

文章编号:1000-582X(2008)01-0110-05

## 深埋隧道施工过程的非线性动力学特性分析

赵 瑜<sup>a,b</sup>, 李晓红<sup>b</sup>

(重庆大学 a. 土木工程学院; b. 西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室, 重庆 400030)

**摘 要:**为了地下空间的有效合理开发、施工优化、确保工程顺利进行,必需对深埋隧道围岩的稳定性进行分析。基于快速拉格朗日法和非线性动力学方法对隧道围岩的能量耗散特性进行分析,论证了围岩体的能量分布是其应力分布的决定因素以及由于岩体单元应力状态的变化而发生屈服准则的改变是其破坏的根本原因。阐述了围岩系统状态和最大 Lyapunov 指数的关系,通过计算发现能量序列的最大 Lyapunov 指数为负数时,系统处于有序的定常态,围岩发生了急剧的屈服破坏现象,而最大 Lyapunov 指数为正数时,系统处于孕育变化的混沌状态,围岩处于相对稳定状态。

**关键词:**快速拉格朗日法;非线性动力学;相空间重构;Lyapunov 指数

中图分类号:TU457

文献标志码:A

## Nonlinear Dynamics Character in the Processing of Unloading for Deep-buried Tunnels

ZHAO Yu<sup>a,b</sup>, LI Xiao-hong<sup>b</sup>

(a. College of Civil Engineering; b. Key Laboratory for the Exploitation of South West Resources & the Environmental Disaster Control Engineering Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400030, P. R. China)

**Abstract:** It is important to study systematically the stability of deep-buried tunnel's surrounding rock. Such research reveals the failure mechanism of surrounding rock of deep-buried tunnels and enables adaptation of tunnel design and construction. The energy dissipation of surrounding rock was analyzed using the three-dimensional fast Lagrangian method and nonlinear dynamics. According to the simulated results, it was shown that the energy distribution of surrounding rock was the determinate stress factor and that the variety of rock mass elements strength criteria caused by the stress states was the root causes of their failure. The relationship between the surrounding rock system status and the largest Lyapunov exponents was explained. It is found that when the largest Lyapunov exponents in an energy time-series were negative, the system was in an ordered steady state at the phase along with the rapid yield failure of surrounding rock elements. When the largest Lyapunov exponents were positive, the system was chaotic, compared with the relatively stable status of the surrounding rock.

**Key words:** fast Lagrangian method; nonlinear dynamics; reconstructed phase space; Lyapunov exponents

隧道开挖后洞室围岩发生了应力重分布而引发的洞周岩体变形,涉及到岩体能量集聚、储存、耗散以及岩体单元破坏等一系列复杂的岩体力学问题。围岩变形过程中,其形状和内部结构的不断变化,应力状态的调整,实质上是外界扰动引起岩体能量的

存和释放而造成的。1966 年国际岩石力学专家库克提出了能量释放率的概念,研究了地质灾害发生次数、发生频率与地下开采能量释放率的关系,并在其论著中反复强调在进行地下工程设计时进行能量分析的重要性,指出岩石所能得到的完成破坏过程

收稿日期:2007-09-14

基金项目:国家自然科学基金创新群体基金资助项目(40621463)

作者简介:赵瑜(1978-),男,重庆大学讲师,博士,主要从事地下工程及环境保护方面的研究。李晓红(联系人),男,重庆大学教授,博士生导师,(Tel)023-65106640;(E-mail)xhli@cqu.edu.cn。

的能量不充分时,则破碎岩石是稳定的,当岩石具备足够的能量以摧毁岩石全部内聚力时,稳定就崩溃,随之发生瞬间破坏<sup>[1]</sup>。赵阳升教授于2003年在论证岩体非均质、各向异性、应力状态不同,其破坏方式和消耗能量也有差异的基础上,提出了岩体动力破坏的最小能量原理<sup>[2]</sup>。深埋隧道围岩在隧道开挖后的能量耗散与转移是围岩稳定性的决定因素,分析深埋隧道受力及稳定性时应该分析围岩的能量耗散特性。

快速拉格朗日分析是一种基于显式有限差分法的数值分析方法,它可以模拟岩土或其它材料的力学行为。它基于显式差分法求解运动方程和动力方程,可以准确地模拟材料的屈服、塑性流动、软化直至大变形,尤其在材料的弹塑性分析、大变形分析以及模拟施工过程等领域有其独到的优点<sup>[3-5]</sup>。深埋隧道的开挖过程实质上是一个几何非线性与物理非线性的耦合过程,正适合于选用快速拉格朗日分析方法,笔者选用美国ITASCA公司的FLAC软件进行数值模拟,并与实际工程进行对比,验证了数值模拟的科学性。

深埋隧道围岩系统是一个开放的系统,与外界不停地进行物质和能量的交换,是一种耗散结构<sup>[6]</sup>。由于开挖活动,造成隧道围岩的演化呈现出极度的复杂性,是围岩材料力学响应的物理非线性和围岩结构变形的几何非线性相互作用的结果。围岩系统是一个非线性动力系统,笔者在能量分析的基础上,运用相空间重构理论、对数值模拟的结果进行相空间重构,并计算出Lyapunov指数,对动力系统进行了定性评价。

## 1 数值模拟

### 1.1 工程背景

以重庆某正建隧道为工程背景,该隧道为双洞分修特长隧道,左洞全长4 779 m,右洞全长4 745 m,两洞轴线相距20~23 m,最大埋深1 000 m,最大埋深处为III类围岩段,隧道穿越地层为志留系上统罗惹坪组砂质页岩、页岩,局部夹粉砂岩。选取最大埋深段进行物理模拟,最大水平应力29.86 MPa,垂直应力27.0 MPa。围岩主要力学参数为:弹性模量27.3 GPa;单轴抗拉强度6.1 MPa;泊松比0.31;内聚力9.56 MPa;内摩擦角33.7°;容重27.5 kN/m<sup>3</sup>。

### 1.2 建立模型

所建平面应变模型如图1所示,模型的下边界施加上方位移为约束,前后表面施加前后方向位移为零的约束边界。左右边界施加水平荷载,上边界施加垂直荷载。考虑到深埋隧道的物理非线性与几何非线性特性,本构模型采用应变-软化模型,计算采用大变形计算。

模型采用的加载方式为先加载后开挖。在上边界施加27.0 MPa的垂直应力,左右边界施加29.86 MPa的水平地应力。加载后,计算至模型中的应力平衡,然后分上、下断面两步开挖隧道。

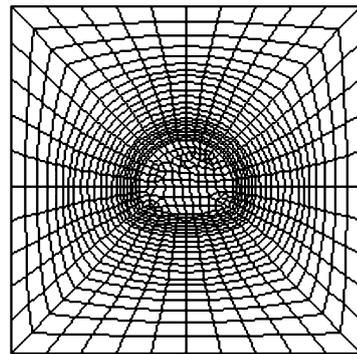


图1 计算模型

### 1.3 能量的耗散及计算方法

考虑一个单位体积的岩体单元在外力作用下产生变形,假设该物理过程与外界没有热交换,即封闭系统,外力功所产生的总输入能量为 $U$ ,根据热力学第一定律,可得

$$U = U^d + U^e, \quad (1)$$

$$U^e = \frac{1}{2E_0}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)], \quad (2)$$

式中: $U^d$ 为单元耗散能; $U^e$ 为单元可释放弹性应变能; $E_0$ 、 $\nu$ 分别为初始弹性模量和泊松比。单元耗散能 $U^d$ 用于形成单元内部损伤和塑性变形,其变化满足热力学第二定律,即内部状态改变符合熵增加的趋势<sup>[7]</sup>。

图2为岩体单元应力-应变曲线,面积 $U_i^d$ 表示单元发生损伤和塑性形变时所消耗的能量;阴影面积 $U_i^e$ 表示单元中储存的可释放应变能,该部分能量为岩体单元卸载后释放的弹性应变能; $E_i$ 为卸载弹性模量。

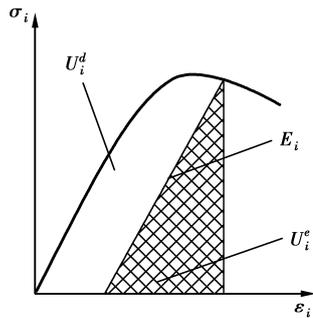
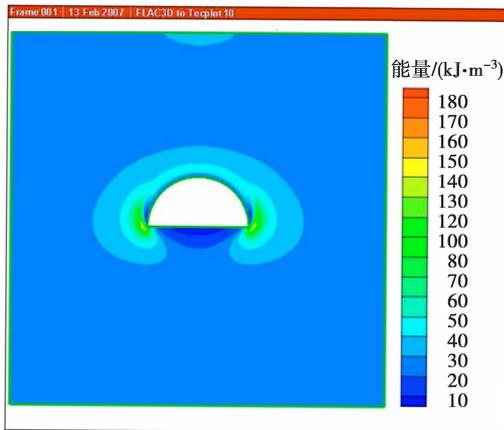


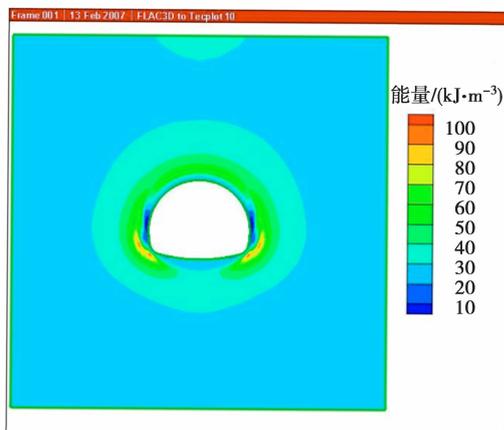
图2 应力-应变曲线

#### 1.4 数值计算结果分析

现阶段大规模的定量探讨单元耗散能暂时还比较困难,笔者计算能量时采用公式(2)计算,对单元的可释放弹性能作定量分析,而对耗散能只作定性分析,所计算的能量分布图如图3所示。



(a) 上断面开挖



(b) 下断面开挖

图3 能量分布图

开挖前围岩都处于弹性状态,岩体内部的能量基本上是均匀分布,在  $21.2 \sim 23.7 \text{ kJ/m}^3$  内,由于开挖卸载,模型各质点的原有应力的平衡状态受到破坏,各质点要产生相应的位移进行调整,以达到新

的平衡位置。上断面开挖时,围岩内能量分布急剧变化,距拱腰  $1 \text{ m}$  内,能量强烈集中,呈耳状对称分布,最大值达到  $180 \text{ kJ/m}^3$ ,为开挖前能量的 9 倍;距拱腰  $1.5 \sim 3 \text{ m}$  内,能量中度集中,该区平均能量集中系数为 2.5;距拱腰  $3 \sim 5 \text{ m}$  内,能量轻度集中;而上断面底部  $2 \text{ m}$  内,出现能量衰减现象。下断面开挖后,能量积聚部位由拱腰转向拱脚,拱腰由能量集聚部位变为能量衰减部位,距拱脚壁  $0.4 \sim 1 \text{ m}$  内,能量高度集中,集中系数为 5;距拱脚壁  $1 \sim 3 \text{ m}$  内,能量中度集中,集中系数为 3;距拱脚壁  $3 \sim 5 \text{ m}$  内,能量轻度集中。

岩体单轴破坏所需的能量用式(3)计算

$$E_{f\min} = \frac{\sigma_c^2}{2E}, \quad (3)$$

式中: $\sigma_c$  为岩石的单轴抗压强度; $E$  为弹性模量。把参数代入式(3)得  $E_{f\min}$  为  $49.4 \text{ kJ/m}^3$ ,开挖前围岩的能量密度小于这个值,开挖后,处于三向应力作用下的某些单元集聚了大量的弹性能,能量密度远远高于岩体单轴破坏所需的能量,但其遵循三维应力的破坏准则,很难发生破坏,而随着开挖的进行,这些单元变成单向或两向受力状态时,其遵守的破坏准则就发生了变化,只需要消耗单向应力状态的能量就足以使岩体单元发生破坏,但破坏后岩体单元仍具有一定的强度,其强度随着塑性应变的增加而降低,所以单元屈服后,仍具有一定的能量,拱腰附近的一些单元能量密度的变化就能说明这一点。

隧道的开挖卸荷,应力释放,临空面形成,此时储存在岩体的弹性能与开挖时所释放的能量、断面的收敛变形以及开挖时去除的岩石体积有关,这些弹性能量在理论上是可恢复的,决定着洞室周围的应力<sup>[1]</sup>。而整个系统的能量是守恒的,除弹性能外,系统的其他能量都以塑性变形能、动能等形式释放。

## 2 非线性动力学特性分析

模型中某一位置某一参数的变化是系统整体信息的综合反映,适于选用非线性动力学方法进行研究<sup>[6]</sup>,在计算中全程跟踪拱腰一定范围内的点的弹性能量密度随计算时步的变化情况,监测点分布如图4所示。选取该5#点的能量时间序列进行非线性动力学研究,时间序列变化图如图5所示。

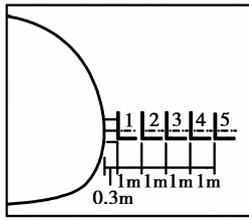


图4 计算点分布图

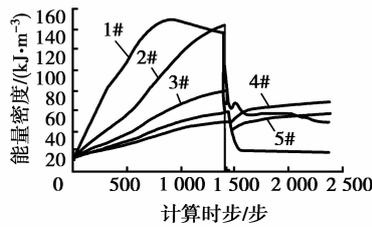


图5 能量时间序列图

### 2.1 相空间重构

Packard 等于 20 世纪 90 年代提出了相空间重构理论,使得人们可以在相空间重构的基础上从纯量时间序列数据计算出一系列的定量指标,研究系统的非线性动力学特性。笔者以 H. S. Kim 等提出的 C-C 算法进行相空间重构<sup>[8]</sup>。

假定有一时间间隔为  $\Delta t$  (单位时间) 的时间序列:  $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_N)$ , 先在一定范围内选取合适的  $m$  (嵌入维) 和  $r$  (计算关联积分所取的搜索半径, 为正值), 将时间序列划分为  $t$  个互不相交的子序列, 定义关联积分

$$C(m, N, r, t) = \frac{2}{M(M-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq M} \theta(r - d_{ij}), \quad (4)$$

其中:  $\theta$  为 Heaviside 函数;  $t$  为时间滞后;  $d_{ij}$  为相空间两点的欧氏距离;  $M = N - (m-1)t$ , 表示  $m$  维相空间中嵌入点数目, 对某一个特定的  $t$  值计算:

$$S(m, r_j, t) = \frac{1}{t} \sum_{s=1}^t [C_s(m, r_j, t) - C_x^m(1, r_j, t)], \quad (5)$$

$$\Delta S(m, t) = \max\{S(m, r_j, t)\} - \min\{S(m, r_j, t)\}, \quad (6)$$

$$\bar{S}(t) = \frac{1}{16} \sum_{m=2}^5 \sum_{j=1}^4 S(m, r_j, t), \quad (7)$$

$$\Delta \bar{S}(t) = \frac{1}{4} \sum_{m=2}^5 S(m, t), \quad (8)$$

$$S_{cor}(t) = \Delta \bar{S}(t) + |\bar{S}(t)|. \quad (9)$$

如果时间序列是独立同分布的, 那么对固定的  $m$  和  $t$ , 当  $N \rightarrow \infty$  时, 对于所有的  $r$ , 均有  $S(m, r, t)$  恒等于零。但实际序列是有限的, 并且序列元素间可能相关, 因此得到的  $S(m, r, t)$  一般不等于零。这样局部最大时间间隔可以取  $S(m, r, t)$  的零点或对所有半径  $r$  相互差别最小的时间点, 因为这暗含着这些点几乎是均匀分布的。对不同的  $t$ , 式(4) - (6) 得到不同的值, 式(4) 或(5) 的第一个极小值点

对应的  $t$  即最佳滞后时间  $\tau$ , 式(6) 的最小值点对应的  $t$  即最佳时间窗  $\tau_w$ , 通过  $\tau_w = \tau(m-1)$ , 得到最佳嵌入维  $m$ 。

### 2.2 最大 Lyapunov 指数计算

Lyapunov 指数是相邻轨道的平均发散性或平均收敛性的一种度量, 它反映了系统性态对初值的敏感程度<sup>[9]</sup>。进行 Lyapunov 指数的计算时, 首先应对时间序列重构  $m$  维相空间, 然后选取使各坐标相关性最小的延滞时间  $\tau$ 。

取相空间初始点为  $X_{i0}$ , 假设与  $X_{i0}$  最近的点为  $X'_{i0}$ 。两点之间的距离为  $L_0$ , 跟踪这两点随时间推移的运动过程, 直到某个时刻, 两点的距离超过某个规定的值  $r > 0$ , 此时所在的时刻标记为  $t_1$ , 两点由  $X_{i0}$ 、 $X'_{i0}$  分别演化为  $X_{i1}$ 、 $X'_{i1}$ , 两点之间的距离为  $L'_0 > r$ , 然后保留  $X_{i1}$ , 在其周围寻找一个新的  $X'_{i1}$  点, 使得新的  $X'_{i1}$  点与  $X_{i1}$  点之间的距离  $L_1 < r$ , 并且使得新的  $X'_{i1}$  点和  $X_{i1}$  点的连线与旧的  $X'_{i1}$  点和  $X_{i1}$  点的连线之间的夹角尽可能地小, 继续重复上述跟踪过程, 直至  $X$  点到达时间序列的终点, 共发生了  $M$  次换点取代, 这时最大的 Lyapunov 指数则可由式(10) 计算<sup>[10]</sup>:

$$\lambda = \frac{1}{t_M - t_0} \sum_{i=0}^M \ln \frac{L'_i}{L_i}, \quad (10)$$

当  $\lambda > 0$  时, 轨道对初始值敏感, 混沌运动;

$\lambda < 0$  时, 轨道对初始值不敏感, 周期运动。

### 2.3 深埋隧道变形破坏过程的 Lyapunov 指数分析

5#点的能量时间序列的 Lyapunov 指数计算结果如图 6 所示。最大 Lyapunov 指数随演化时间的增加, 逐渐趋与稳定, 对稳定段取平均值可得 1、2、3、4、5#点的最大 Lyapunov 指数值, 分别为 -0.002 57、-0.001 78、0.001 88、0.001 95、0.001 32。对比图 5、6 可见: 1、2#点最大 Lyapunov 指数为负值, 表明时序相空间邻近轨道均呈指数型收敛, 其处岩体单元由于应力状态发生变化, 其初始聚集的大量弹性能急剧下降, 系统状态发生质变而趋于有序的定常态。逐渐远离洞室的 3、4、5#点的最大 Lyapunov 指数为正数, 表明时序相空间邻近轨道均呈指数型发散, 即该处围岩在变形过程中能量耗散有着对初始条件的敏感性, 系统的动力学行为具有混沌特征<sup>[10]</sup>。且距离洞室越远, 其值越大, 既混沌程度越高。

数值模拟结果显示为随着距洞壁距离的增加, 能量分布逐渐趋于均匀化, 这与最大熵原理是一致的, 不同深度岩体单元的 Lyapunov 指数不同, 根据

混沌动力学理论,不同的 Lyapunov 指数代表不同的运动状态,而运动状态不同则必然导致不同深度岩层变形的不一致。在该隧道施工现场,围岩出现层状剥落的现象,这正是由于围岩不同深度岩层变形差异造成的。

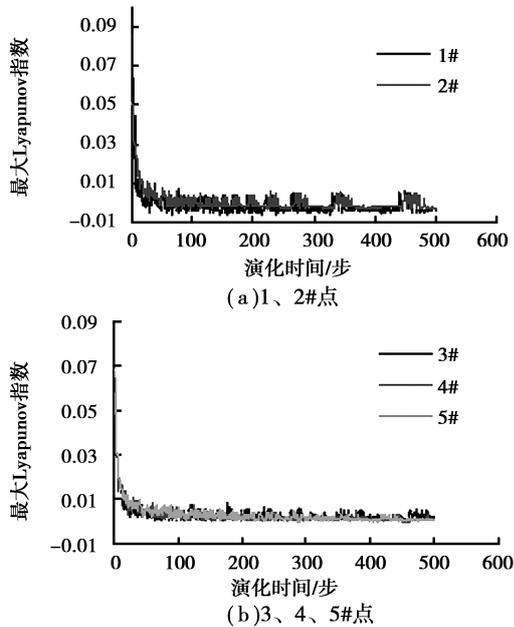


图 6 特征点最大 Lyapunov 指数演化图

### 3 结 论

通过传统力学与非线性科学的结合,得出以下几点结论:

1) 开挖卸荷,依据能量的分布可把围岩分为重度扰动区、中度扰动区和轻微扰动区,分析各扰动区的分布有利于针对性地选择合理的开挖和支护方式。

2) 高地应力洞室开挖是一个非线性不可逆的能量耗散过程。岩体自身能量调整过程的时间数据序列具有非线性动力学特性。

3) 各特征点能量时间序列指数各不相同,表明不同深度岩层变形不一致,这正是导致围岩层状剥落的重要原因。

4) 围岩系统稳定则处于混沌状态,不稳定则处于有序状态,可利用这种特性进行围岩稳定性判断。

5) 将非线性动力学方法与传统的力学手段相结合,能多角度、深层次地分析深埋隧道围岩系统演化特性。

参考文献:

[1] 耶格,库克. 岩石力学基础[M]. 北京:科学出版社,2004.

[2] 赵阳升,冯增朝,万志军. 岩体动力破坏的最小能量原理[J]. 岩石力学与工程学报,2003,22(11):1781-1783.  
ZHAO YANG-SHENG, FENG ZENG-CHAO, WAN ZHI-JUN. Least energy principle of dynamical failure of rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003,22(11):1781-1783.

[3] 李义,高国付,赵阳升. 基于特征锚杆工作荷载无损检测的巷道围岩稳定性评估初步研究[J]. 岩石力学与工程学报,2004,23(S2):4893-4897.

LI YI, GAO GUO-FU, ZHAO YANG-SHENG. Evaluation of surrounding rock stability of laneway by nondestructive testing of bolt working load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004,23(S2):4893-4897.

[4] 白世伟,林鲁生,徐邦树. 凤岗隧洞三维非线性仿真模拟[J]. 岩土力学,2002,23(6):673-677.

BAI SHI-WEI, LIN LU-SHENG, XU BANG-SHU. Three-dimensional nonlinear simulation for Fenggang tunnel[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002,23(6):673-677.

[5] ITASCA CONSULTING GROUP INC. FLAC<sup>3D</sup>(V2.1) users manual[M]. Itasca: Itasca Consulting Group Inc,2002.

[6] 秦四清. 初论岩体失稳过程中耗散结构的形成机制[J]. 岩石力学与工程学报,2000,19(3):265-269.

QIN SI-QING. Primary discussion on formation mechanism of dissipative structure in instability process of rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000,19(3):265-269.

[7] 谢和平,鞠杨,黎立云. 基于能量耗散与释放原理的岩石强度与整体破坏准则[J]. 岩石力学与工程学报,2005,24(17):3003-3010.

XIE HE-PING, JU YANG, LI LI-YUN. Criteria for strength and structure failure of rocks based on energy dissipation and energy release principles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005,24(17):3003-3010.

[8] KIM H S, EYKHOLT R, SALAS J D. Nonlinear dynamics, delay times, and embedding windows[J]. Physica D, 1999,127:48-60.

[9] 王连国,宋扬,缪协兴. 底板岩层变形破坏过程中的混沌性态的 Lyapunov 指数描[J]. 岩土工程学报,2002,24(3):356-359.

WANG LIAN-GUO, SONG YANG, MIAO XIE-XING. Lyapunov exponent of chaos feature in the processing of deformation failure for coal floor[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002,24(3):356-359.

[10] WOLF A, SWIFT J B, SWINNEY H L, et al. Determining lyapunov exponents from a time series[J]. Physica 16D, 1985,10:285-317.

(编辑 李胜春)