

文章编号:1000-582X(2008)05-0553-05

层状岩质边坡失稳的燕尾突变模型

姜永东, 鲜学福, 郭臣业

(重庆大学 西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室, 重庆 400030)

摘要:根据层状岩质边坡含软弱夹层失稳的特点,建立了边坡地质力学模型,应用非线性科学理论中的突变理论建立了完善的边坡失稳燕尾突变模型。研究得出内外环境参数的变化改变系统控制变量的取值。边坡势函数形式发生变化,边坡在演化过程中可能处于稳定状态,也可能处于失稳状态,其稳定性取决于边坡岩体的内在和外界因素。计算了边坡处于失稳状态下系统所释放出的能量。研究结果加深了对滑坡成因的认识,论证了应用突变理论研究边坡失稳现象的可行性。

关键词:层状岩质边坡;稳定性;燕尾突变模型

中图分类号:TD824.7;Q319

文献标志码:A

A swallowtail catastrophe model on destabilization of stratified rock slope

JIANG Yong-dong, XIAN Xue-fu, GUO Chen-ye

(Key Laboratory of Exploitation of Southwest Resources and Environmental Disaster Control Engineering, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400030, P. R. China)

Abstract: Slope geomechanical model was built according to the destabilization characteristics of a slope of soft sandwich rock. The catastrophe model of non-linear theory was used to improve the swallowtail catastrophe model. The results suggest that the controlling value of the system was influenced by internal and external environmental factors. A slope may remain stable or unstable during the evolution of the slope potential function. It was demonstrated that the stability depended on internal and external environmental factors. Released energy from the whole system status was calculated when the slope was unstable. The results help deepen the understanding of earth slide formation and suggest the feasibility of applying catastrophe theory to study slope destabilization.

Key words: stratified rock slope; stability; swallowtail catastrophe model

边坡是一个开放的、复杂的耗散结构非线性系统,与外界环境存在物质和能量交换,边坡岩体失稳的力学行为实际上是非线性的、动态的、不可逆的一个演化过程^[1-3]。因70年代非线性科学的发展,许多学者将非线性理论应用于边坡稳定性的研究。文献[4]较早地将非线性科学理论应用于工程地质研

究中,探索了滑坡的复杂性特征和滑坡孕育的混沌特征,应用突变理论研究了边坡的稳定性和失稳预报问题。文献[5-6]建立了边坡失稳的突变理论模型和非线性动力学模型,得到了边坡快速和慢速蠕滑判据,并研究了边坡演化过程中的混沌特征。文献[7]将分形理论与块体理论相结合提出的分形块

收稿日期:2007-12-10

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50334060);重庆市院士基金资助项目(6592)

作者简介:姜永东(1977-),男,重庆大学助理研究员,博士,主要从事岩石力学与工程、采矿工程方向的研究,
(Tel)13594096490;(E-mail)jiangyd1015@163.com。

体理论,并将其应用于三峡永久船闸高边坡稳定性分析中。文献[8]提出了非线性岩石(体)力学的概念。文献[9]用燕尾突变理论分析了含单层和双层软弱夹层岩体边坡的突变模式,但模型中没有考虑地下水对边坡稳定性的影响。

影响岩质边坡稳定性因素有很多,但总的可以归纳为两方面:一是边坡岩体的内因,即岩体强度、岩体结构面、岩体应力、边坡外形特征等;二是外因,即地少水、爆破振动等。根据大量的滑坡实例证明:因地下水影响产生的滑坡占90%以上,这就充分说明水是影响边坡稳定性的重要因素之一。水对边坡的影响表现在两方面^[10-11]:一方面是水对岩体有明显的物理、化学作用,会侵蚀和溶解岩体,使颗粒和裂隙面的岩体软化,从而降低岩体强度;另一方面是水对边坡岩体产生水压力,表现在张裂隙和空隙的静水压力以及沿坡体渗透形成的动水压力,使得岩体内的有效应力降低,进而影响到岩体的强度性能。

笔者考虑地下水和边坡岩体内因对边坡稳定性的影响,建立了边坡地质力学模型,应用燕尾突变理论,分析了边坡的稳定性和演化过程。

1 层状岩质边坡失稳的燕尾突变模型

1.1 力学模型

传统的刚体极限平衡法分析边坡的稳定性,是假设滑移面是均质的,滑动面上各点的剪应力同步达到抗剪强度峰值。文献[5-6]认为:对于实际的斜坡,滑动面是非均质的,滑动面上的剪应力不可能同时达到峰值。应用文献[5-6]建立的力学模型,该模型考虑了边坡的非均质性,即假设层状岩质边坡滑动面为一非均质的软弱夹层,如图1所示。岩体为刚体,边坡高度为 H ,边坡角为 α ,滑动面的倾角为 β ,软弱夹层的厚度为 h ,上部岩体的重量为 mg ,在岩体自重作用下沿软弱夹层产生的蠕滑位移为 u 。根据实际,在软弱夹层某些区段,由于介质强度高或所受剪应力小,此区段介质具有弹性或应变硬化性质,其变形随剪应力的增大而增大;在另一些区段或边坡脚处,由于介质破碎,水的软化作用或受剪应力大,此区段介质具有应变弱化性质,其变形随剪应力增大而减小。所以将2个区段看成是具有弹性性质和应变弱化性质的介质组成。两区段介质的剪应力与变形的关系如图2所示。

弹性区段介质的本构关系为

$$\tau_1 = G_1 \frac{u}{h}, (u \leq u_1) \tau_1 = \tau_m (u > u_1), \quad (1)$$

式中: τ_1 为弹性段介质的剪应力; G_1 为弹性段介质

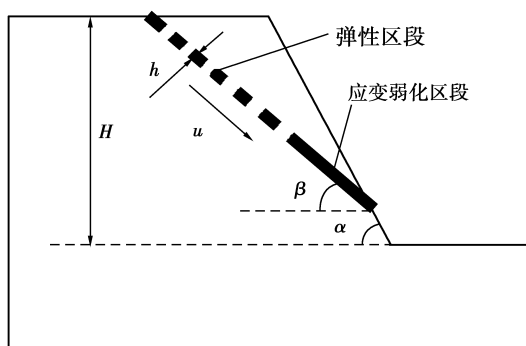


图1 含软弱夹层层状岩质边坡力学模型

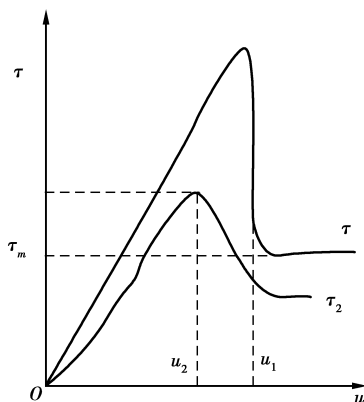


图2 两区段软弱夹层介质的剪应力与变形关系

的剪切模量; u_1 为剪应力峰值点对应的位移; τ_m 为弹性段介质的残余抗剪强度。

应变弱化区段介质的本构关系为

$$\tau_2 = G_2 \frac{u}{h} e^{-\frac{u}{u_2}}, \quad (2)$$

式中: τ_2 为弱化段介质的剪应力; G_2 为弱化段介质的剪切模量; u_2 为剪应力峰值点对应的位移。对式(2)求 $\frac{d^2 \tau_2}{du^2} = 0$,可以确定应变软化介质区段剪应力与变形曲线的拐点。其位移量为 $2u_2$,斜度为 $-\frac{G_2 e^{-2}}{h}$ 。

岩体的含水量越高,岩体的强度就越低,为了反映地下水(降雨)对边坡稳定性的影响,文献[12]在研究地震突变失稳过程中引入了一个水致弱化函数,应用该函数来分析水对边坡稳定性的影响,其表达式为

$$f(w) = (1 - \eta)(1 - w)^2 + \eta, \quad (3)$$

式中: w 为饱和度; η 为岩土体的软化系数。式(3)是一个单调下降的函数,在干燥情况下 $w = 0$, $f(0) = 1$;在饱水情况下, $w = 1$, $f(1) = \eta < 1$ 。文献[12]通过实验得到了石英质页岩的抗剪强度随含

水量变化的曲线,重点研究了水对岩土体抗剪强度的影响。所以在式(1)、(2)中可引入水致弱化函数后,得到 2 个区段在水作用下的本构关系

$$\tau_1 = f_1(\omega_1)G_1 \frac{u}{h}, \quad (4)$$

式中的 ω_1 为弹性段介质的饱和度。

$$\tau_2 = f_2(\omega_2)G_2 \frac{u}{h} e^{-\frac{u}{u_2}}, \quad (5)$$

式中的 ω_2 为弱化段介质的饱和度。

1.2 燕尾突变模型

边坡系统的总势能函数可以表示为

$$V = \int_0^u \left(f_1(\omega_1)S_1 \frac{G_1 u}{h} + f_2(\omega_2)S_2 \frac{G_2 u}{h} e^{-\frac{u}{u_2}} \right) du - mg u \sin \beta, \quad (6)$$

式中的 S_1 、 S_2 分别为弹性区段和弱化区段的滑面长度。

对式(6)求 $\frac{\partial V}{\partial u} = 0$ 可得边坡系统的平衡曲面方程为

$$V' = f_1(\omega_1)S_1 \frac{G_1 u}{h} + f_2(\omega_2)S_2 \frac{G_2 u}{h} e^{-\frac{u}{u_2}} - mg \sin \beta = 0. \quad (7)$$

对式(7)平衡光滑曲面方程 $V'''' = 0$ 时,可得

$$V'''' = \frac{f_2(\omega_2)S_2 G_2}{h u_2^2} e^{-\frac{u}{u_2}} \left(3 - \frac{u}{u_2} \right) = 0, \quad (8)$$

则位移量为 $u = u_0 = 3u_2$, 将式(7)在 $u_0 = 3u_2$ 处作 Taylor 公式展开,截取至 4 次项,可将平衡曲面方程转化燕尾突变的标准形式

$$V'(x) = x^4 + px^2 + qx + r = 0, \quad (9)$$

$$x = \frac{u - u_0}{u_0}; \quad (10)$$

$$p = -\frac{4}{3}; \quad (11)$$

$$q = -\frac{8}{9}(f\zeta - 2); \quad (12)$$

$$r = -\frac{8}{9} \left(1 + f\zeta - \frac{\delta}{f_2(\omega_2)} \right); \quad (13)$$

$$\zeta = \frac{S_1 G_1 e^3}{S_2 G_2}; \quad (14)$$

$$\delta = \frac{mgh e^3 \sin \beta}{S_2 G_2 u_0}; \quad (15)$$

$$f = \frac{f_1(\omega_1)}{f_2(\omega_2)}. \quad (16)$$

其中: x 是系统状态变量; p 、 q 、 r 是系统控制变量; ζ 是软弱夹层弹性性质区段介质的刚度与应变弱化区段介质的刚度之比,简称为刚度比; δ 与介质的重量、系统几何尺寸、介质参数等有关,称为几何-力学参数; f 是水致弱化函数系数比。

对式(9)求一阶导数可得

$$V''(x) = 4x^3 + 2px + q = 0. \quad (17)$$

将式(9)、(17)联立消去 x 即可得到分叉集。分叉集在 p 、 q 、 r 空间中为图 3(a)所示。从式(11)可知,控制变量 p 为负的常数,则说明该模型分叉集截面为图 3(c)。系统的突变与 q 、 r 密切相关。

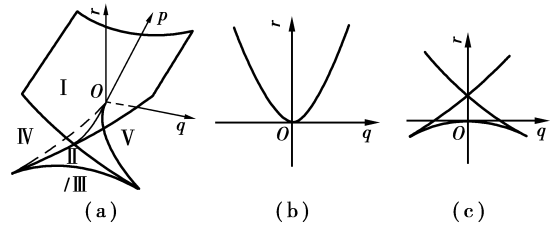


图 3 燕尾突变的分叉集

当 $q=0$ 时,在 $p-r$ 截面,可由式(9)求出平衡曲面方程的解为

$$x^2 = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4r}}{2} = \frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9} - r}, \quad (18)$$

1) 当 $r > \frac{4}{9}$ 时, x 无实根,即平衡曲面方程无实根,说明势函数无奇点,此时对应图 3(a)中的 I 区,势函数如图 4(a)中形式,此时边坡演化过程中不会发生突跳。

2) 当 $0 < r < \frac{4}{9}$ 时,方程有 4 个意义解,其中有 2 个为正解,2 个为负解。有 2 个解为稳定奇点,有 2 个为不稳定奇点,此时对应图 3(a)中的 II 区,势函数如图 4(b)中形式,此时边坡系统会发生一次突跳,突跳值 Δx 为 2 个正解之差。

3) 当 $r < 0$ 时,方程有 2 个意义解。1 个为正解,1 个为负解。正解为稳定奇点,负解为不稳定奇点,此时对应图 3(a)中的 III 区,势函数如图 4(c)中形式,此时边坡演化过程中不会发生突跳。

4) 当 $r=0$ 时,方程有 3 个意义解,其中 $x=0$ 是重根且在分叉集上,其它 2 个解代入奇点方程正解稳定,负解不稳定,零点为拐点,此时势函数类似图 4(c)中形式,边坡在演化过程中会产生突跳,突跳值 Δx 对应于方程正解。

5) 当 $r = \frac{4}{9}$ 时,方程有 2 个解且在分叉集上,势函数有正负 2 个拐点,没有奇点,此时势函数类似图 4(a)中形式,此时边坡演化过程中不会发生突跳。

当 $q=0$ 时,即式(12)中 $f\zeta=2$,则式(13)化为

$$r = -\frac{8}{9} \left(3 - \frac{\delta}{f_2(\omega_2)} \right). \quad (19)$$

表 1 是当 $q=0$ 时,式(19)中 $f_2(\omega_2)$ 和 δ 取不同值时得到不同 r 值,所得到的势函数与以上描述相同。

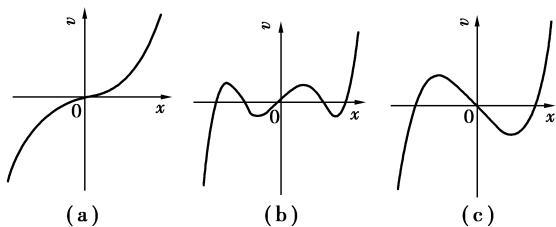


图 4 燕尾突变模型几种势函数的形式

表 1 势函数形式

$f_2(\omega_2)$	δ	r	条件	势函数形式	备注
0.463	1.7	0.60	$r > 4/9$	图 5 所示	与图 4(a)相同
0.5	1.6	0.20	$0 < r < 4/9$	图 6 所示	与图 4(b)相同
0.5	1.0	-0.89	$r < 0$	图 7 所示	与图 4(c)相同

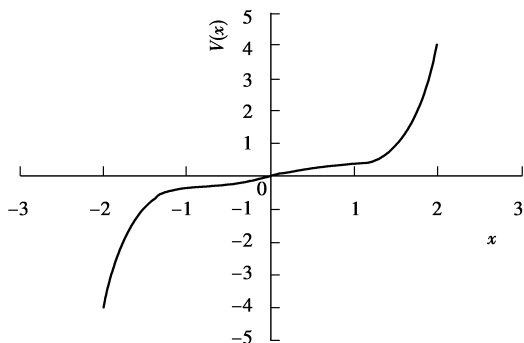


图 5 势函数 $V(x)$ 形式 ($r=0.6$)

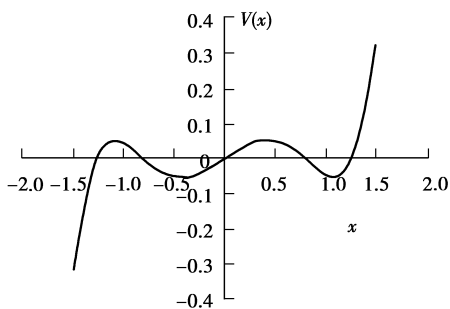


图 6 势函数 $V(x)$ 形式 ($r=0.2$)

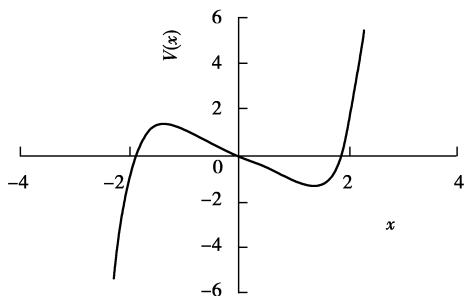


图 7 势函数 $V(x)$ 形式 ($r=-0.89$)

2 边坡系统失稳前后所释放的能量

边坡系统的能量表达式为式(6),对式(6)求定积分可得

$$V = \frac{f_1(\omega_1)S_1G_1}{2h}u^2 + \frac{f_2(\omega_2)S_2G_2u_2}{h} [u_2 - (u + u_2)e^{-\frac{u}{u_2}}] - mgusin\beta \quad (20)$$

将式(20)在 $u = u_0 = 3u_2$ 处作 Taylor 公式展开,截取至 5 次项,整理可得边坡系统能量函数的表达式为

$$V = -\frac{9f_2(\omega_2)S_2G_2u_0^2e^{-3}}{40h} (x^5 - \frac{20}{9}x^3 + \frac{5}{2}qx^2 + 5rx + C), \quad (21)$$

$$C = -\frac{20}{9}f_2\zeta - \frac{40}{81}(e^3 - 4) + \frac{40\delta}{9f_2(\omega_2)}$$

$$= -\frac{20}{9}f_2\zeta + \frac{40\delta}{9f_2(\omega_2)} - 7.94, \quad (22)$$

式(21)、(22)中的参数与式(9)~(16)中表示的含义相同。

系统突跳前后所释放出的能量为

$$\Delta V = V(x_1) - V(x_2) = -\frac{9f_2(\omega_2)S_2G_2u_0^2e^{-3}}{40h} [x_1^5 - x_2^5 - \frac{20}{9}(x_1^3 - x_2^3) + \frac{5}{2}q(x_1^2 - x_2^2) + 5r(x_1 - x_2)] \quad (23)$$

由式(20)可知,边坡系统失稳所释放出的能量与系统几何特征、岩体参数、水致弱化函数有关。说明影响边坡稳定性的因素较多,因参数的变化其能量也发生变化,说明边坡是一个复杂的开放系统。

表 2 计算了边坡系统的 2 种失稳情况下状态变量 x 的解。

表 2 系统状态变量 x 的解

r	条件	x
0	$q=0, r=0$	0, 1.154 7
0.2	$q=0, 0 < r < 4/9$	$\pm 0.415 0, \pm 1.077 5$

取式(23)中层状岩质边坡软弱夹层的参数为 $f_2(\omega_2) = 0.5; S_2 = 40 \text{ m}, G_2 = 3.6 \times 10^6 \text{ kPa}; u_0 = 0.4 \text{ m}; h = 0.2 \text{ m}$ 。

结合表 2 的参数,则计算出了边坡系统失稳所释放出的能量为

$$r=0, \Delta V = 8.83 \times 10^5 \text{ kJ};$$

$$r=0.2, \Delta V = 3.35 \times 10^5 \text{ kJ}.$$

边坡岩体在长期缓慢的蠕变变形中,常是急剧

变形破坏(例如滑动、崩塌等)的渐变阶段。由于边坡岩体的蠕变变形,会逐渐改变边坡岩体的平衡条件,一旦达到并超过极限平衡条件时,岩体就发生急剧变形(出现滑坡、崩塌等变形破坏)。急剧变形的结果,将使边坡岩体达到新的平衡稳定状态,接着又开始了下一循环的蠕变变形。从开始蠕变变形到发生急剧变形,可能是个漫长的阶段,也可能很快发生。广义上来说,边坡岩体始终是处在变形破坏的过程中,即处在蠕变→急变→蠕变的循环发展过程中。

3 结 论

1)考虑影响边坡稳定性多因素的基础上,结合前人已建的地质力学模型,运用燕尾突变理论,建立了边坡系统较完善的燕尾突变模型。

2)分析了边坡系统失稳前后所释放出的能量,因参数的变化其能量也发生变化,说明边坡是一个复杂的开放系统,与外界环境存在物质和能量的交换,其边坡的变形过程为:蠕变→急变→蠕变的循环发展过程中。

3)为了建立更完善的边坡突变理论模型,岩土体本构关系还待于进一步的研究。

参考文献:

- [1] 许江,鲜学福,唐建新,等.论三峡库区地质灾害的非线性科学理论与控制[J].重庆大学学报,2002,25(5):119-123.
XU JIANG, XIAN XUE-FU, TANG JIAN-XIN, et al. Nonlinear science and control about the geological hazards in the three gorges reservoir area[J]. Journal of Chongqing University, 2002, 25(5):119-123.
- [2] 郑颖人,刘兴华.近代非线性科学与岩石力学问题[J].岩土工程学报,1996,18(1):98-100.
ZHENG YING-REN, LIU XING-HUA. Modern nonlinear science and rock mechanics problems [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 18(1): 98-100.
- [3] 黄润秋,许强.非线性理论在工程地质中的应用[J].中国科学基金,1996(2):79-84.
HUANG RUN-QIU, XU QIANG. The application of nonlinear theory in engineering geology[J]. Bulletin of National Science Foundation of China, 1996(2): 79-84.
- [4] 秦四清,张倬元,王士天,等.非线性工程地质学导引[M].西南交通大学出版社,1993.
- [5] 秦四清.斜坡失稳的突变模型与混沌机制[J].岩石力学与工程学报,2000,19(4):486-492.

- QIN SI-QING. Nonlinear catastrophe model of slope instability and chaotic dynamics mechanism of slope evolution process [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19(4):486-492.
- [6] 秦四清.斜坡失稳过程的非线性演化机制与物理预报[J].岩土工程学报,2005,27(11):1241-1248.
QIN SI-QING. Nonlinear evolutionary mechanisms and physical prediction of instability of planar-sli Pslope[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(11):1241-1248.
- [7] 张于新,孙钧.三峡岩体边坡稳定的块体力学分形研究[J].自然灾害学报,1997,6(2):1-7.
ZHANG YU-XIN, SUN JUN. A fractal research on block mechanics of slope rock stabilization in the three gorges[J]. Journal of Natural Disasters, 1997, 6(2): 1-7.
- [8] 哈秋聆.岩石边坡工程与卸荷非线性岩石(体)力学[J].岩石力学与工程学报,1997,16(4):386-391.
HA QIU-LING. Rock slope engineering and unloading nonlinear rock mass mechanics[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1997, 16(4): 386-391.
- [9] 刘文方,隋严春,周菊芳.含软弱夹层岩体边坡的突变模式分析[J].岩石力学与工程学报,2006,25(S1):2663-2669.
LIU WEN-FANG, SUI YAN-CHUN, ZHOU JU-FANG. Catastrophe analysis of rock mass slope with weak intercalated layers[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(S1): 2663-2669.
- [10] 雷谦荣.边坡中地下水压力问题的探讨[J].工程勘察,1997(1):29-32.
LEI QIAN-RONG. The probe into underground water pressure in slope[J]. Geotechnical Investigation and Surveying, 1997(1): 29-32.
- [11] 何满潮,姚爱军,鹿粗,等.边坡岩体水力学作用的研究[J].岩石力学与工程学报,1998,17(6):662-666.
HE MAN-CHAO, YAO AI-JUN, LU CU. Study of mechanical functions of underground water in slope rockmass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1998, 17(6):662-666.
- [12] 殷有泉,杜静.地震过程中的燕尾突变模型[J].地震学报,1994,16(4):416-421.
YIN YOU-QUAN, DU JING. The model of govtail mutation during the occurring of earthquake[J]. Acta seismologica Sinica, 1994, 16(4): 416-421.