

文章编号:1000-582X(2009)01-0021-06

## 球面压电式 ESWL 聚焦的实际焦点的数值分析

韦春霞,张永祥,张晓艳,陈景秋  
(重庆大学 资源及环境科学学院,重庆 400030)

**摘要:**为了计算球面压电陶瓷型 ESWL(extracorporeal shock wave lithotripsy)发射的球面冲击波在球心附近的实际动力学焦点,利用 CCW(chisnell-chester-whitham)射线方法的一种离散格式,计算了对于不同张角球面压电陶瓷型 ESWL 冲击波聚焦问题的一些数值解。数值结果指出了球面压电陶瓷型 ESWL 几何中心即球心附近的冲击波聚焦特性,实际的动力学焦点不在球心而有所偏移。随着张角的增大,聚焦能量增加,轴线上的压力比也随之增加。

**关键词:**冲击波;体外冲击波粉碎结石技术;聚焦

**中图分类号:**O354.5

**文献标志码:**A

## Numerical analysis of the spherical surface piezoelectricity ceramics extracorporeal shock wave lithotripsy launch

WEI Chun-xia, ZHANG Yong-xiang, ZHANG Xiao-yan, CHEN Jing-qiu

(College of Resources and Enviromental Science, Chongqing University, Chongqing 400030, P. R. China)

**Abstract:** We calculate a few numerical solutions of the focusing question related to different flare angle spherical surface piezoelectric ceramics ESWL shock-waves. To do so, we first calculate the actual dynamic focus of spherical surface shock waves near the center of a sphere launched by the spherical surface piezoelectricity ceramics (ESWL) by using a discrete form of the Chisnell-Chester-Whitham(CCW) beam method. The numerical results show a focusing characteristic of the shock waves near the spherical surface piezoelectricity ceramics EWSL's geometric center, namely near the center of a sphere. The actual dynamic focus is not the center of the sphere but was somewhat offset. The focusing energy and the pressure ratio in the axis increase as the angles increase.

**Key words:** shock wave; extracorporeal shock wave lithotripsy; focusing

体外冲击波粉碎结石技术(extracorporeal shock wave lithotripsy, ESWL)与断层扫描(CT)、核磁共振成像(MRI)并列誉为当代三大医疗新技术,ESWL是冲击波和聚焦原理在医疗领域的一项成功应用,因其使用方便,粉碎结石效率高,无手术介入,已成为尿路结石的首选治疗方法<sup>[1-3]</sup>。

目前临床使用的主流 ESWL 机型大致可分为:

1)液电式(electro-hydraulic);2)压电式(piezoelectric);3)声学透镜式(acoustic lens focusing);4)机电式(Electro-mechanical);5)微爆炸式等。其基本力学原理都在人体外产生水下冲击波并将其导入人体内聚焦,利用冲击波聚焦集中的能量及其诱发的空化的破坏作用粉碎体内结石<sup>[3-16]</sup>。液电反射式碎石机是出现最早,也是最普及的 ESWL 类型,

收稿日期:2008-09-06

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10472136)

作者简介:韦春霞(1977-),女,重庆大学博士研究生,主要从事计算流体力学方向的研究。

陈景秋(联系人),男,重庆大学教授,博士生导师,(E-mail)jqchen@cqu.edu.cn。

DonierHM3 就属于这一类,国内外对此进行了大量的研究,技术也比较成熟。而压电式碎石机由于其产生的冲击波波源频率单纯,杂波少,焦点紧凑精细,在焦点处具有极高的峰压值,碎石效率高,且在皮肤的冲击波入点的能量密度极低,对组织损伤较轻。压电式冲击波的工作原理为:一个充满水的球冠体内的压电陶瓷在同一时刻产生相同的逆压电效应,产生冲击波,所有的冲击波能量在球心附近会聚,在极高的能量及其诱发的空化的破坏作用下粉碎体内结石。由于对此新的碎石机进行理论研究较少,所以笔者选用球面压电陶瓷型碎石机进行数值研究。ESWL 通常使用水作为传压介质。人体软组织的声特性阻抗为  $1.63 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s/m}$ ,肾的声特性阻抗为  $1.62 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s/m}$ ,水的声学特性阻抗为  $1.48 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s/m}$ ,可见人体软组织的声阻抗与水相近。所以本问题的力学模型可以归结为无粘性可压缩流体运动的初边值问题。它不再是线性声学问题,因此不能简单地认定几何焦点就是动力学焦点(即实际最大压力点)<sup>[5-7]</sup>。水中冲击波厚度极薄,小于几十个纳米。在焦区内,几个微秒的时间内,压力即可由  $10^5 \text{ Pa}$  量级陡增到约  $8 \times 10^8 \text{ Pa}$ ,这样使得实验研究和数值研究都很困难。为此笔者采用 CCW(chisnell-chester-whitham)的射线方法进行球面压电陶瓷型 ESWL 聚焦的实际焦点的数值分析研究。

### 1 Whitham 冲击波动力学关系及其数值离散

按线性声学理论,均匀介质中波的传播沿波面法向,波速与波强度无关。在收敛波面的情况下随着波面的前进波面的法线(射线)将会相交。若设相邻射线间截面积为  $A$ ,波的强度正比于  $1/\sqrt{A}$ ,射线相交意味  $A \rightarrow 0$ ,但物理上不可能产生无穷大的强度。针对这一矛盾,Whitham<sup>[17]</sup>设冲击波面的前后相继位置与射线(波法线)形成正交的网格,相邻的两射线分别视为刚性‘流管壁’,则按 Chisnell<sup>[18]</sup>的公式有

$$-\frac{1}{A} \frac{dA}{dz} = g(z), \quad (1)$$

式中:  $z = P_2/P_1$ ,  $P_1$  与  $P_2$  分别是波前、后侧压力,  $z$  表示冲击波强度。

$$g(z) = 1/(z-1)\lambda(z), \quad (2)$$

式中:

$$\lambda(z) = 2 \left[ \left(1 + \frac{2}{\gamma+1} \frac{1-\mu^2}{\mu}\right) \cdot \left(2\mu + 1 + \frac{2\gamma}{\gamma-1 + (\gamma+1)z}\right) \right]^{-1},$$

$$\mu = \sqrt{\gamma+1 + (\gamma-1)z/2\gamma z},$$

对于空气,  $\gamma = 1.4$ , 在  $1 < z < +\infty$  内  $\lambda(z)$  是单调递减且  $0.500 > \lambda(z) > 0.394$ 。

由式(1)(2)可得

$$A(z-1)^{\frac{1}{\lambda(z)}} = \text{常数},$$

其中  $\lambda(z)$  近似为常数,从而对相邻的 2 个波面位置有

$$z_2 = 1 + (z_1 - 1) \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{\lambda(z_1)}. \quad (3)$$

以上几何方法也叫射线法(ray-method),Whitham 称之为几何冲击波动力学<sup>[17]</sup>。这是空气动力学研究冲击波波阵面传播的一种简单而有效的方法。

对于‘射线管’中的激波面元  $i+1$ , 方程(3)可以写为

$$z_{i+1} = 1 + (z_i - 1) \left(\frac{A_i}{A_{i+1}}\right)^{\lambda(z_i)},$$

式中  $A_i$ 、 $A_{i+1}$  分别是第  $i$  和  $i+1$  个面元的面积,对于以  $Z$  轴对称的问题, $A_i$  的计算公式为

$$A_i = \pi[d^{i,j-1}(R_{j-1} + R_j) + d^{i+1,j}(R_j + R_{j+1})],$$

式中各量如图 1 所示,图中  $Z$  代表旋转环面的对称轴, $R$  是球面发射器的旋转半径。

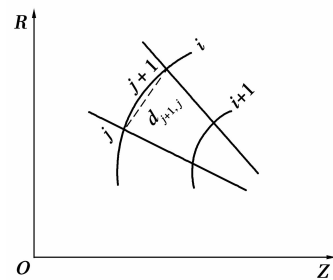


图 1 计算单元示意图

激波速度用式(4)计算:

$$V_n = a_0 \sqrt{[\gamma-1 + (\gamma+1)z/2\gamma]}, \quad (4)$$

其中  $a_0$  是静声速。

### 2 Whitham 方法对于水中冲击波问题的适用性

水的状态方程(Tait 方程)为

$$\rho(p,t) = \rho(0,t) \left(1 + \frac{p}{B(t)}\right)^{\frac{1}{n}},$$

其中  $\rho$ 、 $p$  和  $t$  分别为密度、压力和摄氏温度,在 0~2.5 GPa 和 20~60 °C 与中值 7.15 的误差小于 4%,文献[4]提出  $B(t)$  在 20~80 °C 与中值 0.304 GPa 的误差小于 3%。Holl<sup>[19]</sup> 证明,在 1 GPa 以下的压力范围内气体动力学有关压缩、膨胀波的关系形式上可用于水动力学。为此,通常的压力值  $p$  须由式(5)定义的  $p^*$  值代替:

$$p^* = p + B. \tag{5}$$

气体等熵指数以常数  $n$  代替,则式(1)成为

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\rho(0, t_2)}{\rho(0, t_1)} \left( \frac{p_2^*}{p_1^*} \right)^{\frac{1}{n}}.$$

而在 20~60 °C, Holl<sup>[19]</sup> 证明了

$$\frac{\rho(0, t_2)}{\rho(0, t_1)} \approx 1,$$

因此有与理想气体类似的状态方程

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left( \frac{p_2^*}{p_1^*} \right)^{\frac{1}{n}}.$$

如果以常数  $n = 7.15$  代替气体常数  $\gamma$  并且取  $B = 0.3045$  GPa, 则对于  $p^*$ ,  $\rho$  的计算可利用气体动力学的相应方法<sup>[13-15]</sup>。

### 3 数值模拟的初始条件和边界条件

图 2 是冲击波聚焦实验示意图:阴影部分是一个以  $Z$  轴对称的半球面,其表面的压电陶瓷发出冲击波,在其传播方向上的凹段将在球心  $F$  附近聚焦;虚线部分是初始球面波。实验几何参数分别为  $R$  和  $\theta$ ,  $R$  是球面发射器的旋转半径,  $\theta$  是球面边缘与轴线的张角,即角  $OFA$ (见图 2)。计算时初始条件如下:假设一个由发射器发出的初始波,它由 2 段圆弧组成,一段以发射器尖缘  $A$  为圆心,另一段以  $F$  为圆心,2 弧相切如图虚线所表示,为了节约计算时间可由球面尖点引入与  $R$  轴平行的人工边界。

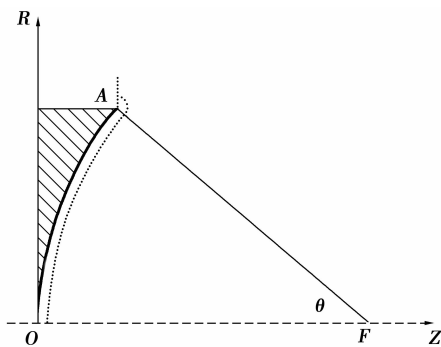


图 2 冲击波聚焦实验示意图

压力可以按公式(6)转化为马赫数

$$M^* = \left[ 1 + \frac{n+1}{2n} \frac{p}{B} \right]^{1/2}, \tag{6}$$

当计算肾结石体外冲击波碎石时压力依照式(6)可换算为  $M^*$ 。

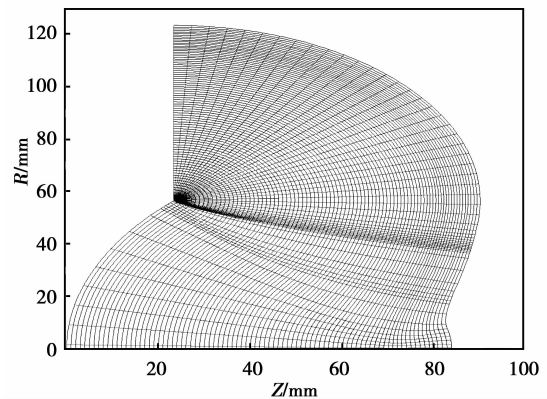
### 4 数值模拟结果及其分析

为了保证计算的稳定性,时间步长  $\Delta t$  应满足 CFL(couran-friedriches-lewy)条件<sup>[13-15]</sup>

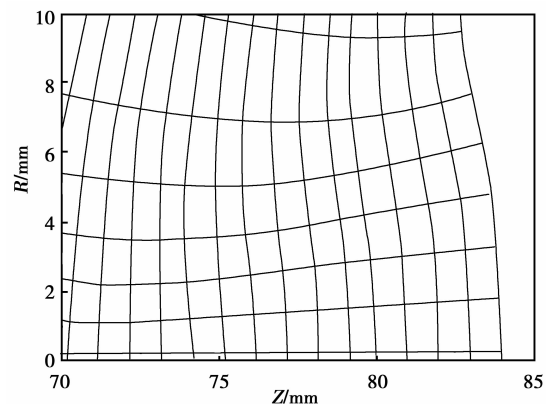
$$\Delta t \leq \frac{\Delta s}{20a_0 M^*},$$

式中:  $\Delta s$  是冲击波面上相邻两点的距离;  $a_0$  是未受扰的声速;  $M$  是冲击波马赫数。

图 3-6 是根据算例计算结果绘出的图形,图中的曲线族和射线族分别给出相继若干时刻冲击波面和射线的位置。计算聚焦的几何参数分别是  $f = 80$  mm,  $\theta$  分别为 45°、60°、75°和 90°。



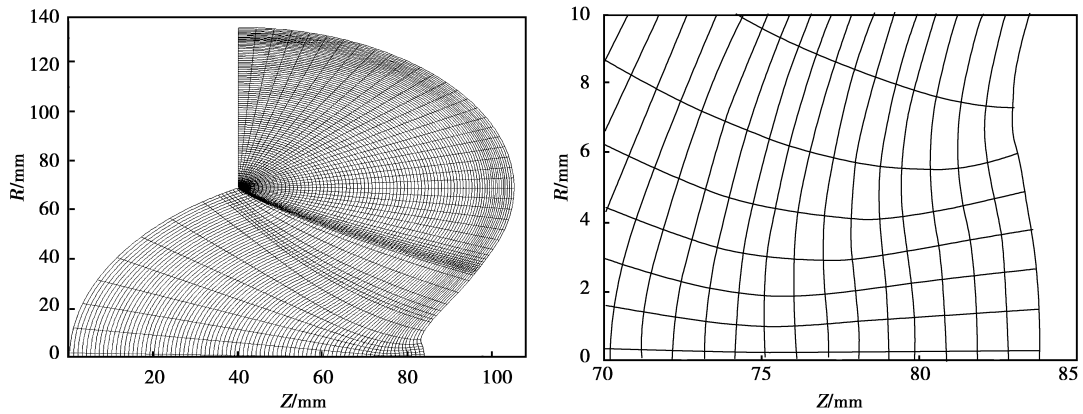
(a) 冲击波面相继位置与射线形成的正交网格



(b) 焦点正交网格的局部放大图

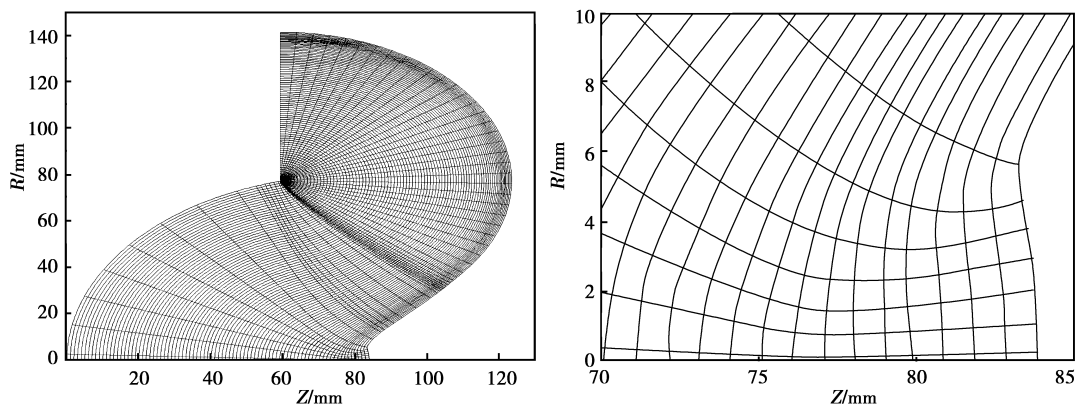
图 3  $\theta = 45^\circ$ , 初始马赫数  $M_0 = 1.098$  时的冲击波聚焦情况

由球面发出的球面冲击波在  $O$  点时的初始马赫数  $M_0 = 1.098$ , 图 3(a)、4(a)、5(a)和 6(a)中从左到右的各个曲线分别表示冲击波从左到右传播进而



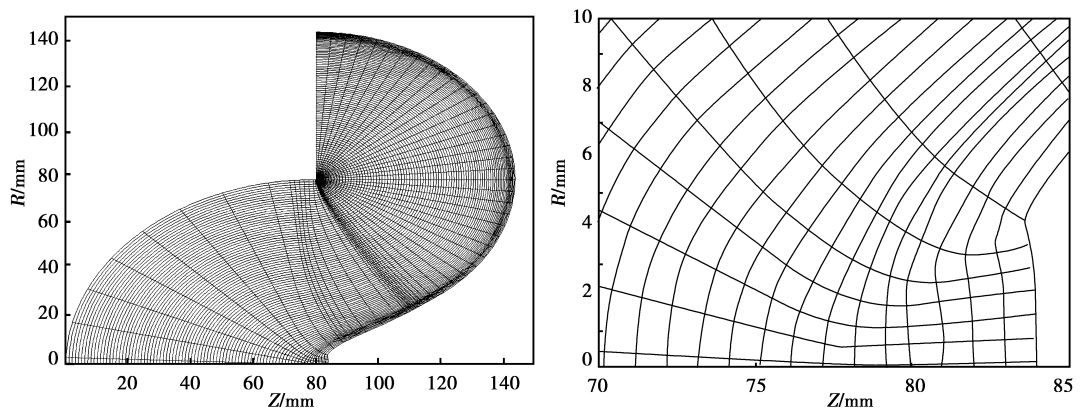
(a) 冲击波面相继位置与射线形成的正交网格

(b) 焦区正交网格的局部放大图

图 4  $\theta=60^\circ$ , 初始马赫数  $M_0=1.098$  时的冲击波聚焦情况

(a) 冲击波面相继位置与射线形成的正交网格

(b) 焦区正交网格的局部放大图

图 5  $\theta=75^\circ$ , 初始马赫数  $M_0=1.098$  时的冲击波聚焦情况

(a) 冲击波面相继位置与射线形成的正交网格

(b) 焦区正交网格的局部放大图

图 6  $\theta=90^\circ$ , 初始马赫数  $M_0=1.098$  时的冲击波聚焦情况

聚焦的前后相继位置;从对称轴向上的各条曲线是冲击波面上的点的传播路径,即射线,就像光线一样,不同的是冲击波的传播的路径(射线)是弯曲的。图 3(b)、4(b)、5(b)和 6(b)是相应聚焦图在焦区附近的局部放大图,可以明显看到在几何焦区附近射线族先会聚,然后发散的过程。

图 7 为不同张角,在初始马赫数  $M_0=1.098$  时的轴线压力比的演变曲线,它表示会聚冲击波经过轴上相应点时的压力值  $p$  与初始压力值  $p_0$  的比值,压力比最大值的位置即为压力最大值的位置。分析这些图形可以发现:对于不同的张角,随着张角的增加,聚集的能量也增加,轴线的压力比相应地增加。

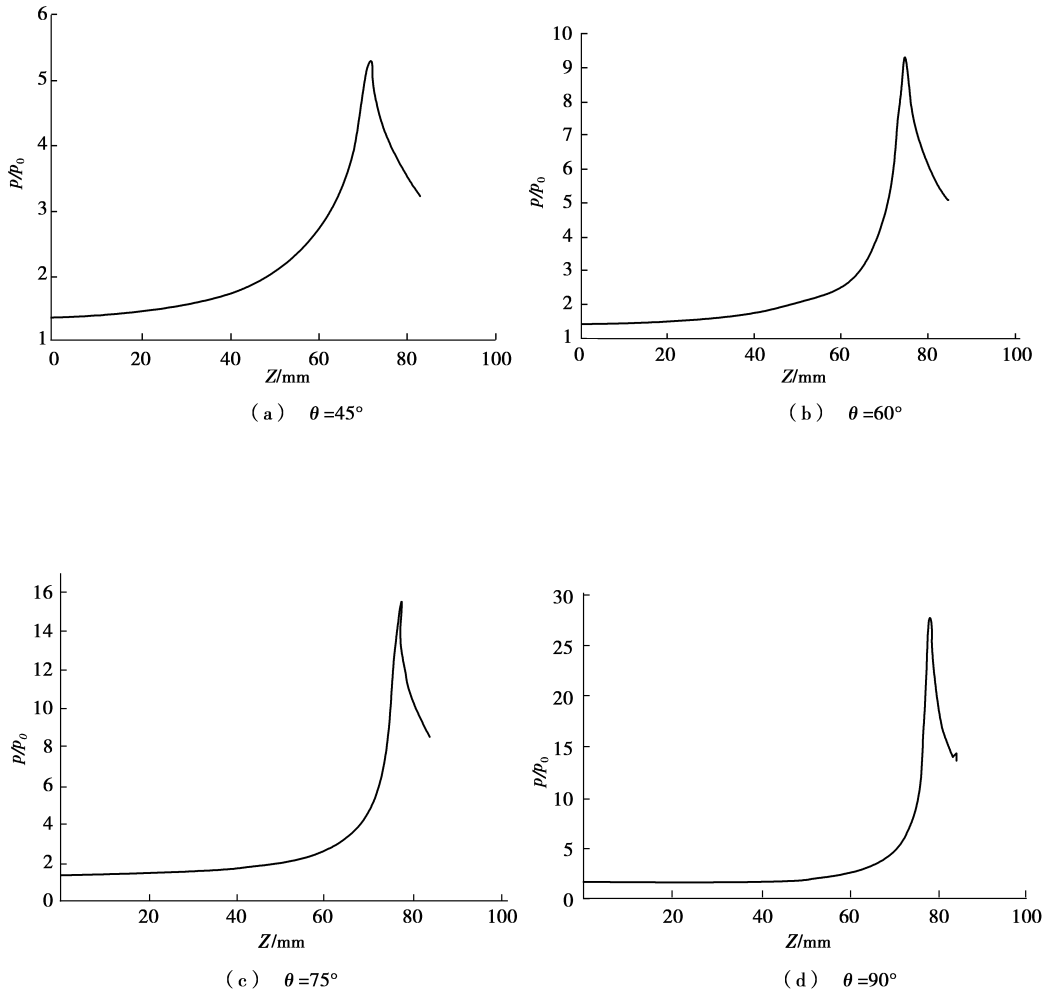


图 7 不同张角,在初始马赫数  $M_0=1.098$  时的轴线压力比

不同张角下的最大压力点的位置和压力比见表 1。从表 1 可知,计算的各种张角的情况下,实际的动力学焦点与球心有一定的偏移,张角越小,偏移越大,最大压力比越小,且最大压力点都出现在几何焦点之前。

表 1 不同张角下最大压力点的位置和压力比

张角 $\theta / (^\circ)$	最大压力点 Z 坐标/mm	距球心 的距离/mm	最大压力比
45	71.36	8.64	5.25
60	74.80	5.20	9.01
75	76.72	3.28	15.69
90	77.88	2.12	27.46

### 5 结 论

笔者采用 CCW 几何冲击波动力学数值模拟了对于不同张角的球面压电陶瓷型 ESWL 水下冲击波聚焦的问题,在给出的算例中,直观描绘了空气中冲击波动力学所预言的现象:动力学焦点不等于几何焦点,而是对几何焦点有一定的偏移。在焦区出现射线的分散和冲击波面的平直化现象,最大压力(动力学焦点)出现在几何焦点之前,在焦区收敛波面由凹变为平直,然后变为凸发散波面,这是典型的非线性现象。随着张角的增大,聚焦能量增加,轴线上的压力比也随之增加,距离球心的距离越近。这进一步说明球心不一定就是压力最大点。因此在球面压电陶瓷型 ESWL 的设计和使用中,要遵从国家行业标准对椭球反射面的液电式 ESWL 的实际焦点的规定,即实际焦点为压力最大点,而不是球心。为提高碎石效率和减少副作用,压电陶瓷式 ESWL 碎石机的设计制造和临床应用都应考虑到最大压力点这种可能发生的偏移。

## 参考文献:

- [1] 孙西钊. 医用冲击波 [M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2006.
- [2] 韩见知, 吴开俊. 体外冲击波碎石技术 [M]. 北京: 人民卫生出版社, 2004.
- [3] 张永祥, 陈景秋, 韦春霞, 等. 球面压电陶瓷型 ESWL 的冲击波聚焦点对球心的偏移 [J]. 中国生物医学工程学报, 2007, 26(2): 177-181.  
ZHANG YONG-XIANG, CHEN JING-QIU, WEI CHUN-XIA, et al. Deviation of the factual focus of spherical piezoelectric ESWL from the spherical center [J]. Chinese Journal of Biomedical Engineering, 2007, 26(2): 177-181.
- [4] CHEN J Q. Ein bicharakteristikenverfahren zur berechnung der druckwellenfocuserung in kompressiblen fluiden [D]. Germany: Dissertation der RWTH Aachen, 1988.
- [5] CHEN H, LI X J, WAN M X, et al. The inception of cavitation bubble clouds induced by high-intensity focused ultrasound [J]. Ultrasonics, 2006, 44(suppl): e427-e429.
- [6] YANG H, DESYATOV A V, CHERKASOV S G, et al. Numerical simulation of compression of the single spherical vapor bubble on a basis of the uniform model [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2008, 51(13/14): 3615-3622.
- [7] TISIGLIFIS K, PELEKASIS N A. Numerical simulations of the aspherical collapse of laser and acoustically generated bubbles [J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2007, 14(4): 456-469.
- [8] LAUTERBORN W, KURZ T, GEISLER R, et al. Acoustic cavitation, bubble dynamics and sonoluminescence [J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2007, 14(4): 484-491.
- [9] NARENDRA K M, PARAMESWAR K L, VIJAYANAND S M. A physical insight into sonochemical emulsion polymerization with cavitation bubble dynamics [J]. Polymer, 2008, 49(7): 1910-1925.
- [10] MIMOUNIA S, BOUCKER M, GUELFY A, et al. Modelling and computation of cavitation and boiling bubbly flows with the NEPTUNE CFD code [J]. Nuclear Engineering and Design, 2008, 238(3): 680-692.
- [11] TSUDA S I, TAKAGI S, MATSUMOTO Y. A study on the growth of cavitation bubble nuclei using large scale molecular dynamics simulations [J]. Fluid Dynamics Research, 2008, 40(7/8): 606-615.
- [12] SOMMERFIELD M., MUELLER M. Experimental and numerical studies of shock wave focusing in water [J]. Experiments in Fluids, 1988, 6(3): 209-216.
- [13] 陈景秋, 王宗笠. 多维双曲波问题的双特征方法 [M]. 重庆: 重庆大学出版社, 2001.
- [14] 陈景秋, 王宗笠. 冲击波聚焦粉碎人体结石过程中空化现象的数值模拟 [J]. 中国生物医学工程学报, 2001, 20(1): 53-55.  
CHEN JIN-QIU, WANG ZONG-LI. A computational simulation of cavitation in extracorporeal shock wave lithotripsy [J]. Chinese Journal of Biomedical Engineering, 2001, 20(1): 53-55.
- [15] 陈景秋, 赵万星, 曾忠. ESWL 实际焦点位置的理论和数值分析 [J]. 中国生物医学工程学报, 2004, 23(3): 247-251.  
CHEN JING-QIU, ZHAO WAN-XING, ZENG ZHONG. Theoretical and numerical analysis of the factual focus location in ESWL [J]. Chinese Journal of Biomedical Engineering, 2004, 23(3): 247-251.
- [16] 陈景秋, 韦春霞, 邓艇, 等. 体外冲击波碎石技术的力学机理的研究 [J]. 力学进展, 2007, 37(4): 590-600.  
CHEN JING-QIU, WEI CHUN-XIA, DENG TING, et al. Studies on mechanical mechanism about stone comminution and tissue trauma in extra corporeal shock wave lithotripsy [J]. Advance in Mechanics, 2007, 37(4): 590-600.
- [17] WHITHAM G B. Linear and nonlinear waves [M]. New York: John Wiley & Sons, 1974.
- [18] CHISNELL R F. The motion of shock wave in a channel with applications to cylindrical and spherical shock waves [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1957(2): 286-298.
- [19] HOLL R. Wellenfokuserung in fluiden [D]. Germany: Technischen Hochschule Aachen, 1982.

(编辑 张 革)