收时的可靠度置信下限值和点估计值

置信度 γ	90%	80%	60%
置信下限 $\bar{R}_{L,B}$	0.943 8	0.947 7	0.952 6
点估计值 $\bar{R}$	0.954 2		

从表 5,表 6 可看出,当该型发动机的先验可靠度很高(16/17 =0.941 2),则多几个该系统的试验样本,对提高可靠度置信下限和点估计值几乎没有多大变化,这也说明该型发动机的可靠性评估,必须依赖对各种故障模式广泛、多层的可靠性信息综合,否则仅靠不多的整系统运行试验样本,不足以做出可行的可靠度点估计和置信下限估计。

5　结　论

1)从系统故障状态以及系统故障隶属度定义系统模糊不可靠度,由影响系统可靠度变量以及模糊不可靠度定义推导出系统不可靠度综合公式,该公式为系统可靠度综合评估奠定了理论基础。

2)以某型发动机为例,综合应用 FMEA、最优分布拟合方法、Bayes 方法以及随机模拟仿真方法完成可靠度置信下限估计和点估计。仿真算例表明所提出的评估方法的合理性,同时为解决"小子样"条件下的系统可靠度综合评定提供了一个可行的工具。

参考文献:

[1]　张士峰,李 荣,樊树江. Bayes 可靠性评估方法述评[J]. 飞行器测控学报,2000,19(2):28-34.

[2]　梁庆卫,宋保维,邵成. 小子样产品的可靠性评定[J]. 机械设计与制造,2004(1):1-3.

[3]　俞敏雯,曾辉,刘正高. 系统可靠性评估技术发展综述[J]. 质量与可靠性,2005(2):1-3.

[4]　陈金永. 建造阶段考虑人为错误影响的钢结构模糊可靠度分析[D]. 太原:太原理工大学,2005:10-75.

[6]　刘品,丁喜波: 可靠性工程基础[M]. 北京:中国计量出版社,2002:66-88.

[7]　金伟娅,张康达. 可靠性工程[M]. 北京:化学工业出版社,2005:177-196.

[8]　周源泉,翁朝曦. 可靠性评定[M]. 北京:科学出版社,1990:280-291.

[9]　DABEER O, MASRY E. Analysis of mean-square error and transient speed of the LMS adaptive algorithm[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2002, 48 (7): 1873-1879.

[10]　郭奎,于丹. 可靠性综合评估 MML 法的推广[J]. 宇航学报,2005,26(1):81-85.

A Bayes Method of Reliability Synthesis Evaluation Based on the Small Sample-system

JIN Biao, QIN Da-tong, HU Jian-jun

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: System fuzzy unreliability is established by the analysis of system failure state, based on the FMECA (failure mode effect and criticality), some impor*tan*t reliability variables affecting system failure mode are put forward, then system unreliability synthesis formula is deduced from established fuzzy unreliability. The method of optimum distribution and Bayes is put forward to calculate system reliability point estimation and credible lower limit. Taking an engine for example, its unreliability is simulated randomly, and the simulation result shows the method put forward is feasible in practical reliability engineering.

Key words: fuzzy reliability; FMECA; optimum distribution fitness; Bayes estimation; random simulation

(编辑　吕建斌)