文章编号:1000-582X(2007)09-0148-06

价格折扣下的纵向合作广告博弈分析

傅 强,曾顺秋
(重庆大学 经济与工商管理学院,重庆 400030)

摘 要:研究了厂商向消费者提供一个价格折扣时的两级供应链合作广告问题,先后讨论和比较了两阶段博弈与协同合作博弈时的均衡结果。结果表明,在特定条件下,厂商若直接给予消费者更多的折扣,零售商将提高地方性广告努力水平。对于给定的价格折扣,合作情形下的整条供应链利润总是大于非合作情形下的系统总利润。而且价格折扣只适合于富有弹性的商品。运用了 Nash 讨价还价模型来决定整个系统利润增量的分配。最后,通过一个数值算例验证了上述结论。

关键词:供应链;合作广告;价格折扣;博弈;讨价还价
中图分类号:F224.32 **文献标志码**:A

供应链中厂商与零售商之间是合作或非合作的互动关系。在非合作情形下,供应链中作为领导者的厂商能够有效地支配作为跟随者的零售商。一般而言,领导者具有先动优势[1]。但近年来,众多行业中厂商与零售商的力量对比正在发生变化,零售势力正从厂商手中向零售商那里转移。在零售业中,零售商有与厂商同等甚至更大的权力或地位。譬如,国际零售业巨头沃尔玛能有效地利用其零售力量压低向厂商(供应商)的进货价格[2]。而当供应链成员双方处于对等地位时,他们就很可能会携手合作。

目前,国内外有关文献对供应链合作广告问题进行了研究。文献[3]利用博弈论方法论证了制造商提供广告补贴可以诱导零售商提高广告努力水平,并能使整个渠道利润得到改善。文献[4]比较分析了非合作博弈情形与合作博弈情形下制造商与零售商的最优广告策略与系统利润,论证了合作博弈要优于非合作博弈。文献[5]采用微分对策的方法研究了制造商与零售商广告对销售量均有短期和长期影响的渠道合作广告问题。分析表明,制造商对零售商广告提供资助要严格优于不给予资助。文献[6]模型中引入了价格因素,得出 Pareto 可行合作广告情形下零售商广告水平、零售价格、厂商与零售商利润以及系统利润都优于非合作情形。

众所周知,当今市场环境发生了根本性的变化,许多厂商为了能在日益激烈的市场竞争中胜出并提高产品市场占有率,往往通过折价券、特价、现金返还等方式直接给予消费者价格折扣来拉动市场需求。而且,如果需求对价格比较敏感,厂商若能给予消费者一定数量的折扣,那么市场需求就会大量增加,厂商的收益也会相应地得到提高。基于前人研究成果和对这一现象的深入考察,笔者考虑了具有需求弹性的市场环境下价格折扣(这里指厂商直接给予消费者价格折扣)因素对市场需求的影响,进一步讨论了由单一厂商与单一零售商组成的两级供应链合作广告问题。

1 基本假设

在这一部分,假设产品的销售量(需求量)S 是零售商地方性广告投入 I(包括广告、产品展示、推荐劝说等)和价格折扣率 θ 的非线性函数。由于合作广告的目的在于刺激短期需求的增加,故只考虑一期的需求量函数。

1.1 市场需求

当不考虑需求价格弹性时,为了恰当地描述市场需求量与零售商广告努力程度之间的关系,根据文

收稿日期:2007-05-10
作者简介:傅强(1963-),男,重庆大学教授,博士生导师,主要从事管理优化与决策方法、复杂系统仿真与预测研究,(E-mail)fuqiang@cqu.edu.cn。

献[7],假定需求函数具体形式如下

$$\tilde{S}(I) = \alpha + \beta I^b + \tilde{\varepsilon}, \qquad (1)$$

其中:α、β 和 b 都为正常数,且 $0 < b < 1$(即产品销售量的增加关于 I 边际报酬递减)。α 为市场基础,反映了零售商未实施广告时的市场规模;β 为零售商广告影响因子,反映了广告投入的效率;$\tilde{\varepsilon}$ 是均值为 0 的环境不确定因素。

当需求具有价格敏感性时,假定需求函数为双曲线形式[8]:$S(p) = ap^{-e}$,其中 p 为价格;a 为系数;e 为恒大于 0 的不变弹性。

为了综合零售商地方性广告和价格敏感性对需求的影响,笔者将上述函数与式(1)中的需求函数结合起来,从而假定一个周期的期望需求函数(或销售量函数)如下

$$S(I,p) = (\alpha + \beta I^b)\left(\frac{p}{p_0}\right)^{-e}, \qquad (2)$$

这里,p_0 是制造商提供价格折扣之前的完全零售价格,其它参数定义如前。注意,当 $p = p_0$ 时,式(2)与式(1)中的期望需求函数形式相同。而且当 $p < p_0$ 时,$S(I,p) = [(p/p_0)^{-e}]\alpha + [(p/p_0)^{-e}]\beta I^b$,仍有相同的形式,仅系数不同而已。若将 $[\alpha + \beta I^b]p_0^e$ 视作 a,那么式(2)就可转化为双曲线形式。故式(2)能够很好地描述价格敏感性的市场需求。

若厂商直接给予消费者一定的价格折扣率,那么价格折扣可以被表示为完全零售价格的一部分。因此,实际零售价格 p 可以表示为 $p = (1-\theta)p_0$,其中 θ 是厂商给予的价格折扣率。这里,笔者假定价格折扣率 θ 是一个给定的变量,而非厂商的决策变量。从而,式(2)可变为

$$S(I,\theta) = (\alpha + \beta I^b)(1-\theta)^{-e}。 \qquad (3)$$

1.2　销售利润

设 ρ_m 为厂商售出每单位产品的边际利润,ρ_r 为零售商的边际利润,且 ρ_m 和 ρ_r 为常量。t 为厂商对零售商地方性广告成本的分担比例。那么厂商、零售商以及供应链系统的期望利润函数分别如下

$$\pi_m(\theta) = (\rho_m - \theta p_0)(\alpha + \beta I^b)(1-\theta)^{-e} - tI, \qquad (4)$$

$$\pi_r(\theta) = \rho_r(\alpha + \beta I^b)(1-\theta)^{-e} - (1-t)I, \qquad (5)$$

$$\pi(\theta) = (\rho_m + \rho_r - \theta p_0)(\alpha + \beta I^b)(1-\theta)^{-e} - I。 \qquad (6)$$

2　厂商为领导者时的最优策略选择

这一部分将考虑供应链中经典的厂商作为领导者而零售商作为尾随者的情形。厂商作为领导者,零售商作为跟随者时,双方就会进行序贯非合作博弈。厂商在博弈第一阶段选择广告分担率 t,零售商在观察到厂商的行动选择后,再选择地方性广告投入。

2.1　Stackelberg 均衡

为了确定此两阶段博弈(或序贯行动博弈)的 Stackelberg 均衡,可以采用逆向归纳法,首先求出博弈第二阶段的反应函数。由于式(5)中的 $\pi_r(\theta)$ 是一个关于 I 的凹函数,通过求解它对 I 的一阶偏导数并令其等于 0 可得到最优地方性广告支出如下

$$I(\theta) = \left(\frac{b\beta\rho_r}{(1-t)(1-\theta)^e}\right)^{\frac{1}{1-b}}, \qquad (7)$$

将式(7)代入式(4),得到厂商的最优化问题

$$\max_{t,I}\pi_m(\theta) = (\rho_m - \theta p_0)(\alpha + \beta I^b)(1-\theta)^{-e} - tI =$$

$$(\rho_m - \theta p_0)(1-\theta)^{-e}\left[\alpha + \beta\left(\frac{b\beta\rho_r}{(1-t)(1-\theta)^e}\right)^{\frac{b}{1-b}}\right] -$$

$$t\left(\frac{b\beta\rho_r}{(1-t)(1-\theta)^e}\right)^{\frac{1}{1-b}}, \qquad (8)$$

其中,$0 \leqslant t \leqslant 1$。令式(8)中 $\pi_m(\theta)$ 对 t 的一阶偏导数等于 0 并解之,得到厂商最优分担率为

$$t^*(\theta) = \begin{cases} [\rho_m - (1-b)\rho_r - \theta p_0]/[\rho_m + b\rho_r - \theta p_0], & \text{当} (\rho_m - \theta p_0)/\rho_r > 1-b, \\ 0 & \text{其他}, \end{cases} \qquad (9)$$

将 $t^*(\theta)$ 代入式(7)求解得到

$$I^*(\theta) = [b\beta(\rho_m + b\rho_r - \theta p_0)(1-\theta)^{-e}]^{\frac{1}{1-b}}。 \qquad (10)$$

容易看出,当 $(1-\theta)^{-e}(\rho_m + b\rho_r - \theta p_0) > \rho_m + b\rho_r$ 时,厂商提供价格折扣条件时零售商地方性广告投入比不给予折扣时(即 $\theta = 0$)的对应值要多些。

定理 1　在某一特定条件下,厂商若提高价格折扣率,或者说降低产品最终价格,零售商将增加地方性广告投入。并且这一条件为

$$\theta < [e(\rho_m + b\rho_r) - p_0]/[(e-1)p_0]。 \qquad (11)$$

证明:式(10)对 θ 求一阶导数,得到

$\mathrm{d}I^*(\theta)/\mathrm{d}\theta = [1/(1-b)][(b\beta(1-\theta)^{-(1-b+e)} \times (\rho_m + b\rho_r - \theta p_0)^b]^{1/(1-b)} \times [e(\rho_m + b\rho_r) - (1 + e\theta - \theta) \times p_0]$,显然,当 $[e(\rho_m + b\rho_r) - (1 + e\theta - \theta)p_0] > 0$ 即 θ 满

足式(11)时,$\mathrm{d}I^*(\theta)/\mathrm{d}\theta>0$,证毕。

对这一结论可作如下理解,当厂商提供一个较低的折扣率时,需求的增加尚不显著,零售商有兴趣增加地方性广告投入来促进销售;而当折扣率增加到某一程度时,由于需求是富有弹性的($e>1$),它将有效刺激潜在顾客需求的大幅度增长,此时零售商稍微降低地方性广告努力水平并不影响需求的增加,同时也无碍于自身利润的提高,所以零售商会有积极性减少部分广告投入。

2.2 最优价格折扣决定

厂商提供一个价格折扣给消费者可能是基于多方面的考虑,诸如为了提高产品市场份额,应付竞争对手的威胁等等。此部分将本着厂商利润最大化的原则来决定厂商所给予的最优价格折扣率。

根据式(4)-(6)及(9)-(10)可以得到厂商、零售商以及整个系统的最大利润分别为

$$\pi_m^*(\theta)=\alpha(\rho_m-\theta p_0)(1-\theta)^{-e}+(1-b)[\beta b^b\times(\rho_m+b\rho_r-\theta p_0)(1-\theta)^{-e}]^{1/(1-b)}。\tag{12}$$

$$\pi_r^*(\theta)=\alpha\rho_r(1-\theta)^{-e}+[(1-b)\rho_r][\beta b^b\times(\rho_m+b\rho_r-\theta p_0)^b(1-\theta)^{-e}]^{1/(1-b)}。\tag{13}$$

$$\pi^*(\theta)=\pi_m^*(\theta)+\pi_r^*(\theta)。\tag{14}$$

为使自身利润达到最大化,厂商需要确定一个最优的价格折扣率。一般来说,最优折扣率可以通过求$\pi_m^*(\theta)$对θ的一阶导数并令其等于0得到。然而,这里无法由此得到其解析解。笔者将借助数学软件在θ取值范围内进行搜寻以求得最优价格折扣率θ^*的数值解。设$\theta^*\in[\theta_l,\theta_u]$,由于厂商的总边际利润必须为正,即$\rho_m-\theta p_0>0$,故$\theta_u=\rho_m/p_0$。根据式(12),令$(\rho_m-\theta p_0)(1-\theta)^{-e}$对$\theta$的一阶导数等于0并解之可求得$\theta_l$,由于随着$\theta(\geqslant\theta_l)$的增大,$\pi_m^*(\theta)$仍会增大,故最优折扣率$\theta^*$应不低于$\theta_l$。那么得到

$$\left.\begin{aligned}&\theta_u=\rho_m/p_0,\\&\theta_l=\max\begin{cases}(e\rho_m-p_0)/[(e-1)p_0],\\0。\end{cases}\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

此外,最优折扣率还需满足$\pi_m^*(\theta)>\pi_m^*(0)$这一条件,否则理性的厂商将不愿意提供任何价格折扣。通过仿真计算,可得到一个非常逼近于其真实最优值的价格折扣率θ^*。将它代入式(9)和(10),可得到序贯博弈下厂商最优分担率和零售商最优地方性广告支出。下一部分将讨论协同合作博弈情形下厂商与零售商的最优决策。

3 协同合作均衡分析

在众多行业特别是零售业中,厂商与零售商之间的非对等关系正在转变[9-11]。零售商往往控制着联系相当数量消费者的销售渠道。通过地方性广告以及详细介绍产品信息等方式,零售商可以影响消费者决策及购买行为,进而影响到厂商产品的销售量。基于这一新的市场结构,笔者意图考察厂商与零售商之间的协同合作关系。

3.1 价格折扣条件下的合作博弈

当厂商与零售商之间的关系由非合作过渡到协同合作时,合作的双方会以供应链系统的总利润最大化为目标,共同来确定I的最优值。那么

$$\max_I\pi(\theta)=(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)(\alpha+\beta I^b)(1-\theta)^{-e}-I。\tag{16}$$

容易验证,系统利润函数是关于I的凹函数,存在最大值。对此目标函数中的I求偏导数,并令其等于0,可得下式

$$\frac{\partial\pi(\theta)}{\partial I}=b\beta(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)(1-\theta)^{-e}I^{b-1}-1=0。\tag{17}$$

将式(17)化简并求解,可得

$$\bar{I}^*(\theta)=[b\beta(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)(1-\theta)^{-e}]^{1/(1-b)}。\tag{18}$$

显然,当$(1-\theta)^{-e}(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)>(\rho_m+\rho_r)$时,厂商给予价格折扣时地方性广告投入比不提供折扣时的相应值要多。将式(18)代入式(17),得到供应链系统的最大利润为

$$\bar{\pi}^*(\theta)=\alpha(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)(1-\theta)^{-e}+(1-b)\times[\beta b^b(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)(1-\theta)^{-e}]^{1/(1-b)}。\tag{19}$$

这里,只要厂商和零售商每一方获利都将不少于厂商领导者情形下的各自最优利润,双方就会接受合作方案。至于厂商与零售商双方合作收益究竟如何分配,属于系统内部问题,后面将对此问题进行讨论。一般来说,其中一方所占系统利润的份额取决于双方的议价(讨价还价)能力以及各自对待风险的态度。

定理2 给定厂商提供的价格折扣率不变,与厂商领导的非合作情形相比,协同合作时零售商地方性广告投入将会增加。而且整个供应链系统的期望利润也更高。

证明:给定厂商直接给予消费者的价格折扣率θ

不变，由于$\frac{\bar{I}^*(\theta)}{I^*(\theta)}=\left(\frac{\rho_m+\rho_r-\theta p_0}{\rho_m+b\rho_r-\theta p_0}\right)^{1/(1-b)}>1$，所以得到$\bar{I}^*(\theta)>I^*(\theta)$。又因为$\bar{I}^*(\theta)$是总体利润函数$\pi(\theta)$的极大值点，那么由点$\bar{I}^*(\theta)$所决定的$\bar{\pi}^*(\theta)$必定大于$\pi^*(\theta)$，证毕。

3.2 最优价格折扣决定

如果一个价格折扣能增加合作方案中整条供应链的利润，厂商需要决定最优的价格折扣率来最大化总体利润。这里，价格折扣不但是对竞争对手行为的反应，而且是获得供应链系统最大利润的手段。

定理 3　厂商提供的最优价格折扣率与零售商地方性广告投资无关。其最优值完全由需求弹性、厂商建议零售价以及厂商与零售商各自的边际利润决定。并且，最优折扣率为

$$\bar{\theta}^*=\begin{cases}[e(\rho_m+\rho_r)-p_0]/[(e-1)p_0], & \text{当 } e>1 \text{ 时},\\ 0 & \text{其他。}\end{cases} \tag{20}$$

由式(20)可知，价格折扣仅适合于富有需求价格弹性的商品。若式(20)中的$e(\rho_m+\rho_r)-p_0>0$，提供价格折扣或者降低厂商建议零售价能增加整个供应链的利润。

证明：由式(19)可知，当$(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)(1-\theta)^{-e}$取得最大值时，$\bar{\pi}^*(\theta)$也就达到了最大。可以令$f(\theta)=(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)(1-\theta)^{-e}$，对$\theta$求一阶导数并令其等于0，即

$$\frac{\mathrm{d}f(\theta)}{\mathrm{d}\theta}=e(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)(1-\theta)^{-(e+1)}-p_0(1-\theta)^{-e}=$$

$$(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)(1-\theta)^{-e}\left(\frac{e}{1-\theta}-\frac{p_0}{\rho_m+\rho_r-\theta p_0}\right)=0。$$

由于$(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)(1-\theta)^{-e}$不能等于0，否则系统整体利润将为0，故$\left(\frac{e}{1-\theta}-\frac{p_0}{\rho_m+\rho_r-\theta p_0}\right)=0$，解之可得$\bar{\theta}^*$。若$\bar{\theta}^*$能使$f(\theta)$对$\bar{\theta}^*$的二阶导数小于0，那么$\bar{\pi}^*(\theta)$就有最大值。而$\frac{\mathrm{d}^2f(\theta)}{\mathrm{d}\theta^2}$等于

$$-2ep_0(1-\theta)^{-(e+1)}+e(e+1)(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)\times$$
$$(1-\theta)^{-(e+2)}=e(1-\theta)^{-1}[e(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)\times$$
$$(1-\theta)^{-(e+1)}-p_0(1-\theta)^{-e}]+e(1-\theta)^{-(e+2)}\times$$
$$[(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)-p_0(1-\theta)]。$$

因为$[e(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)(1-\theta)^{-(e+1)}-p_0(1-\theta)^{-e}]=0$，那么上述二阶导数可化简为

$$e(1-\theta)^{-(e+2)}[(\rho_m+\rho_r-\theta p_0)-p_0(1-\theta)]|_{\bar{\theta}^*}=$$
$$-e\left(\frac{e(p_0-\rho_m-\rho_r)}{(e-1)p_0}\right)^{-(e+2)}[p_0-\rho_m-\rho_r]。$$

若$e>1$，上述二阶导数就小于0，并且$\bar{\pi}^*(\theta)$在$\bar{\theta}^*$处取得最大值，证毕。

将式(20)中的最优折扣率$\bar{\theta}^*$依次代入式(18)和(19)，则零售商地方性广告投资和供应链系统最大利润分别为

$$\bar{I}^*(\bar{\theta}^*)=\left[b\beta\left(\frac{p_0}{e}\right)^e\left(\frac{e-1}{p_0-\rho_m-\rho_r}\right)^{e-1}\right]^{1/(1-b)}。\tag{21}$$

$$\bar{\pi}^*(\bar{\theta}^*)=\alpha\left(\frac{p_0}{e}\right)^e\left(\frac{e-1}{p_0-\rho_m-\rho_r}\right)^{e-1}+(1-b)\times$$
$$\left[\beta b^b\left(\frac{p_0}{e}\right)^e\left(\frac{e-1}{p_0-\rho_m-\rho_r}\right)^{e-1}\right]^{1/(1-b)}。\tag{22}$$

3.3 Nash 讨价还价

当厂商与零售商由序贯非合作博弈过渡到协同合作博弈情形时，整个供应链系统的利润增加量是$\Delta\pi=\bar{\pi}^*(\bar{\theta}^*)-\pi^*(\theta^*)=\Delta\pi_m+\Delta\pi_r$，双方将通过协商来确定此系统利润增量的分配，以实现“共赢”的目标。假设厂商与零售商的效用函数分别为[12]

$$\mu_m(\Delta\pi_m)=1-\exp(-\varphi_m\Delta\pi_m),\tag{23}$$
$$\mu_r(\Delta\pi_r)=1-\exp(-\varphi_r\Delta\pi_r),\tag{24}$$

其中φ_m和φ_r分别是厂商和零售商的风险规避度，二者为正常数。设权重$\lambda_i(i=m,r)$表示厂商或零售商的谈判能力，且$\sum_{i=m,r}\lambda_i=1$。

运用 Nash 讨价还价理论，将系统效用函数(即厂商和零售商效用函数线性加权之和)最大化

$$\max_{\Delta\pi_m,\Delta\pi_r}\mu_s(\Delta\pi_m,\Delta\pi_r)=\lambda_m\mu_m(\Delta\pi_m)+\lambda_r\mu_r(\Delta\pi_r)=$$
$$1-\lambda_m\exp(-\varphi_m\Delta\pi_m)-\lambda_r\exp(-\varphi_r\Delta\pi_r),\tag{25}$$

将$\Delta\pi_m+\Delta\pi_r=\Delta\pi$代入式(25)，并令$\partial\mu_s/\Delta\pi_m=0$和$\partial\mu_s/\Delta\pi_r=0$，求得

$$\Delta\pi_m^*=\frac{\varphi_r}{\varphi_m+\varphi_r}\Delta\pi-\frac{1}{\varphi_m+\varphi_r}\ln\left(\frac{\varphi_r\lambda_r}{\varphi_m\lambda_m}\right),\tag{26}$$

$$\Delta\pi_r^*=\frac{\varphi_m}{\varphi_m+\varphi_r}\Delta\pi+\frac{1}{\varphi_m+\varphi_r}\ln\left(\frac{\varphi_r\lambda_r}{\varphi_m\lambda_m}\right),\tag{27}$$

这里，$\varphi_r/(\varphi_m+\varphi_r)$代表厂商在系统利润增量中所占的份额，$\varphi_m/(\varphi_m+\varphi_r)$是零售商分享利润增量的份额，若$(\varphi_r\lambda_r/\varphi_m\lambda_m)>1$，$[1/(\varphi_m+\varphi_r)]\ln(\varphi_m\lambda_m/\varphi_r\lambda_r)$表示厂商给予零售商的补偿。否则，它表示零售商给予厂商的补偿。由式(26)和(27)可知，某渠道成员的风险规避度越大，其所获得的利润增量份额越小。其次，

给定 φ_m 和 φ_r 不变,如果 $\lambda_r/\lambda_m > \varphi_m/\varphi_r$,$\lambda_m$ 增大,或 λ_r 减小,那么厂商给予零售商的补偿会减少。也就是说,厂商拥有的权力越大或谈判能力越强,零售商得到的补偿越少,反之亦然。再次,若双方有共同的风险规避度,二者就会平分系统利润增量。

4 数值算例

在前述假设的基础上,笔者进一步假定参数 $\rho_m = 3$,$\rho_r = 1$,$\alpha = 1$,$\beta = 1$,$b = 1/3$,$p_0 = 5$,$e = 1.8$,$\varphi_m = 0.2$,$\varphi_r = 0.6$,$\lambda_m = 0.5$,$\lambda_r = 0.5$。那么根据式(20),可以得到下限 $\theta_l = 0.1$,上限 $\theta_u = 0.6$。又由于 $\pi_m^*(0.3) > \pi_m^*(0) = 5.342\ 4$,$\pi_m^*(0.31) < \pi_m^*(0)$,所以 θ^* 的取值范围修正为 $\theta^* \in [0.1, 0.3]$。此外,由定理3可得 $\bar{\theta}^* = 0.55$。利用 Mathematica 5.2 数学软件在 θ 的区间内进行仿真计算(可令 $\theta = 0.10 + \lambda$,其中 λ 为一个非常小的正数,笔者设 $\lambda = 0.01$,将 θ 代入各相应方程式。并按照 $\theta = \theta + 0.01$ 进行循环运算,直到 $\theta > 0.3$ 为止),可以得到厂商领导情形和协同合作情形下厂商与零售商的最优广告策略、双方最大利润及系统总利润(如表1所示)。限于篇幅,在不影响分析的前提下,部分计算结果未在表1中列出。

表1 厂商领导情形与协同合作情形的均衡结果比较

θ	厂商领导情形				协同合作情形	
	$I^*(\theta)$	$\pi_m^*(\theta)$	$\pi_r^*(\theta)$	$\pi^*(\theta)$	$\bar{I}^*(\theta)$	$\bar{\pi}^*(\theta)$
0.10	1.219 9	5.461 8	2.069 9	7.531 7	1.674 8	7.580 5
0.11	1.224 1	5.469 9	2.113 0	7.582 9	1.689 3	7.633 7
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.17	1.245 6	5.497 9	2.401 6	7.899 5	1.779 4	7.964 0
0.18	1.248 3	5.498 2	2.455 4	7.953 6	1.795 0	8.020 9
0.19	1.250 8	5.497 2	2.510 9	8.008 1	1.810 8	8.078 3
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.24	1.258 1	5.466 1	2.818 3	8.284 4	1.891 7	8.372 2
0.25	1.258 3	5.453 8	2.886 4	8.340 2	1.908 3	8.432 2
0.26	1.258 1	5.439 1	2.956 9	8.396 0	1.925 0	8.492 5
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.30	1.251 5	5.353 4	3.265 5	8.618 9	1.992 8	8.736 4
0.31	1.248 2	5.324 1	3.350 0	8.674 1	2.009 9	8.797 7
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.54	–	–	–	–	2.321 6	9.903 1
0.55	–	–	–	–	2.322 8	9.907 3
0.56	–	–	–	–	2.321 5	9.902 8

由表1不难看出,当 $\theta = 0.18$ 时,$\pi_m^*(\theta)$ 的值达到最大,故厂商领导博弈情形下的最优价格折扣率为0.18(当然步长 λ 愈小,所求得的 θ^* 就愈逼近于其真实最优值)。当 $\theta < 0.25$ 时,随着 θ 的增大,$I^*(\theta)$ 逐步增大。这与定理1的结论相一致。由表1还可知,给定 θ 值,协同合作博弈时的零售商最优广告努力水平及系统总利润分别大于厂商领导非合作博弈时的对应值。这些结果与定理2结论是一致的。显然,当 $\theta = 0.55$ 时,协同合作博弈方案下的供应链系统利润达到最大值。这与定理3结论一致。

由表1均衡数值易得 $\Delta\pi = 1.953\ 7$,又根据式(26)和(27),得到 $\Delta\pi_m^* = 3\Delta\pi/4 - (5/4)\ln 3 = 0.092\ 0$,$\Delta\pi_r^* = \Delta\pi/4 + (5/4)\ln 3 = 1.861\ 7$。故 $\bar{\pi}_m^*(\bar{\theta}^*) = \pi_m^*(\theta^*) + \Delta\pi_m^* = 5.498\ 2 + 0.092\ 0 = 5.590\ 2$,且 $\bar{\pi}_r^*(\bar{\theta}^*) = \pi_r^*(\theta^*) + \Delta\pi_r^* = 2.455\ 4 + 1.861\ 7 = 4.317\ 1$。由此可见,协同合作博弈下的该分配方案可以改善渠道成员双方的利润(境况),从而实现帕累托最优。

5 结束语

大多数有关合作广告的文献侧重研究了厂商是领导者而零售商是跟随者的情形,但对协同合作特别是含有价格折扣的合作广告博弈情形的研究甚少。笔者考虑了价格折扣率和零售商地方性广告对市场需求的影响,并构建了一个揭示市场需求与这些重要因素之间潜在关系的非线性需求函数。首先分析了厂商作为领导者的供应链合作广告博弈,得到了关于地方性广告以及厂商补贴率和价格折扣率的最优方案。然后探讨了协同合作方案下厂商与零售商的均衡结果,紧接

着运用 Nash 讨价还价模型描述了基于双方议价能力的渠道利润增量的合理分配。最后通过一个数值算例验证了相关结论。笔者的后续研究打算将渠道结构由一对一的情形拓展到一对多甚至多对多的情形。

参考文献：

[1] GASKI J F. The theory of power and conflict in channels of distribution[J]. Journal of Marketing, 1984, 48: 9-29.
[2] LUCAS A. Can you sell to Wal-mart[J]. Sales and Marketing Management, 1995, 147: 14-24.
[3] DANT R P, BERGER P D. Modelling cooperative advertising decisions in franchising[J]. Journal of the Operational Research Society, 1996, 47: 1120-1136.
[4] HUANG Z M, LI S X. An analysis of manufacturer-retailer supply chain coordination in cooperative advertising [J]. Decision Sciences, 2002, 33: 469-494.
[5] STEFFEN J, SIGUE S P, GEORGES Z. Dynamic cooperative advertising in a channel [J]. Journal of Retailing, 2000, 76(1): 71-92.
[6] 钟宝嵩，李悝，李宏余. 基于供应链的合作促销与定价问题[J]. 中国管理科学，2004，12 (3)：69-74.
[7] BAKER R C, URBAN T L. A deterministic inventory system with an inventory-level-dependent demand rate [J]. The Journal of the Operational Research Society, 1988, 39(9): 823-831.
[8] SHUGAN S M. Implicit understandings in channels of distribution[J]. Management Science, 1985, 31: 435-460.
[9] ACHENBAUM A A, MITCHEL F K. Pulling away from push marketing [J]. Harvard Business Review, 1987, 65(3): 38-40.
[10] BUZZELL R D, QUELCH J A, SALMON W J. The costly bargain of trade promotion[J]. Harvard Business Review, 1990, 68(2): 140-149.
[11] KUMAR N. The power of trust in manufacturer-retailer relationships[J]. Harvard Business Review, 1996, 74 (6): 92-106.
[12] ELIASHBERG J. Arbitrating a dispute: a decision analytic approach[J]. Management Science, 1986, 32: 963-974.

Game Analysis of Vertical Cooperative Advertising with Price Discount

FU Qiang, ZENG Shun-qiu

(College of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: This paper studies the problem of cooperative advertising of two-echelon supply chain when the manufacturer offers a price deduction to consumers. And the equilibrium outcomes in a two-stage game and a coordinated co-op game are discussed and compared respectively. The results demonstrate that, under a certain condition, the retailer will increase local advertising effort if the manufacturer offers more price discount to customers directly. For any given price discount, the total profit for the supply chain with cooperative scheme is always higher than that with the non-cooperative scheme, and we find that the price discount will only be suitable for the merchandise with price sensitive demand. Then the Nash bargaining model is utilized to determine the allocation of the entire system profit gain. Finally, a numerical example is given to confirm the above conclusion.

Key words: supply chain; co-op advertising; price deduction; game; bargaining

（编辑　李胜春）