

文章编号:1000-582X(2008)02-0186-05

## 采空区流场非线性渗流的改进迭代算法

李宗翔<sup>1</sup>, 刘玉洲<sup>2</sup>, 吴 强<sup>3</sup>

(1. 辽宁工程技术大学 职业技术学院南校区, 辽宁 阜新 123000; 2. 重庆大学, 重庆 400030;  
3. 黑龙江科技学院 安全工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150027)

**摘 要:**针对冒落采空区风流移动同时存在紊流、过渡流、层流的非线性渗流问题, 结合有限元方法, 提出以变渗透系数的达西(Darcy)渗流反复迭代求得非线性渗流。计算中根据迭代方法的特点, 为改进迭代算法振荡性收敛效果, 引入动态收敛因子(即初始收敛因子和阻尼收敛因子), 讨论了收敛因子对收敛过程的影响, 通过合理联合选取初始收敛因子和阻尼收敛因子, 使迭代的收敛速度更快。与 Darcy 渗流相比, 采空区非线性渗流速度场趋向于平缓, 计算结果与实际流态更接近。得到采空区风压等值线与流函数线正交的流网、漏风强度分布(速度场), 给出了采空区流态变化与过渡的分布结果。迭代方法满足工程要求。

**关键词:**采空区; 非线性渗流; 改进迭代格式; 收敛因子; 有限元  
**中图分类号:** O 319.56 **文献标志码:** A

### Improved Iterative Algorithm for Nonlinear Seepage in Flow Field of Caving Goaf

LI Zong-xiang<sup>1</sup>, LIU Yu-zhou<sup>2</sup>, WU Qiang<sup>3</sup>

(1. Vocational College, Liaoning Technical University, Fuxin, Liaoning 123000, P. R. China;  
2. Chongqing University, Chongqing 400030, P. R. China; 3. School of Safety Engineering,  
Heilongjiang Institute of Science and Technology, Haerbin 150027, P. R. China )

**Abstract:** In allusion to the nonlinear seepage problem that turbulent flow, transition flow laminar flow coexist with the movement of airflow in a goaf, combined with finite element method, an iterative algorithm to solve nonlinear seepage equation based on Darcy seepage with variable permeability is presented. According to characters of iterative method, a dynamic convergence factor in terms of initial convergence factor and damping convergence factor is introduced to improve the oscillation convergence effect of iterative algorithm. The influence of convergence factor on convergence process is discussed, and the convergence velocity can be accelerated by rationally choosing the initial convergence factor and the damping convergence factor. In comparison to the Darcy seepage, the goaf nonlinear seepage field tends to mild, and the computing result is closer to real flow pattern. The orthogonal flow net formed by air pressure isoline and flow function isoline of goaf, the distribution of air leakage intensity (velocity field) are obtained. At the same time, the distribution result of the variation and transition of flow pattern in goaf is achieved.

**Key words:** goaf; nonlinear seepage; iterative format; convergence factor; finite element

收稿日期:2007-5-14

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50574038)

作者简介:李宗翔(1962-), 男, 辽宁工程技术大学教授, 博士, 从事煤矿安全理论(煤体注水、采空区自然发火、瓦斯及风流规律等)研究, (E-mail) lizx6211@163.com。

非均质冒落采空区是一个包括紊流、层流、过渡流三者同时存在的非线性渗流场,其大空隙介质,流体运动的雷诺数  $Re$  很大,符合 Bachmat 提出的多孔介质非线性渗流运动方程<sup>[1-2]</sup>。文献[2-3]给出了非线性的有限元数值计算方法,须求解隐含形式的非线性方程组。笔者在文献[4]中提出了一种新的基于线性渗流迭代求解非线性渗流的方法,这是针对力学问题本身的迭代方法,迭代结果是振荡性收敛的<sup>[4]</sup>。根据这一特点,这里提出改进迭代算法,引入收敛因子,达到减小振荡幅度的目的,进一步提高迭代效率,简化计算。采空区问题的数值模拟计算涉及到“风流规律-多组分气体混溶-温度场”过程循环迭代计算<sup>[5-7]</sup>,其中在风流规律计算环节,按传统计算方法,尽管在当前先进的微机硬件条件下,仍然耗费过长的机时,流场状态变化描述的一次过程需要 5~6 h,如果需要参数拟合调试或进行大量模拟试验,计算量是相当大的,甚至无法忍受,所以,改进迭代算法技术途径具有实用价值。

## 1 采空区多孔介质非线性渗流方程

采空区多孔介质风流运动的 Bachmat 非线性渗流方程为

$$\mathbf{k} \nabla p = \left( 1 + \frac{\|\mathbf{V}\| \beta d}{n\nu} \right) \mathbf{V} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{k}$  为渗透系数张量,  $\text{m}^2/(\text{Pa} \cdot \text{s})$ ;  $p$  为风压,  $\text{Pa}$ ;  $\nabla$  为 Hamilton 算子;  $\mathbf{V}$  为风流渗流速度,  $\text{m/s}$ ;  $\|\mathbf{V}\|$  是  $\mathbf{V}$  的模;  $\beta$  为介质颗粒形状系数;  $d$  为平均调和粒径;  $n$  为空隙度;  $\nu$  为运动粘性系数,对于采空区风流,取  $\nu = 14.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 。

若将采空区某一点的冒落岩石堆积随机性视为各向同性,则  $\mathbf{k}$  为标量,据 Catman 公式<sup>[1]</sup>,标量  $k$  为

$$k = b_1 \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (2)$$

式中,  $b_1$  为与  $k$  同单位的识别参数;  $b_1$  确定比较困难,可依据现场风量观测和冒落压实观测通过参数反演方法获得。

式(1)中共包含了变渗透性系数达西渗流项和与速度有关的非线性流项;反映了采空区中一次流和二次流的逐渐过渡。即当采空区纵深部由于速度极小,即  $Re$  很小时,流态为一次流;而在工作面附近,冒落压非实区域的速度很高,非线性流项不可忽视,属于非线性渗流。

式(2)给出了标量渗透率  $k$  与空隙度  $n$  的关系。对采空区随机冒落岩体介质,非线性流项含有调和粒径  $d$  和形状系数  $\beta$  两个系数缺乏实用的确定方法

和理论根据,文献[2]计算中给出选取值  $d = 0.014 \text{ m}$  和  $\beta = 1.5$ 。

## 2 非线性方程求解迭代算法的改进

对各向同性介质,将(1)式的迭代形式为<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^{(i+1)} &= \left( 1 + \frac{\beta d}{n\nu} \|\mathbf{V}^{(i)}\| \right)^{-1} \mathbf{k} \nabla p, \\ &\text{或} \\ \mathbf{V}^{(i+1)} &= -k_v^{(i+1)} \nabla p, \\ k_v^{(i+1)} &= \left( 1 + \frac{\beta d}{n\nu} \|\mathbf{V}^{(i)}\| \right)^{-1} k, \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $k_v$  项相当于与运算结果  $\mathbf{V}$  有关的达西渗流(一次流)“修正渗透性系数”;  $i$  为迭代步数。

上式即运用变渗透系数达西(Darcy)渗流迭代求解非线性渗流方程的迭代式,当  $i=1$  为变渗透系数达西(Darcy)渗流,非线性渗流是从达西渗流出发不断迭代收敛得到。

在式(3)中,为加快收敛速度,这里改进迭代算法,将式(3)引入适当的收敛因子。具体有两种格式

$$\mathbf{V}^{(i+1)} = -\omega_1 \left( 1 + \frac{\beta d}{n\nu} \|\mathbf{V}^{(i)}\| \right)^{-1} \mathbf{k} \nabla p, \quad (3a)$$

(单收敛因子格式)

或

$$\mathbf{V}^{(i+1)} = -\omega_1 \left( 1 + \omega_2 \frac{\beta d}{n\nu} \|\mathbf{V}^{(i)}\| \right)^{-1} \mathbf{k} \nabla p, \quad (3b)$$

(双收敛因子格式)

其中  $\omega_1$  为初始收敛因子,  $\omega_1 \in [0, 1]$ ;  $\omega_2$  为振荡阻尼收敛因子。

引入  $\omega_1$  的依据是初始迭代之前速度为零,第一次迭代结果远高于最终的收敛结果,此时  $\omega_1$  应取小值。在  $\omega_1$  引入后,迭代结果仍然是波动振荡的,为降低波动振荡的幅度,有必要引入  $\omega_2$ ,其作用是削弱迭代过程中的波动振荡。由于迭代过程中的振荡特征是奇数次迭代为峰值,偶数次迭代为谷值,  $\omega_2$  应该是变化的,奇数次迭代时  $\omega_2 > 1$ ,偶数次迭代时  $\omega_2 < 1$ ;同时,由于迭代过程是收敛的,  $\omega_2$  也应该是随着收敛而逐渐衰减,于是定义为

$$\omega_2 = \begin{cases} \left( 1 - \frac{R_i}{R_m} \omega \right); & \text{当 } i \text{ 为奇数时} \\ \left( 1 + \frac{R_i}{R_m} \omega \right); & \text{当 } i \text{ 为偶数时,} \end{cases}$$

其中  $R_i$  为当前步与前一步收敛指标间的振荡幅度,  $R_m$  为初始振荡幅度;  $\omega$  为阻尼系数,  $\omega \in [0, 1]$ 。

于是

$$k_v = \omega_1 \left( 1 + \omega_2 \frac{\beta d}{nV} \| V \| \right)^{-1} k,$$

那么

$$V = -k_v \nabla p. \quad (4)$$

### 3 算例、求解与结果

计算举例为阜新矿区五龙煤矿 3123 采空区流场。计算几何模型如图 1, 图中  $Q$  为工作面风量;  $q_L, q_L'$  分别为工作面向采空区的漏入、漏出风量;  $q_{CH4}$  为沿纵深边界瓦斯平移涌出风量。

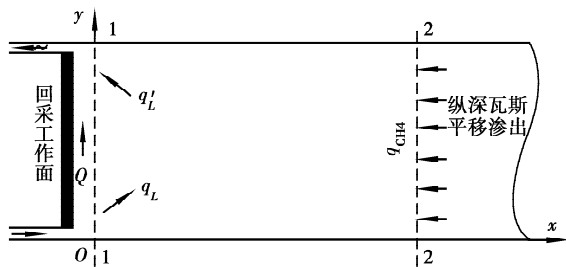


图 1 采空区计算区域

将(3a)式按拟达西定律形式的方程与质量守恒方程联立, 得到用风流压力  $p$  表示的渗流方程

$$\nabla \cdot (k_v \nabla p) = w. \quad (5)$$

漏风边界条件

$$p = r_1 \cdot Q^2 \cdot y \text{ (在工作面边界 1—1 上),}$$

$$-kH \frac{\partial p}{\partial n} = \frac{q_{CH4}}{L} \text{ (在 2—2 边界上),}$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \text{ (在其他固壁边界上),}$$

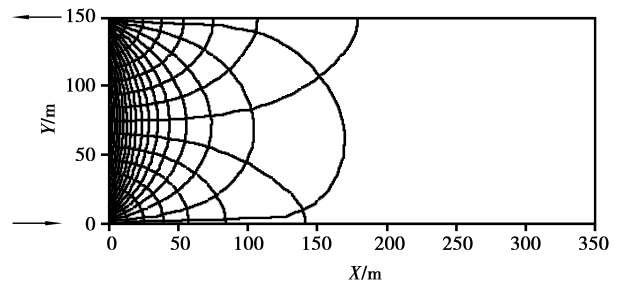
式中  $\Omega$  代表计算区域,  $\Gamma_1, \Gamma_2$  分别代表第 1、2 类边界。  $w$  为源汇项, 表示流场风流涌入或抽出量。  $L$  为工作面长度,  $m$ ;  $r_2$  为每米工作面长度的风阻,  $N \cdot s^2/m^9$ 。  $n$  为边界法向方向。

数值计算用有限元法求解<sup>[8-10]</sup>, 计算考虑了流场的高度变化; 区域采用三角形单元剖分, 工作面附近网格剖分加密并逐渐过渡。 经过现场实地统计观测, 工作面风量  $Q = 700 \text{ m}^3/\text{min}$ , 工作面漏风量约占工作面风量的 10% 左右。 冒落压实按负指数规律变化<sup>[11]</sup>, 根据打钻探测, 衰减率为 0.037 6,  $b_1 = 1.04, k = 10.976 1 \sim 311.667 \text{ m}^2/(\text{Pa} \cdot \text{s}), q_{CH4} = 1.8 \text{ m}^3/\text{min}$ 。

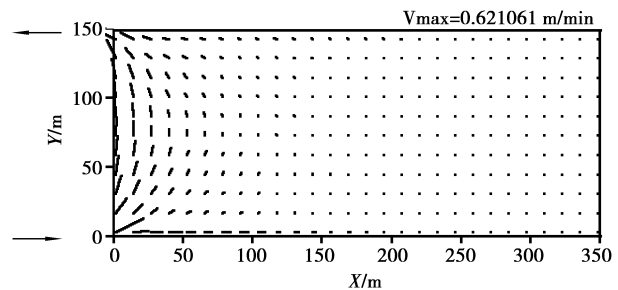
可选择的收敛指标有工作面向采空区漏入风量  $q_L$  和采空区最大风速等, 这里计算中选取漏入风量  $q_L$  作为衡量收敛的指标。 迭代结果见图 2~4。 在图 2 显示的正交流网中, 风压等值线差距为 2.5 Pa, 流函数线间的流量差距为  $4 \text{ m}^3/\text{min}$ 。 收敛时区域内

最大速度  $v_{\max} = 0.621 \text{ m}/\text{min}, q_L = 68.1 \text{ m}^3/\text{min}$ 。

图 3-4 计算表明, 式(4)是在振荡过程中逐步收敛的, 且收敛指标漏风量和最大速度都具有同一的收敛趋势。 在图 3-4 中, 最初的计算过程是经 30 次的反复迭代达到收敛稳定, 非线性问题的一般求解计算量仍比较大。 通过改进计算方法, 在引入初始因子  $\omega_1 = 0.3$  的干扰情况下, 明显降低了迭代振荡初始幅度, 收敛速度明显加快, 收敛次数降低了约 1/3。 在引入阻尼因子后, 取阻尼系数  $\omega = 0.3$ 、初始振荡幅度  $R_m = 112$  时, 振荡被阻尼化, 波动大大减小, 收敛速度更快, 在迭代 8 次就基本达到收敛。



(a) 正交流网



(b) 速度场

图 2 采空区非线性渗流收敛后的流网结果

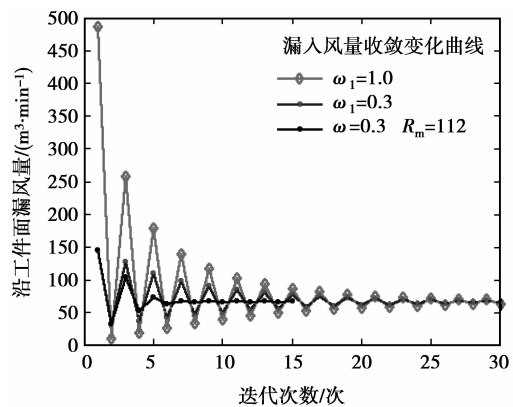


图 3 漏入风量的迭代收敛过程

通过与达西(一次)流相比, 非线性渗流在紧靠工作面附近初始冒落大孔隙区域内的高雷诺数渗流速度有大幅度降低, 纵深部速度有所提高(图 5)。

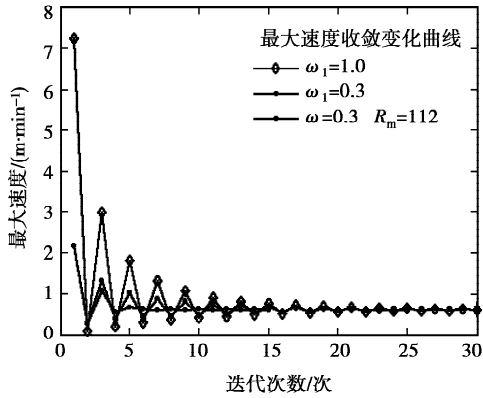


图4 风流最大速度迭代收敛过程

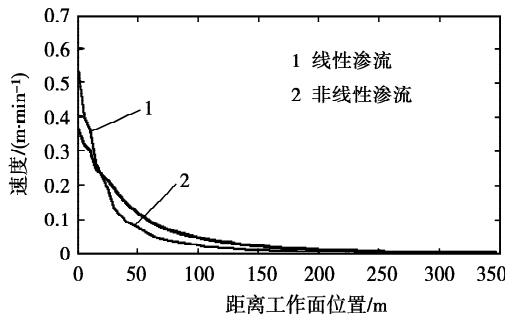


图5 采空区中分位置风速分布对比

### 4 采空区风流流态区域划分

对采空区冒落介质而言,在引入平均调和粒径( $d$ )以后,根据雷诺数可判别采空区风流流态

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} \quad \text{或} \quad Re = \frac{\|V\| d}{\nu \cdot n}$$

式中  $v$  为冒落介质中的风流速度,  $m/s$ 。

采空区紊流、层流和过渡流区分别为:紊流  $Re > 12\,000$ 、层流  $Re < 2\,320$ 、处于两者之间为过渡流。具体判别按剖分单元逐个进行,图6为由计算机自动生成的划分结果。图中显示,距离工作面24 m范围和靠近边界附近62 m范围内风流为紊流流动,过渡流区域宽约120 m左右,包括一部分靠近上下边界的非压实条带,其余大部分的纵深范围为层流区域。从流体实验可知,紊流界限条件  $Re > 12\,000$  是不稳定的,有时会大大高于此值,导致紊流区域范围会更小。

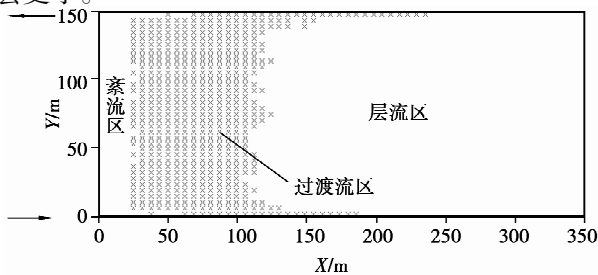


图6 采空区流态(紊流、层流、过渡流)区域划分

总体上,除了工作面附近是较高风速的紊流区外,采空区流态绝大部分区域为层流(达西渗流)和过渡流,在深部为线性渗流(层流)、浅部工作面附近为非线性渗流(紊流)、中间呈线性与非线性的过渡状态。

### 5 结语

1) 基于渗流力学原理的迭代格式是呈振荡性收敛的,通过改进迭代格式,在选取适当收敛因子后,收敛速度加快;其中采用收敛因子和阻尼收敛因子为最快。本文定义的阻尼收敛因子有效适用。选取方便,稳定性好。

2) 将非线性渗流的改进迭代算法,运用于采空区问题计算,能达到的综合效果是十分可观的。

3) 采空区问题的复杂性在于参数确定,一般不易于用实验室研究方法获得,必须通过现场观测结果的拟合。参数反演方法涉及大量的正向反复计算,所以,改进迭代算法为参数反演奠定了理论基础和方法保证。

4) 与变渗透系数达西流相比<sup>[9-10]</sup>,用非线性方程计算采空区流动规律,采空区速度场趋于平缓。在工作面附近非线性渗流速度大幅度降低,深部低速区域的达西渗流速度提高。这意味着采空区漏风强度分布范围更广大。

#### 参考文献:

[1] JACOB BEAR. Dynamics of fluids in porous media[M]. New York: American Elsevier Publishing Company, Inc, 1972:91-140.

[2] 丁广骧,柏发松. 采空区混合气运动基本方程及其有限元解法[J]. 中国矿业大学学报, 1996, 25(3):21-26. DING GUANG-XIANG, BAI FA-SRNEG. Basic equations of mixed-gas motion in gob and their finite element solution [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1996, 25(3):21-26.

[3] 邸志前,丁广骧,左树勋,等. 放顶煤综采采空区“三带”的理论计算与观测分析[J]. 中国矿业大学学报, 1993, 22(1): 8-15. DI ZHI-QIAN, DING GUANG-XIANG, ZUO SHU-XUN. The theoretical calculation and observation analysis of the “three zones” in the goaf of fully mechanized face with to pcoal drawing[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1993, 22(1): 8-15.

[4] 李宗翔,孟宪臣,纪传仁. 采空区流场非达西渗流的迭代算法[J]. 力学与实践, 2007, 29(2): 28-30. LI ZONG-XIANG, MENG XIAN-CHEN, JI CHUAN-REN. Numerical simulation of flow pattern of caving flow

- field in the inhomogeneous goaf with arbitrary shape[J]. *Mechanics in Engineering*, 2007, 29(2): 28-30.
- [5] 李宗翔, 王晓冬, 王波. 采空区场流数值模拟程序(G3)实现与应用[J]. *湖南科技大学学报*, 2005, 20(3): 16-20  
LI ZONG-XIANG, WANG XIAO-DONG, WANG BO. Realization and application of numerical simulating program (G3) for field flow of goaf[J]. *Journal of Hunan University of Science & Technology*, 2005, 20(3): 16-20.
- [6] 李宗翔, 李海洋, 贾进章. Y形通风采空区开区注氮防火的数值模拟[J]. *煤炭学报*, 2005, 30(5): 593-597.  
LI ZONG-XIANG, LI HAI-YANG, JIA JIN-ZHANG. Numerical simulation of prevent spontaneous combustion by nitrogen injection in goaf of Y-type ventilation face [J]. *Journal of China Coal Society*, 2005, 30(5): 593-597.
- [7] 李宗翔. 采空区遗煤自燃过程及其规律的数值模拟研究[J]. *中国安全科学学报*, 2005, 15(6): 15-19.  
LI ZONG-XIANG. Numerical simulation of spontaneous combustion process of residual coal in goaf [J]. *China Safety Science Journal*, 2005, 15(6): 15-19.
- [8] 李宗翔, 海国治, 秦书玉. 采空区风流移动规律的数值模拟与可视化显示[J]. *煤炭学报*, 2001, 26(1): 76-80.  
LI ZONG-XIANG, HAI GUO-ZHI, QIN SHU-YU. Numerical simulation and visual display of air flow pattern in goaf [J]. *Journal of China Coal Society*, 2001, 26(1): 76-80.
- [9] 李宗翔, 孙广义, 王继波. 回采采空区非均质渗流场风流移动规律的数值模拟[J]. *岩石力学与工程学报*, 2001, 2(增刊): 1578-1581.  
LI ZONG-XIANG, SUN GUANG-YI, WANG JI-BO. Numerical simulation of air flow pattern in the inhomogeneous seepage flow field of goaf [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2001, 2(S): 1578-1581.
- [10] 李宗翔, 孟宪臣, 赵国忱. 任意形冒落非均质采空区流场流态数值模拟[J]. *力学与实践*, 2005, 27(6): 26-28.  
LI ZONG-XIANG, MENG XIAN-CHEN, ZHAO GUO-CHEN. Numerical simulation of flow pattern of caving flow field in the inhomogeneous goaf with arbitrary shape [J]. *Mechanics in Engineering*, 2001, 27(6): 26-28.
- [11] 邢玉忠, 郭勇义, 吴世跃. 采空区紊流漏风相关系数的研究[J]. *煤炭学报*, 2001, 26(5): 525-529.  
XING YU-ZHONG, GUO YONG-YI, WU SHI-YUE. Study on the relative coefficient of air leakage in the gob [J]. *Journal of China Coal Society*, 2001, 26(5): 525-529.

(编辑 张小强)

(上接第 178 页)

#### 参考文献:

- [1] PAXON V, FLOYD S. Wide area traffic: the failure of poisson modeling [J]. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 1995, 3(1): 226-244.
- [2] LELAND W E, TAQQU M S, WILLINGER W, et al. On the self-similar nature of ethernet traffic (extended version) [J]. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 1994, 2(1): 1-15.
- [3] BERAN J, SHERMAN R, TAQQ M S, et al. Long-range dependence in variable-bit-rate video traffic [J]. *IEEE Transaction on Communications*, 1995, 43(2/3/4): 1566-1579.
- [4] CROVELLA M E, BESTAVROS A. Self-similarity in world wide web traffic-evidence and possible causes [J]. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 1997, 5(6): 835-846.
- [5] ABRY P, PARANIUK R, FLANDRIN P, et al. Multi-scale nature of network traffic [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2002, 19(3): 28-46.
- [6] OLIVEIRA C, JAIME B K, SUDA T. Long-range dependence in IEEE 802.11b wireless LAN traffic: an empirical study\* [C]. *Proceedings of the 18th Annual IEEE Computer Communications Workshop (CCW 2003)*, California, USA, 2003.
- [7] TAKETSUGU J, HARA S. Self-similarity in cellular network traffic: another cause of long-range dependence [C]. *Wireless Personal Multimedia Communication 2001, WPMC'01*, Aalborg, Denmark, September 9 to 12, 2001.
- [8] MANDELBROT B, NESS J. Fractional brownian motion, ractional noise and applications [J]. *SIAM Review*, 1968, 10(4): 422-437.
- [9] HOSKING J. Fractional differencing [J]. *Biometrika*, 1981, 68(1): 165-176.
- [10] ALEXANDER R, BROWNLEE N, ZIEDINS I. Modeling self-similar network traffic [R]. *Springfield: University of Auckland*, 1995.

(编辑 吕建斌)