

文章编号:1000-582X(2008)11-1273-04

# 梁体变形计算体外预应力筋应力增量

朱正伟<sup>1</sup>, 刘东燕<sup>1</sup>, 彭文轩<sup>1</sup>, 董倩<sup>2</sup>

(1. 重庆大学 土木工程学院 重庆 400030; 2. 重庆科技学院 建筑工程学院, 重庆 400042)

**摘要:**从结构变形分析着手,建立了不同布筋形式下简支梁在正常使用荷载阶段体外预应力筋伸长的计算模型,运用面向对象方法编制了基于能量原理的 Windows 应力增量计算程序 SICPEM,并运用该程序计算了6根试验梁和体外预应力筋水平自由长度,计算的体外预应力筋应力增量与试验结果之比的均值为0.895,标准差为0.013;计算出水平体外预应力筋可以忽略二次效应的长度为梁高的10倍,与相关文献吻合良好。

**关键词:**体外预应力;体外预应力筋;应力增量;变形

中图分类号:TU445.7+2

文献标志码:A

## Calculation models of stress increment of prestressing tendons using the deformation of externally prestressed beams

ZHU Zheng-wei<sup>1</sup>, LIU Dong-yan<sup>1</sup>, PENG Wen-xuan<sup>1</sup>, DONG Qian<sup>2</sup>

(1. College of Civil Engineering of Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China;

2. Department of Civil Engineering and Architecture, Chongqing University of Science & Technology, Chongqing 400042, P. R. China)

**Abstract:** Based on structural deformation analysis, we developed calculation models of externally prestressing tendon stresses increments for simply supported beams on service loads. The Windows program SICPEM for calculating stress increments, based on energy principle, was programmed using the object-oriented method. Six beams results, tested by Tan, and the free length of externally straight tendons were recomputed by the program. The ratio of computed results to test results is 0.895, and the standard deviation is 0.013. Furthermore, the free length of externally straight tendons, for which the second-order effect can be ignored safely, is ten times beam depth. This coincides with the reference literature.

**Key words:** external prestressing force; externally prestressed tendons; stress increment; deformation

体外预应力筋应力增量一直是体外预应力混凝土结构研究的重点问题<sup>[1-4]</sup>,也是很多学者研究的重要内容<sup>[5-9]</sup>,文献[5]建立了体外预应力砼结构中体外索的非线性分析模型,文献[6]分析了若干体外索应力水平的影响因素,文献[7]分析了正在使用的体外预应力加固梁桥的特性和刚度,文献[8]建立了有体外索梁的有限元模型。文献[9]建立了体外预应

力梁基于有限单元法的考虑材料和几何非线性的数值分析模型,并对试验梁的特征参数、体外预应力增量、摩擦滑移效应和二次效应等进行了分析。诸多国家<sup>[10-11]</sup>都规定了应力增量的计算,如美国、英国、西班牙、加拿大及中国的规范等。但这些方法一般都是基于大量的试验统计结果而建立的计算公式。由于试验考虑因素及试验数量的局限性,向装置外,

收稿日期:2008-03-12

基金项目:重庆市建委资助项目(城科学2006第42号);重庆市自然科学基金资助项目(2006BB0170)

作者简介:朱正伟(1975-),男,重庆大学博士生,主要从事体外预应力技术和岩土工程方向研究,(Tel)6511123;

(E-mail)zwjjs@cqu.edu.cn。

欢迎访问重庆大学期刊网 <http://qks.cqu.edu.cn>

体外预应力筋与梁体混凝土可产生自由的这些结果不可能考虑全部影响因素,因而都具有一定的适用范围,而且试验统计方法也不能够从结构受力机理上阐述体外预应力筋应力增量的本质。事实上,体外预应力筋的变形是受制于结构变形的,除在锚固块和转向装置外,体外预应力筋与梁体结构可产生自由的相对运动,体外预应力筋与混凝土截面之间的变形不再协调,凡是影响结构变形的因素都会影响体外预应力筋的应力增量。因此,要从结构变形分析着手,才可能建立既符合结构受力机理又能够适应各种不同情形的体外预应力混凝土结构的计算方法,从根本上解决体外预应力筋应力变化的问题。

文献[2]提出了一个可使无粘结预应力筋的极限应力计算从大量的数据回归过渡到机理分析模型,计算模型如图 1 所示,使得正常使用极限状态和承载能力极限状态无粘结预应力筋应力变化的计算得到协调和算法上的统一,建立了基于跨中挠度的力筋增量计算公式,并以此计算了文献[5]的 6 根体外预应力试验梁,但其结果不理想,这是因为体外预应力虽然是无粘结预应力的分支,但二者应力增量的计算是有很大区别的。

文献[2]建立的模型是基于直线型布筋的,由于二次效应的存在使得直线布筋的使用范围受到很大的限制而必须设置转向块<sup>[12-13]</sup>。但转向块的存在使得梁的弹性强度比直线布筋的要好<sup>[14]</sup>,因此,对不同布筋形式仍采用统一的公式势必不完全适用。有

鉴于此,笔者将建立直线布筋、有转向布筋,基于结构变形的体外预应力筋应力增量计算公式。

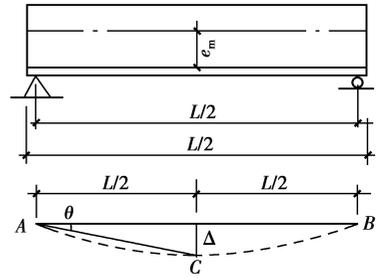


图 1 文献[2]的分析模型

### 1 体外预应力筋伸长的推导

梁受荷发生变形,各截面不仅有挠度,还有转角,这就为只在锚固块和转向装置处与梁变形协调的体外预应力筋伸长的计算提供了保证。将基于结构的变形,而不只是跨中的挠度来计算体外预应力筋的应力增量。为此,首先推导体外预应力筋的伸长。研究的分析模型是简支梁直线布筋、直线单转向布筋、折线单转向和双转向布筋 4 种情况,如图 2 所示。 $e, e_1, e_2$  为体外预应力筋的偏心距,  $L$  为其跨度,  $\theta_A, \theta_B$  为梁端转角,  $e.g.$  为梁截面形心轴,  $\alpha$  为体外预应力筋与水平向的夹角。

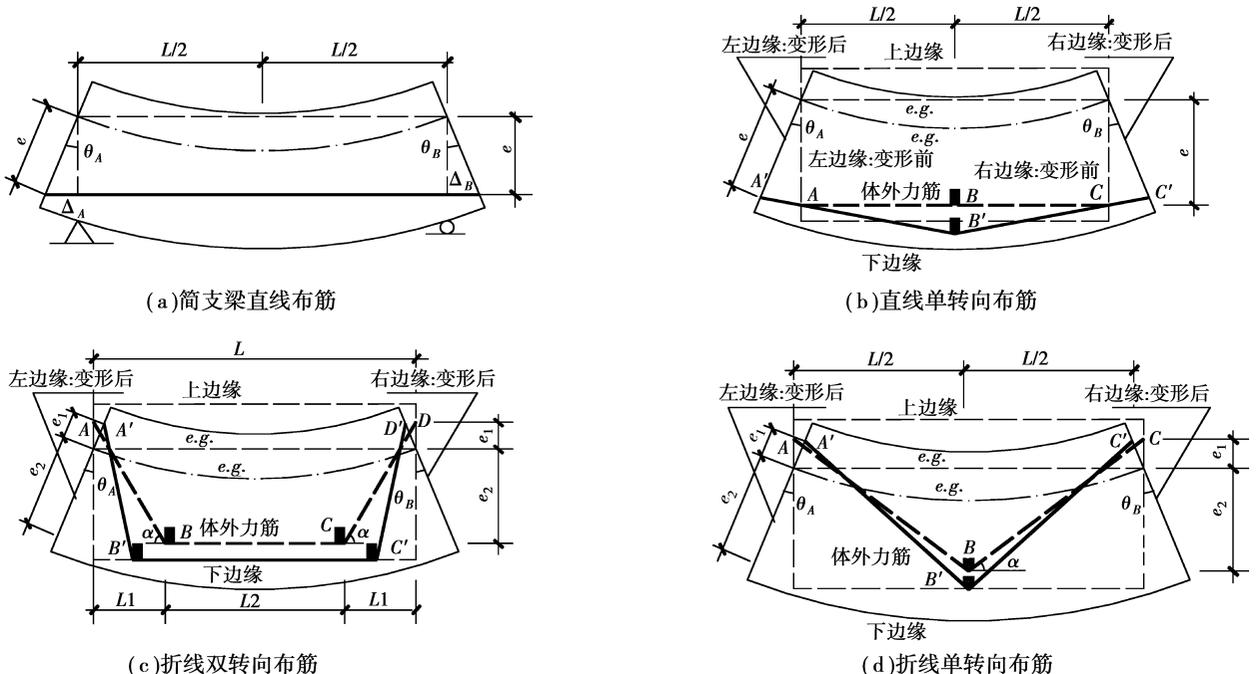


图 2 分析模型

#### 1.1 直线布筋无转向

如图 2(a) 示,易知,体外预应力筋的伸长

$$\begin{aligned} \Delta L &= \Delta L_A + \Delta L_B = e \cdot \sin \theta_A + \\ &e \cdot \sin \theta_B \approx (\theta_A + \theta_B) e. \end{aligned} \quad (1)$$

根据小变形原理,用  $\theta_A$  代替  $\sin \theta_A$  的误差是可以忽略的。

### 1.2 折线单转向布筋

如图 2(d) 示,由于 A, C 点在支座上,忽略了其竖向变形的影响,体外预应力筋斜向布置效应如图 3 所示。则

$$\begin{aligned} \Delta L_A &= -X_A \cdot \cos \alpha \approx -e_1 \theta_A \cdot \cos \alpha; \\ \Delta L_B^- &= -X_B \cdot \cos \alpha + Z_B \cdot \sin \alpha \approx \\ & -e_2 \theta_B \cdot \cos \alpha + Z_B \cdot \sin \alpha, \end{aligned}$$

有

$$\Delta L \approx e_1(\theta_C - \theta_A) \cdot \cos \alpha + e_2(\theta_{B^+} - \theta_{B^-}) \cdot \cos \alpha + Z_B \cdot 2 \sin \alpha. \quad (2)$$

根据梁的变形分析,由于  $\theta_B < \theta_A$ , 故用  $\theta_B$  代替  $\sin \theta_B$  是可以的。

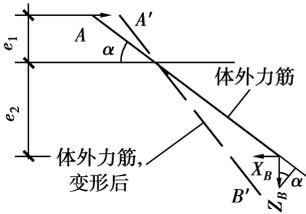


图 3 力筋斜向布置的效应

### 1.3 折线双转向布筋

如图 2(c) 所示,体外预应力筋包括 2 根斜向筋和 1 根水平筋,斜向筋的影响如图 3 示,水平筋的影响可按图 4 所示的方法求得,有

$$\Delta L_{B^+} \approx \theta_B \cdot e_2, \Delta L_{C^-} \approx -\theta_C \cdot e_2.$$

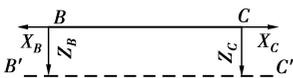


图 4 双转向水平筋的效应

从而,

$$\begin{aligned} \Delta L \approx & (\theta_D - \theta_A) e_1 \cos \alpha + e_2 \theta_B (1 - \cos \alpha) + \\ & (Z_B + Z_C) \cdot \sin \alpha + e_2 \theta_C (\cos \alpha - 1). \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $Z_B, Z_C$  分别为梁在 B, C 点的竖向变形。

### 1.4 直线单转向布筋

可按图 2(b) 的方法求得

$$\Delta L = e_1(\theta_C + \theta_A) \cdot \cos \alpha + e_2(\theta_{B^+} - \theta_{B^-}) \cdot \cos \alpha + Z_B \cdot 2 \sin \alpha. \quad (4)$$

## 2 体外预应力筋应力增量的计算

体外预应力筋应力增量  $\Delta \sigma_p$  按下式计算

$$\Delta \sigma_p = E_p \frac{\Delta L}{L}. \quad (5)$$

对不同的情况,把相应的  $\Delta L$  代入即可。式中  $E_p$  为体外预应力筋的弹性模量。

### 2.1 转角和挠度的计算

从推得的体外预应力筋伸长公式看,每种情况都是与梁的转角和竖向位移相关的,这也说明了体外预应力结构在锚固块和转向装置处与梁变形协调的机理。而梁的转角和竖向位移都可以用其变形曲线推出,因此,只要能够找到梁的变形曲线,便可方便地根据相关法则求得梁端和转向装置处的转角和挠度,求出体外预应力筋的伸长,从而算出体外预应力筋的应力增量。

变形曲线的选取,可以根据相关文献的建议选用,也可按照笔者的相关建议<sup>[15]</sup>选用。

### 2.2 体外预应力筋应力增量的计算

利用能量原理可以求解弹塑性力学的问题。笔者使用面向对象的方法编制了 Windows 下基于研究思路的应力增量计算程序 SICPEM,该程序由主程序和子程序组成,操作简单,经众多试验数据验证,程序运行良好,结果稳定。

## 3 试验结果

### 3.1 体外预应力筋应力增量

Tan<sup>[14]</sup> 在 1997 年做了 6 根 T 型体外预应力梁的试验,梁的跨度、截面形式、配筋等情况详文献[14]。利用 SICPEM 以及文献[2]的公式,笔者对这批体外预应力梁的试验结果进行了计算及比较,见表 1。

表 1 使用阶段理论计算与试验结果的比较

试验编号	$\sigma_T$	$\Delta \sigma_T$	$\Delta \sigma_1$	$\Delta \sigma_2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_1 / \sigma_T$	$\sigma_2 / \sigma_T$	$\Delta \sigma_1 / \Delta \sigma_T$	$\Delta \sigma_2 / \Delta \sigma_T$
T-0	1 366	69	52	67.7	1 349	1 364.7	0.988	0.999	0.754	0.981
T-1	1 282	85	60	75.8	1 257	1 272.8	0.980	0.993	0.706	0.892
T-1A	488	161	122	145.2	449	472.2	0.920	0.968	0.758	0.902
T-1D	426	138	117	120.3	405	408.3	0.951	0.958	0.848	0.872
T-1B	835	85	71	76.6	821	826.6	0.983	0.990	0.835	0.901
T-2	1 276	94	61	77.3	1 243	1 259.3	0.974	0.987	0.649	0.822
						平均值	0.966	0.982	0.758	0.895
						标准差	0.003	0.001	0.029	0.013

注:  $\sigma_T$  为试验梁实测应力值,  $\Delta \sigma_T$  为试验梁实测应力增量,  $\sigma_1, \Delta \sigma_1$  为文献[2]的计算结果,  $\sigma_2, \Delta \sigma_2$  为 SICPEM 的计算结果。

从表 1 可以得出,用文献[2]的方法计算出的体外预应力筋应力增量与实测结果之比的均值为

0.758, 标准差为 0.029, 而研究方法的计算结果与实测结果之比的均值为 0.895, 标准差为 0.013; 体

外预应力筋的计算应力与实测应力之比为 0.982, 标准差为 0.001。这不仅说明了研究方法的计算精度, 也说明了体外预应力与无粘结预应力力筋应力增量的计算是不一样的。

### 3.2 水平体外预应力筋自由长度

应用编制的程序, 笔者研究了某简支箱梁直线布置体外预应力筋的水平自由长度, 体外预应力筋布置如图 2(a), 转向装置布置: 1 个转向的设在梁跨中, 2 个的分设在  $L/4, 3L/4$  处, 3 个的分设在  $L/4, L/2, 3L/4$  处<sup>[1]</sup>。混凝土强度等级 C40, 体外预应力筋弹性模量  $1.8 \times 10^5$  MPa、面积  $2.8 \text{ cm}^2$ 、偏心距 12 cm, 均布荷载  $50 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$ , 横截面见图 5, 计算结果见表 2。

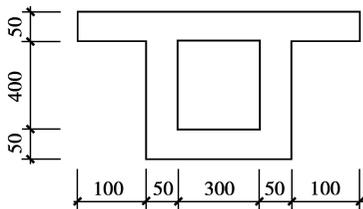


图 5 箱型截面尺寸示意图

表 2 水平体外预应力筋自由长度计算误差分析 m

转向装置数	跨度 $L$				
	3.5	5.0	7.5	10.0	
0	绝对误差	0.189	-0.188	-10.962	-32.197
	相对误差%	1.16	-0.55	-11.25	-18.06
1	绝对误差	0.221	0.083	-3.529	-6.725
	相对误差%	1.35	0.24	-3.62	-3.77
2	绝对误差	-0.021	-0.044	-2.29	-5.524
	相对误差%	-0.13	-0.13	-2.35	-3.10
力法/MPa	16.362	33.966	97.435	178.311	

说明: 误差的计算以力法为基准, 力法是沿跨长均匀设置 3 个转向装置计算的。

从表 2 可以得出, 当体外预应力筋水平自由长度与截面高度的比值为 10 时, 其二次效应可以安全地忽略(相对误差绝对值均不超过 3.77%)。

## 4 结 论

综上所述, 体外预应力筋应力增量的计算与无粘结预应力筋是不一样的; 笔者建立的不同布筋形式下简支梁体外力筋伸长计算模型是正确的; 基于能量原理的应力增量计算公式和编制的程序经相关试验结果的验证是稳定、可行的, 是能够反映结构受力机理和体外预应力筋应力变化情况的。利用该程序进行计算, 当体外预应力筋水平自由长度为 10 倍梁高时, 二次效应可以安全地忽略。

### 参考文献:

[1] 朱正伟. 基于能量法的体外预应力筋应力增量计算方法研究[D]. 重庆: 重庆大学桥梁与隧道工程, 2005.  
 [2] 杜进生, 刘西拉. 基于结构变形的无粘结预应力筋应力变化研究[J]. 土木工程学报, 2003, 36(8):12-19.

variations of unbonded prestressed tendon stresses based upon the structural deformation [J]. China Civil Engineering Journal, 2003, 36(8):12-19.

- [3] 徐栋, 赵瑜, 朱骏. 体外预应力在大跨连续刚构抗剪设计中的应用[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2007, 35(11):1455-1459.  
 XU DONG, ZHAO YU, ZHU JUN. Application of external prestressing technique in shear-resistance design of large-span continuous rigid frame bridges [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2007, 35(11):1455-1459.  
 [4] 黄侨, 关彦超. 桥梁体外预应力筋极限应力计算方法的评价与分析[J]. 公路, 2007(12):45-50.  
 HUANG QIAO, GUAN YAN-CHAO. Evaluation and analysis of calculating method of ultimate stress in external prestressing tendons of bridges[J]. Highway, 2007(12):45-50.  
 [5] WU X H, LU X L. Tendon model for nonlinear analysis of externally prestressed concrete structures[J]. Journal of Structural Engineering, 2003, 129(1): 96-104.  
 [6] GHALLAB A, BEEBY A W. Factors affecting the external prestressing stress in externally strengthened prestressed concrete beams[J]. Cement & Concrete Composites, 2005, 27(9):945-957.  
 [7] PARK Y H, PARK C, PARK Y G. The behavior of an in-service plate girder bridge strengthened with external prestressing tendons [J]. Engineering Structures, 2005, 27(3):379-386.  
 [8] LOU T J, XIANG Y Q. Finite element modeling of concrete beams prestressed with external tendons[J]. Engineering Structures, 2006(28):1919-1926.  
 [9] 徐勋, 强士中. 体外预应力混凝土梁承载全过程分析新模型[J]. 西南交通大学学报, 2007, 42(6): 732-738.  
 XU XUN, QIANG SHI-ZHONG. New model for full process analysis of bearing behavior of externally prestressed concrete beams[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2007, 42(6): 732-738.  
 [10] ACI Committee. ACI 318-89 Building code requirements for reinforced concrete. [S]. Detroit: American Concrete Institute, 1992.  
 [11] AASHTO. AASHTO1994 LRFD bridge design specifications [S]. WashingtonDC: American Association of State Highway and Transportation Officials, 1994.  
 [12] ALKKAIRI F M, NAAMAN A E. Analysis of beams prestressed with unbounded internal or external tendons[J]. Journal of Structural Engineering, 1993, 119(9):2680-2700.  
 [13] BILAL E A. Stiffness of reinforced concrete beams with external tendons [J]. Engineering Structures, 2004(26):2047-2051.  
 [14] TAN K H, NG C K. Effects of deviators and tendon configuration on behavior of externally prestressed beams[J]. ACI Structural Journal, 1997, 94(1):13-22.  
 [15] 刘东燕, 朱正伟. 能量法求均布荷载作用下梁桥体外力筋应力增量[J]. 沈阳建筑大学学报: 自然科学版, 2006, 3(22):402-405.  
 LIU DONG-YAN, ZHU ZHENG-WEI. To calculate the stress increment of externally prestressed tendon for girder bridges using energy method under uniform loadings[J]. Journal of Shenyang Jianzhu University: Natural Science, 2006, 3(22):402-405.

(编辑 侯 湘)