文章编号:1000-582X(2008)09-1050-04

# 采用导频子载波的 OFDM 系统频偏跟踪算法

#### 谭晓衡,陈 丽

(重庆大学 通信工程学院,重庆 400030)

摘 要:为了进一步提高多径快衰落环境下,正交频分复用(orthogonal frequency-division multiplexing,OFDM)系统的载波频偏估计精度,研究了利用在 OFDM 符号中插入的导频子载波进行小数倍频偏跟踪的算法在多径快衰落信道下的频偏跟踪性能。通过与常规的基于循环前缀的跟踪算法进行比较,采用导频子载波的频偏跟踪算法,不仅在高斯白噪声信道下能达到很好的频偏跟踪性能,而且在多径快衰落信道下也能实现更准确的频偏估计,因此采用导频子载波的算法更适合用于多径快衰落信道下的频偏跟踪。

## Frequency offset tracking algorithm for orthogonal frequency-division multiplexing systems using a pilot sub-carrier

#### TAN Xiao-heng, CHEN Li

(College of Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, P.R. China)

**Abstract**: To improve the estimation precision of the carrier frequency offset in a multi-path fast fading environment, the performance of the frequency offset tracking algorithm using a pilot sub-carrier was studied extensively. Comparing with the frequency offset tracking algorithm based on a cyclic prefix, a frequency offset tracking algorithm using a pilot sub-carrier can not only derive better frequency offset tracking performance in the AWGN channel, but also obtain exact frequency offset estimation in multi-path fast fading channels. The algorithm using a pilot sub-carrier therefore is more suitable for frequency offset tracking in the multi-path fast fading channels.

**Key words**: orthogonal frequency-division multiplexing (OFDM); frequency synchronization; pilot subcarrier; cyclic prefix (CP)

正交频分复用(orthogonal frequeng-division multiplexing, OFDM)系统将所传输的数据符号并 行调制在相互之间重叠正交的多个子载波上来传 输。一方面,数据符号串并变换使每个子载波上的 符号周期相对地增长,最大限度地减轻由无线信道 的多径时延扩展所产生的时间弥散性对系统造成的 影响,避免频率选择性衰落;另一方面,子载波之间 正交,有效利用带宽,提高系统容量。因此 OFDM 系统特别适用于多径无线信道环境下高速率数据的 传输。但是由于在 OFDM 系统中各个子载波是相 互叠加且正交的,所以与单载波系统相比,OFDM 系统对同步偏差要敏感得多,存在偏移时,OFDM 各子载波间正交性被破坏从而引发同信道干扰,系 统性能急剧恶化<sup>[1-3]</sup>。其中,载波频率的同步更是尤 为重要,整数个子载波的频率偏移使输出子载波循 环移位;小数部分频率偏移导致 OFDM 子载波间干

收稿日期:2008-06-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(30570473);重庆市自然科学基金资助项目(2005BB2195)

作者简介:谭晓衡(1976-),男,重庆大学副教授,博士,主要从事无线通信系统、测控及遥感信息传输、扩频通信等方向研究,(Tel)013752935845;(E-mail)txh@cqu.edu.cn。

扰<sup>[2-5]</sup>。对于载波同步,许多文献进行了研究和讨 论,特别对于跟踪阶段的小数频偏的估计,采用判决 反馈的方法<sup>[3]</sup>可以很好地将剩余频偏限制在子载波 间隔的 2%以内,但数学推导复杂;采用训练序列的 方法<sup>[2]</sup>,要达到较高的估计精度就必须加长训练序 列的长度,且若要对抗快变信道,就要插入较多的 训练序列,降低了系统数据的传输效率;而采用循环 前缀的最大似然估计算法<sup>[4-8]</sup>虽然不会降低系统传 输效率,跟踪范围较大,但在多径信道下性能较差。 笔者通过仿真分析比较了利用循环前缀的最大似然 估计算法<sup>[4-8]</sup>和基于导频的频偏估计算法在高斯白

噪声信道和多径衰落信道中的性能,指出其中基于 导频的频率跟踪算法不仅能够在高斯白噪声信道, 而且能够在多径衰落信道下准确地估计小数倍的载 波频率偏差,而且不需迭代就可以达到很高的估计 精度,计算简单,可以认为该算法是一种高效的载波 同步跟踪算法。

#### 1 OFDM 系统模型

假设 N 为 OFDM 所作 FFT 点数,  $N_u$  为使用的子载波的个数。 $X_k$  为传输的调制符号,则作IFFT 后的输出为:

$$xn = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{Nu-1} X_k \exp\left(\frac{j2\pi kn}{N}\right), n = 0, 1, \cdots, N-1,$$
(1)

加入循环前缀后,一个 OFDM 符号可以表示为  $\{x_{N-N_g}, \dots, x_{N-1}, x_0, \dots, x_{N-1}\},$  (2)

其中 N<sub>g</sub> 个点为循环前缀,是同一个 OFDM 符 号中最后 N<sub>g</sub> 个点的复制,用于消除符号间的干扰, 当存在频率偏移时,接收端第 k 个抽样时刻的信号 可表示为

$$r(k) = s(k-\theta)e^{j2\pi\epsilon/N} + n(k), \qquad (3)$$

其中:ε表示频率偏移被子载波间隔归一化后值;θ 表示定时误差;r(k)为接收信号的第 k 个时刻的抽 样值;s(k)为发射信号第 k 时刻的抽样值;n(k)为信 道中的加性高斯白噪声在第 k 个时刻的抽样值。对 OFDM 系统,当频率偏移为零时,各个子载波间是 正交的;当存在频率偏移时,子载波间存在干扰,系 统性能会急剧下降。

#### 2 基于循环前缀的频率同步算法

该算法主要是利用循环前缀的性质得到定时和 频率偏移估计的最大似然函数,然后进行估计。可 推导出定时偏差和频率偏差的最大估计值

$$\overset{\wedge}{d}_{\mathrm{ML}} = \operatorname{argmax}[|\gamma(d)| - \rho \Phi(d)], \quad (4)$$

$$\Delta \hat{f}_{\rm ML}(d) = -\frac{1}{2\pi} \angle \gamma(\hat{d}_{\rm ML}), \qquad (5)$$

$$\gamma(m) = \sum_{k=m}^{m+L-1} r(k) r^* (k+N), \qquad (6)$$

$$\Phi(m) = \frac{1}{2} \sum_{k=m}^{m+L-1} |r(k)|^2 + |r(k+N)|^2, \quad (7)$$

$$\rho = \left| \frac{E[r(n)r^*(n+N)]}{\sqrt{E[|r(n)|]^2 E[|r(n+N)|]^2}} \right| = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma n^2} = \frac{\mathrm{SNR}}{\mathrm{SNR} + 1}, \quad (8)$$

其中: $\rho$ 表示r(n)和r(n+N)之间的相关系数的幅度; $\angle \gamma(d)$ 表示复数 $\gamma(d)$ 的幅角; $\gamma(m)$ 表示连续L个相距N的样值对之间相关值之和。

### 3 基于导频符号的频率跟踪同步算法 性能分析

导频是在发送端 OFDM 符号固定位置子载波 上发送的固定数据,是一种常见的进行同步,信道估 计和相位校正的手段,文献[9-12]中提出了利用导 频实现频偏粗同步的方法,可将剩余的归一化频偏 控制在[-0.25,0.25]之间,实际应用中,近似的还 可以利用导频来估计残留的小数倍频偏。

假定没有时间偏差和采样时钟偏差的条件下, 接收机的输出可表示成

$$Y(l,k) = e^{j2\pi\varepsilon l \frac{Ng+N}{N}} \sin c(\pi\varepsilon) X_{l,k} H_{l,k} + n_{l,k} + n_{\varepsilon}(l,k)$$
(9)

其中  $\varepsilon$  是归一化频偏,载波频偏引起的 ICI 被 等效为噪声  $n\varepsilon(l,k)$ 。从式(9)可以看到,频偏使接 收信号产生随时间变化的相位旋转  $e^{j2\pi e^{Nx+N}}$ ,因此, 可以利用 2 个 OFDM 符号中的导频相位变化的差 值估计出小数频偏,将前后 2 个导频共轭相乘得到 各个子载波上的相位变化量:

$$\Lambda_{l,k} = Y_{l,k} \cdot Y_{l-1,k}^* = e^{j2\pi \frac{Nk+N}{N}} \cdot A \cdot |H_k|^2, (10)$$
求出符号中所有导频位置上的平均相位

$$\varphi_l = \arg \left[ \sum_{k \in P} \Lambda_{l,k} \right], \tag{11}$$

其中:P是符号中导频位置的集合。由式(11)可以 得到小数频偏的估计值

۶

$$=\frac{N_{\varphi}}{2\pi(N_g+N)},\qquad(12)$$

该方法的估计范围为
$$\left[-\frac{N}{2(N_g+N)}, \frac{N}{2(N_g+N)}\right]$$

个子载波间隔。

假如上述公式中用于计算的 2 个导频符号分别 属于第 n 个 OFDM 符号和第 n+D 个 OFDM 符号, 且信道变化足够慢,第 n 个符号和第 n+D 个符号 之间频偏和信道都不变,则小数频偏估计为

$$E = \frac{N_{\varphi}}{2\pi (N_g + N)D},$$
(13)

小数频偏估计的范围为 $\left[-\frac{N}{2(N_s+N)D}\right]$ ,估计精度提高。

#### 4 算法仿真

分别采用基于循环前缀的方法和上面所述的基 于导频子载波的方法进行频偏估计<sup>[13-15]</sup>,使用 MATLAB对它们在AWGN信道和多径衰落信道 下性能进行了仿真对比。仿真采用的参数为:子载 波N=256,其中200个传输数据,每隔8个子载波 插入一个随机导频,其余作为保护频带;循环前缀 L=32,信噪比SNR=10 dB,采样频率为4 MHz, QPSK调制,子载波间隔为3.5 M/256 Hz。多普勒 频移为200 Hz,可分离的多径数为6径,多径时延 分别为500、750、1000、1250、2250、3250 ns;各径 的平均功率为一1.9、一3、一6、一7.8、一10.4、 一18.2 dB。仿真图中,横坐标的单位是子载波间隔 的倍数,纵坐标的单位也是子载波间隔的倍数。

图 1、2 是分别在高斯白噪声信道和多径衰落信 道下,采用基于循环前缀的似然算法在频率偏差 f 为 0~0.5 个子载波间隔内的仿真结果。仿真了实 际频偏与算法估计频偏值之间的误差曲线。由图可 以得到,基于循环前缀的算法在高斯白噪声信道的 频率估计性能很好,频率估计范围大概在 0.5 个子 载波间隔之内,且精度很高,估计误差小于 2%子载 波间隔,但在多径衰落信道中,由于循环前缀的相关 性遭到破坏,所以这种方法性能极具降低,估计误差 随着频偏的增加而变大,最大已超过 10%子载波间 隔,所以在在多径衰落信道中,几乎不能用来进行频 偏估计。



图 3 是采用基于导频的频偏估计算法在 AWGN信道条件下的实际频偏与频偏算法估计值 误差曲线,且分别取 D=1和 D=3,当频率偏差  $f \downarrow 0 \sim 0.5$ 个子载波间隔时的仿真结果。可看出, 使用导频的方法,当 D=1时,可以在 0.3 个载波间 隔内精确跟踪频偏;当 D=3时,能在 0.1 个载波间 隔内准确跟踪。



图 3 AWGN 信道, D=1 和 D=3 时实际频偏与频偏估计误差

图 4 是在多径衰落信道,采用基于导频的频偏 估计算法,频率偏差 f 从 0~0.35 个子载波间隔,采 用 2 个连续 OFDM 符号内的导频,即取 D=1 时的 实际频偏与频偏算法估计值误差曲线仿真结果。可 见,当 D=1 时,在频偏小于 0.3 个子载波间隔的范 围内,估计误差小于 2%,基本可以满足要求。



图 5、6 是在多径衰落信道,采用基于导频的频

偏估计算法,频率偏差  $f \downarrow 0 \sim 0.2$ 个子载波间隔, 取 D=1 和 D=3 的 2 种仿真情况。图 5 为实际频 偏与频偏估计值,图 6 为频偏估计误差曲线。可以 看到,在多径信道情况下,基于导频进行频偏估计的 方法比基于循环前缀的方法精度高,并且用于频偏 估计的 2 个导频符号距离越远,估计的精度也越高, 但同时估计范围缩小。从仿真可看出,随着 D 的增 加,精度提高的速度减慢,2 个符号离得越远,则对 信道的时变性要求也越高,需要信道在更长的时间 内保持基本不变,因此,D 的取值要折中。



图 5 多径衰落信道 D=1 和 D=3 时的实际频偏与频偏估计值



图 6 多径衰落信道 D=1 和 D=3 时的实际频偏与频偏估计误差

#### 5 结 论

通过 MATLAB 仿真分析了基于导频子载波的 频偏估计算法在频偏跟踪时的性能,从仿真结果可 以得到,基于导频子载波的小数频偏跟踪算法无论 在 AWGN 信道或是多径衰落信道下都能达到很好 的估计效果。不过这种算法的频偏估计范围在0.25 个载波间隔之内,超出此范围其估计精度将急剧下 降,所以必须与估计范围较大的其它频偏捕获算法 联合使用,此算法适宜于频偏跟踪阶段。 参考文献:

- [1] MOOSE P H. A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction [J].
   IEEE Transactions on Communications, 1994, 42(10): 2908-2914.
- [2] KIM Y H. An efficient frequency offset estimator for OFDM systems and its performance characteristics[J].
   IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2001, 50(5):1307-1312.
- [ 3 ] DU Y, ZHANG X M, ZHU P C. A signal reconstruction CFO blind tracking algorithm for OFDM system in multipart channels[C]// Proceedings of PIMRC'03. Beijing:[s. n.], 2003,9:874-876.
- [4] VAN DE BEEK J J, SANDELL M, BORJESSON P O. ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(7): 1800-1805.
- [5] HAN D S, SEE J H, KIM J J. Fast carrier frequency offset compensation in OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2001, 47(3): 364-369.
- [6] REN G L, C Y L, ZHANG H, et al. Synchronization method based on a new constant envelop preamble for OFDM systems [J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2005, 51(1):139-143.
- [7] 尹长川, 罗涛, 乐光新. 多载波宽带无线通信技术[M]. 北京:北京邮电大学出版社, 2004.
- [8] ZHANG Z S, LONG K P, ZHAO M, et al. Joint frame synchronization and frequency offset estimationin in OFDM systems [J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2005, 51(3): 389-394.
- [9] 吉华芳. 超宽带无线通信系统中同步技术的研究[D]. 南京:东南大学,2005.
- [10] LEI W, LU J H, GU J. A new pilot assisted frequency synchronization for wireless OFDM systems [J]. Proceedings of Speech and Signal, 2003(4):700-701.
- [11] LEE J H, HAN J C, KIM S C. Joint carrier frequency synchronization and channel estimation for OFDM systems via the EM algorithm[J]. IEEE Transactions on Communication, 2006, 55(1): 167-172.
- [12] PENG D, YIN C C, LUO T, et al. An efficient joint algorithm of carrier frequency synchronization for OFDM in high mobile environment [J]. Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 2005,23:269-273.
- [13] WANG L, CHANG H. A timing synchronization and frequency offset estimation for OFDM systems based on PN (pseudo-noise) sequence [J]. Electronic Measurement and Instruments, 2007,18,1-652.
- [14] PARK B, CHEON H, KANG C, et al. A novel timing estimation method for OFDM systems [J]. IEEE Communications Letters, 2003, 7(5):239-241.
- [15] MINN H M, LETAIEF K B. A robust timing and frequency synchronization for OFDM systems [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2003,2(4):822-839.

(编辑 侯 湘)