

文章编号:1000-582X(2009)04-0408-07

# 兆瓦级风力机齿轮传动系统动力学分析与优化

秦大同<sup>1</sup>, 古西国<sup>1</sup>, 王建宏<sup>1</sup>, 刘建国<sup>2</sup>

(1. 重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400030; 2. 南京高速齿轮制造有限公司, 江苏 南京 210000)

**摘要:**对 1.5 MW 风力发电机齿轮箱传动系统进行耦合振动分析, 建立了风力机增速箱齿轮传动系统的扭转振动模型。利用 4 阶 Runge-Kutta 法计算了系统在风载、轮齿时变啮合刚度和系统阻尼共同作用下的动态响应, 并利用谐波平衡法求出了系统的解析解, 从而得到了优化设计目标函数的解析表达式。在此基础上, 建立了以行星轮扭转振动加速度幅值最小和传动系统总质量最轻为目标的优化设计数学模型, 利用 MATLAB 优化工具箱进行优化求解。实例计算表明, 优化设计后传动系统的低阶固有频率明显提高, 动态性能明显改善, 重量减轻。

**关键词:**风力发电机; 传动系统; 扭转振动; 动态响应; 优化设计

中图分类号: TH132

文献标志码: A

## Dynamic analysis and optimization of gear trains in a megawatt level wind turbine

QIN Da-tong<sup>1</sup>, GU Xi-guo<sup>1</sup>, WANG Jian-hong<sup>1</sup>, LIU Jian-guo<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400030, P. R. China; 2. Nanjing High Speed Gear Manufacturing Co., Ltd., Nanjing 210000, P. R. China)

**Abstract:** Through coupling vibration analysis of the transmission system of a 1.5 MW wind turbine gearbox, a torsional vibration model of a gear drive system in wind turbines is established. The fourth-order Runge-Kutta integration method is applied to calculate the dynamic response of a gear system caused by wind loads, time-varying meshing stiffness, and system damping. The harmonic balance method is used to find the analytic solution. Based on the solution, a mathematical model for optimum gear system design is established. The model aims at minimizing the vibration acceleration of the planet gear and the total mass of the gear transmission system. The optimization toolbox in MATLAB program is adopted to obtain the optimal solution. A calculated example shows that the primary natural frequency of the gear system has been raised, the dynamic properties of the gear train have been improved remarkably, and the total mass of the gear train has been decreased.

**Key words:** wind-driven generator; gear train; torsional vibration; dynamic response; optimum design

近年来, 风电技术日益成熟, 风力发电机齿轮箱逐步向高功重比方向发展, 传统的静态设计很难满足风电齿轮箱高可靠性、低噪声的要求。

迄今为止, 国内外学者对齿轮传动系统动力学有大量研究。2001 年, Ahmet Kahraman<sup>[1]</sup>建立了行星齿轮扭转振动模型, 分析了行星齿轮结构的扭

收稿日期: 2008-12-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50675231); 国家“十一五”科技支撑计划资助项目(2006BAF01B07-01)

作者简介: 秦大同(1956-), 男, 重庆大学教授, 博士生导师, 主要从事机械传动系统研究, (Tel)023-65106506;

(E-mail) dtqin@cqu.edu.cn。

欢迎访问重庆大学期刊社 <http://qks.cqu.edu.cn>



$$\begin{aligned}
 & (m_c + 3m_p)\ddot{u}_c + [3(c_{rp} + c_{sp})\cos^2\alpha_1]\dot{u}_c + \\
 & \sum_{i=1}^3 (c_{rp} - c_{sp})\dot{u}_{pi}\cos\alpha_1 - 3c_{sp}\dot{u}_s\cos\alpha_1 + \\
 & \left[ k_c + \sum_{i=1}^3 (k_{rpi} + k_{spi})\cos^2\alpha_1 \right] u_c + \\
 & \sum_{i=1}^3 (k_{rpi} - k_{spi})u_{pi}\cos\alpha_1 - 3k_{sp}u_s\cos\alpha_1 = \frac{T_{in}}{r_{bc}}, \\
 & m_p\ddot{u}_{pi} + (c_{rp} + c_{sp})\dot{u}_{pi} + (c_{rp} - c_{sp})\dot{u}_c\cos\alpha_1 + \\
 & c_{sp}\dot{u}_s + (k_{rpi} + k_{spi})u_{pi} + \\
 & (k_{rpi} - k_{spi})u_c\cos\alpha_1 + k_{spi}u_s = 0, \\
 & m_s\ddot{u}_s + \left( \frac{c_{s1}}{r_{bs}^2} + 3c_{sp} \right) \dot{u}_s - 3c_{sp}\dot{u}_c\cos\alpha_1 + \\
 & \sum_{i=1}^3 c_{sp}\dot{u}_{pi} - \left( \frac{c_{s1}}{r_{bs}r_{bl}} \right) \dot{u}_1 + \left( \frac{k_{s1}}{r_{bs}^2} + \sum_{i=1}^3 k_{spi} \right) u_s - \\
 & \sum_{i=1}^3 k_{spi}u_c\cos\alpha_1 + \sum_{i=1}^3 k_{spi}u_{pi} - \left( \frac{k_{s1}}{r_{bs}r_{bl}} \right) u_1 = 0, \\
 & m_1\ddot{u}_1 + \left( \frac{c_{s1}}{r_{b1}^2} + c_{12} \right) \dot{u}_1 - \left( \frac{c_{s1}}{r_{bs}r_{bl}} \right) \dot{u}_s + c_{12}\dot{u}_2 + \\
 & \left[ \frac{k_{s1}}{r_{b1}^2} + k_{12} \right] u_1 - \left( \frac{k_{s1}}{r_{bs}r_{bl}} \right) u_s + k_{12}u_2 = 0, \\
 & \left[ \frac{(m_2r_{b2}^2 + m_3r_{b3}^2)}{r_{b2}^2} \right] \ddot{u}_2 + c_{12}\dot{u}_1 + \\
 & \left[ \frac{(c_{12}r_{b2}^2 + c_{34}r_{b3}^2)}{r_{b2}^2} \right] \dot{u}_2 + \left( \frac{c_{34}r_{b3}}{r_{b2}} \right) \dot{u}_4 + k_{12}u_1 + \\
 & \left[ \frac{(k_{12}r_{b2}^2 + k_{34}r_{b3}^2)}{r_{b2}^2} \right] u_2 + \left( \frac{k_{34}r_{b3}}{r_{b2}} \right) u_4 = 0, \\
 & m_4\ddot{u}_4 + \left( \frac{c_{34}r_{b3}}{r_{b2}} \right) \dot{u}_2 + c_{34}\dot{u}_4 + \\
 & \left( \frac{k_{34}r_{b3}}{r_{b2}} \right) u_2 + k_{34}u_4 = -\frac{T_{out}}{r_{b4}}.
 \end{aligned} \quad (1)$$

## 2 系统的参数分析

### 2.1 系统刚度

#### 2.1.1 轮齿时变啮合刚度

采用 Weber 弹性力学方法<sup>[10]</sup> 计算轮齿啮合刚度。假定各齿轮副的重合度  $1 < \epsilon < 2$ , 时变刚度  $k(t)$  可近似地用周期性矩形波函数描述。将  $k(t)$  展开为 Fourier 级数<sup>[10]</sup> 形式

$$k(t) = k_m + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{k_n}{n\pi} \right) \times \left[ \sin 2\pi n \left( \gamma + \epsilon - 1 - \frac{t}{T} \right) - \sin 2\pi n \left( \gamma - \frac{t}{T} \right) \right],$$

式中:  $k_m$  为轮齿平均啮合刚度;  $k_n$  为刚度变化幅值;  $\epsilon$  为重合度;  $T$  为轮齿啮合周期;  $\gamma$  为啮合相位角。

#### 2.1.2 行星架扭转刚度 $k_c$

在 ANSYS 中计算其扭转变形, 然后依据材料力学理论计算。

#### 2.1.3 太阳轮轴 $s_1$ 的扭转刚度 $k_{s1}$

由材料力学公式<sup>[10]</sup> 计算:

$$k_{s1} = \frac{GJ_p}{l}, \text{ 其中 } J_p = \frac{\pi d^4}{32}.$$

## 2.2 系统阻尼

### 2.2.1 轮齿啮合阻尼

$$C_m = 2\xi_g \sqrt{\frac{k_m R_p^2 R_g^2}{(R_p^2 I_p + R_g^2 I_g)}},$$

式中:  $\xi_g$  为轮齿啮合阻尼比<sup>[10]</sup>;  $R_p$ 、 $R_g$  及  $I_p$ 、 $I_g$  分别为主、被动齿轮的基圆半径和转动惯量。

### 2.2.2 齿轮轴扭转阻尼

$$C_s = 2\xi_s \sqrt{\frac{k_s I_p I_g}{(I_p + I_g)}},$$

式中:  $k_s$  为轴扭转刚度;  $\xi_s$  为阻尼比<sup>[10]</sup>。

## 2.3 外部激励

在风力发电机中, 齿轮箱低速端运行载荷来自于叶片旋转产生的力矩。高速端运行载荷是齿轮箱和发电机之间相互作用而产生的。

对于风力发电机来说, 叶片通过主轴传递给增速箱的转矩是增速箱设计时的主要载荷。由于风速变化的随机性, 工程设计中需根据风场的风速资料取平均风速  $v_m$  来计算风轮机的空气动力特性。笔者依据风轮机功率<sup>[11]</sup> 计算公式求平均风速。齿轮箱输入转矩  $T_{in}$  可看作一个恒量  $T_1$  与变幅值为  $\mu T_1$  的简弦变量之和, 即

$$T_{in} = T_1 + \mu T_1 \sin(\omega t),$$

$T_1$  与风力机的特性系数有关, 其表达式为

$$T_1 = \frac{\pi \rho C_p v_m^2 R^3}{(2\lambda_p)},$$

式中: $\rho$  为空气密度; $C_p$  为风能利用系数; $R$  为风轮半径; $\lambda_p$  为叶尖速比; $\omega$  为风轮旋转角速度; $v_m$  为平均风速; $\mu$  为扭矩波动系数。

齿轮箱输出转矩  $T_{out}$  可根据  $T_{in}$  和齿轮箱总传动比  $i$  计算,即  $T_{out} = \frac{T_{in}}{i}$ 。

### 3 方程求解及算例分析

#### 3.1 求数值解

风力机齿轮传动系统是多自由度非线性系统,工程中多采用数值法求系统数值解,从而分析系统内部各构件的时域响应。对于参变耦合的微分方程组(1),笔者采用 4 阶 Runge-Kutta 法<sup>[12]</sup>,在 MATLAB 中利用 ode45 刚性求解器计算其数值解。

根据工程设计实践,得到初始风电机组数据:额定功率 1.5 MW;风轮转子直径 77 m;风能利用系数 0.29;叶尖速比 4.7;风轮设计转速 19 r/min;齿轮各级传动齿轮副模数  $m_{n1} = 12$  mm,  $m_{n2} = 9$  mm,  $m_{n3} = 7$  mm;齿宽  $b_1 = 370$  mm,  $b_2 = 300$  mm,  $b_3 = 170$  mm;分度圆压力角  $\alpha_1 = 22.5^\circ$ ,  $\alpha_2 = 22.5^\circ$ ,  $\alpha_3 = 20^\circ$ ;齿数  $z_r = 125$ ,  $z_p = 47$ ,  $z_s = 31$ ,  $z_1 = 119$ ,  $z_2 = 25$ ,  $z_3 = 106$ ,  $z_4 = 27$ ;总传动比  $i = 94$ ;太阳轮轴有效长度  $L_{s1} = 650$  mm;直径  $d_{s1} = 255$  mm。由此可计算出齿轮传动系统的总质量  $M_1 = 6\ 271.2$  kg。

依据机械系统动力学<sup>[9]</sup>理论,可求出优化前系统的各阶固有频率  $\omega_n$  值如表 1 所示。

表 1 优化前后系统各阶固有频率 Hz

阶数	$\omega_n$	$\omega'_n$	阶数	$\omega_n$	$\omega'_n$
1	139.59	198.88	5	6 181.76	6 046.58
2	2 611.24	3 048.15	6	6 181.76	6 046.50
3	3 110.65	3 142.73	7	12 382.90	12 863.33
4	5 826.51	5 757.17	8	13 730.36	17 396.72

求方程组(1)数值解,得到系统部分构件扭转振动位移响应如图 3 所示。

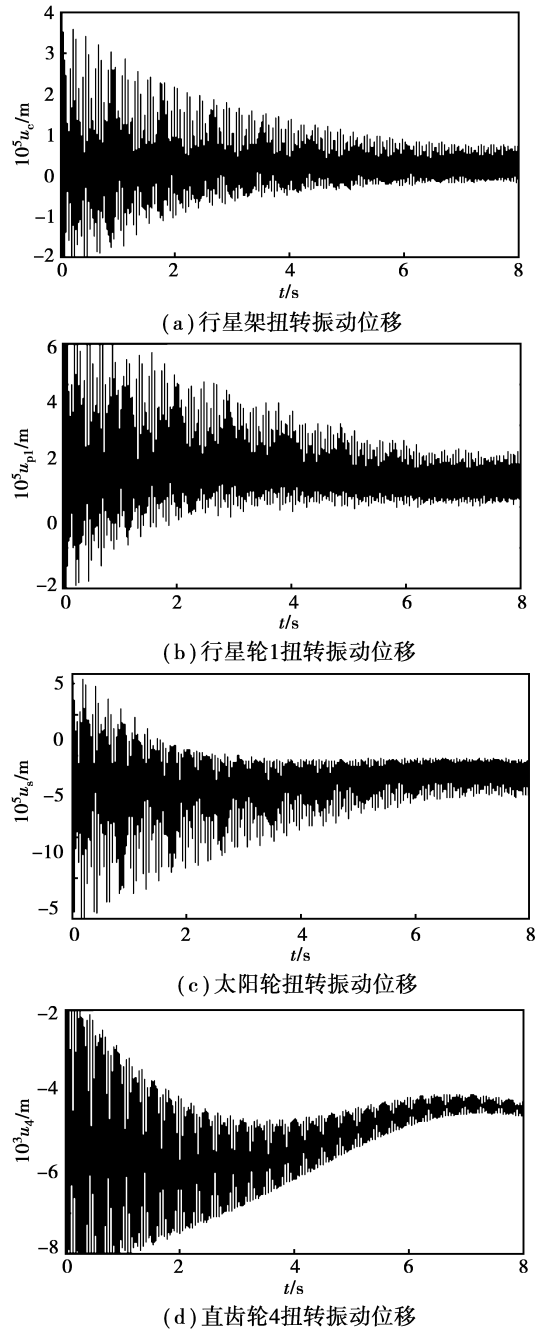


图 3 优化前系统位移响应

#### 3.2 求解析解

为进行风力机齿轮传动系统动力学优化设计,须由解析法<sup>[10]</sup>求得系统各自由度的函数表达式。因该系统是一个具有多自由度的时变系统,其解析求解十分复杂,为降低系统的解析求解难度,根据 3 个行星轮在传动系中的相似关系,可将其用一个自由度进行表示。同时,用平均刚度代替时变啮合刚度,并忽略阻尼。这样虽使系统解析解的精度有所降低,但工程上是可接受的。于是方程(1)转变为

6 自由度方程(2)。

笔者采用谐波平衡法求解解析解。取一次谐波, 即  $u_i = a_i + b_i \sin(\omega t)$ 。将  $u_i$  代入方程(2)求出  $a_i$ 、 $b_i$ , 得到系统解析解。限于篇幅, 这里仅给出  $u_i$  的函数表达式  $u_i = g_i(\omega, m_{ni}, z_i, b_i, d_{s1})$ 。依据该函数表达式可对系统进行动力学优化设计。

$$\left. \begin{aligned} &(m_c + 3m_p)\ddot{u}_c + \\ &[3(k_{m_{rp}} + k_{m_{sp}})\cos^2\alpha_1 + k_c]u_c + \\ &3(k_{m_{rp}} - k_{m_{sp}})u_p \cos\alpha_1 - 3k_{m_{sp}}u_s \cos\alpha_1 = \frac{T_{in}}{r_{bc}}, \\ &3m_p\ddot{u}_p + 3(k_{m_{rp}} + k_{m_{sp}})u_p + \\ &3(k_{m_{rp}} - k_{m_{sp}})u_c \cos\alpha_1 + 3k_{m_{sp}}u_s = 0, \\ &m_s\ddot{u}_s - 3k_{m_{sp}}u_c \cos\alpha_1 + \left(\frac{k_{s1}}{r_{bs}^2} + 3k_{m_{sp}}\right)u_s + \\ &3k_{m_{sp}}u_p - \left(\frac{k_{s1}}{r_{bs}r_{b1}}\right)u_1 = 0, \\ &m_1\ddot{u}_1 + \left[\frac{k_{s1}}{r_{b1}^2} + k_{m12}\right]u_1 - \\ &\left(\frac{k_{s1}}{r_{bs}r_{b1}}\right)u_s + k_{m12}u_2 = 0, \\ &\left(m_2 + m_3\frac{r_{b3}^2}{r_{b2}^2}\right)\ddot{u}_2 + k_{m12}u_1 + \\ &\left(k_{m12} + k_{m34}\frac{r_{b3}^2}{r_{b2}^2}\right)u_2 + \left(\frac{k_{m34}r_{b3}}{r_{b2}}\right)u_4 = 0, \\ &m_4\ddot{u}_4 + \left(\frac{k_{m34}r_{b3}}{r_{b2}}\right)u_2 + k_{m34}u_4 = -\frac{T_{out}}{r_{b4}}, \end{aligned} \right\} (2)$$

式中  $k_{mj}$  ( $j = rp, sp, 12, 34$ ) 为各齿轮副轮齿平均啮合刚度。

## 4 传动系统优化设计

### 4.1 设计变量

在齿轮传动中, 对动态性能影响较大的参数有齿数、模数、齿宽、变位系数、压力角、修形量等, 它们可作为设计变量<sup>[6-7, 13]</sup>, 其他的一些变量可用常规方法求得。由于系统参数较多, 笔者取各级传动的模数、传动比、小齿轮齿数以及太阳轮轴直径为变量, 齿宽和压力角按常规选取。即设计变量为

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}]^T = [m_{n1}, m_{n2}, m_{n3}, z_s, z_2, z_4, i_1, i_2, i_3, d_{s1}]^T。$$

### 4.2 目标函数

齿轮传动系统的动态性能指标包括最大动载荷、动载系数、齿轮刚度值、最大振动加速度等几种, 可选其中任一指标作为动力学优化目标<sup>[6, 13]</sup>。考虑

到行星轮回转中心不固定, 同时为减轻传动系统的重量, 笔者选用行星轮沿圆周方向扭转振动加速度幅值最小和传动系统各齿轮及行星架的总质量最小作为优化目标。按照求解多目标优化设计的基本思想, 采用规格化加权法<sup>[13]</sup>将两目标函数统一起来, 即  $f = \omega_1 f_1 + \omega_2 f_2$ 。

式中,  $\omega_1$ 、 $\omega_2$  为加权因子, 经多次计算比较分析, 取  $\omega_1 = 0.3$ ,  $\omega_2 = 0.7$ ;  $f_1$ 、 $f_2$  分别为量化后的行星轮振动加速度幅值和传动系统总质量, 限于篇幅, 此处不再详述。

### 4.3 约束条件

1) 行星传动配齿条件<sup>[15-17]</sup>

传动比条件、同心条件、邻接条件、装配条件。

2) 接触疲劳强度和弯曲疲劳强度约束

$$S_H(i) \geq S_{H \min} \quad (i = s, 2, 4),$$

$$S_F(i) \geq S_{F \min}。$$

3) 模数约束

$$8 \leq m_{ni} \leq 16 \quad (i = 1, 2),$$

$$5 \leq m_{n3} \leq 10。$$

4) 齿数约束

$$17 \leq z_i \leq 37 \quad (i = s, 2, 4)。$$

5) 宽径比约束

$$0.15 \leq \frac{b_1}{d_r} \leq 0.25,$$

$$0.9 \leq \frac{b_2}{d_2} \leq 1.4,$$

$$0.9 \leq \frac{b_3}{d_4} \leq 1.4。$$

6) 重合度约束

$$\epsilon_i \geq 1.5 \quad (i = rp, sp, 12, 34)。$$

7) 传动比约束

$$4 \leq i_j \leq 5.6 \quad (j = 1, 2),$$

$$3.2 \leq i_3 \leq 4.6;$$

$$\text{总传动比} \quad 93 \leq i_1 i_2 i_3 \leq 95。$$

8) 最小齿顶厚约束

$$S_{ai} \geq 0.4m \quad (i = r, 2, 4)。$$

9) 齿轮 3 与中速级齿轮轴不发生干涉约束

$$d_3 + d_{s1} + 0.020 - (d_1 + d_2) \leq 0。$$

10) 太阳轮轴直径约束

$$C\sqrt[3]{\frac{P}{n_s}} \leq d_{s1} \leq m_{n1} z_s - 0.10。$$

#### 4.4 优化模型求解及结果分析

利用 MATLAB 优化工具箱<sup>[14,18]</sup> fmincon 编程求得优化解,经圆整,得到各参数如下:

$$m_{n1}=13, m_{n2}=10, m_{n3}=6; z_s=27, z_2=23, z_4=25; i_1=5.334, i_2=4.522, i_3=3.92; d_{s1}=260。$$

进而求得:  $z_r=117, z_p=44, z_1=104, z_3=98$ , 优化后传动系统总质量  $M_2=5\ 833.9\text{ kg}$ , 优化后系统的各阶固有频率  $\omega_n'$  值见表 1。将优化所得参数代入方程(1),再次利用 4 阶 Runge-Kutta 法求解系统响应,所得结果见图 4。

对比优化设计前后的结果,传动系统总质量减少了 6.97%,系统 1 阶和 2 阶固有频率分别提高了 42.47% 和 16.73%,系统动态特性明显改善。对比图 3、4 可以发现,通过系统的设计修改,各零件的振动位移均有明显减小,降低了动态激励的传递。

## 5 结 论

1)在考虑系统外部风载波动和内部时变刚度等激励影响的基础上,采用集中参数法建立了风电增速箱传动系统的动力学模型,用拉格朗日方程建立了系统的振动微分方程。为便于分析比较系统优化前后的响应,采用 Runge-Kutta 计算系统的数值解,得到了位移响应图;为进行传动系统优化设计,采用谐波平衡法求解系统的解析解,依据解析解推导出了行星轮扭转振动加速度幅值的函数表达式,并将该表达式作为优化目标之一,同时将传动系统重量轻作为另一优化目标,采用规格化加权法将二者结合起来作为系统优化的总目标。

2)实例计算表明,优化设计后传动系统总质量有所减轻,低阶固有频率显著提高,动态特性明显改善。说明所建立的风力发电机齿轮箱传动系统动力学模型和动力学优化设计数学模型均是有效的。

#### 参考文献:

- [1] KAHRAMAN A. Free torsional vibration characteristics of compound planetary gear sets [J]. Mechanism and Machine Theory, 2001, 36(6):953-971.
- [2] LIN J, PARKER R G. Planetary gear parametric instability caused by mesh stiffness variation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 249(1):129-145.
- [3] 孙智民,季林红,沈允文. 2K-H 行星齿轮传动非线性动力学[J]. 清华大学学报:自然科学版,2003,43(5):636-639.  
SUN ZHI-MIN, JI LIN-HONG, SHEN YUN-WEN. Nonlinear dynamics of 2K-H planetary gear train[J]. Journal of Tsinghua University: Sci & Tech, 2003, 43(5):636-639.
- [4] 宋轶民,许伟东,张策,等. 2K-H 行星传动的修正扭转模型建立与固有特性分析[J]. 机械工程学报,2006,42(5):16-21.  
SONG YI-MIN, XU WEI-DONG, ZHANG CE, et al. Modified torsional model development and natural

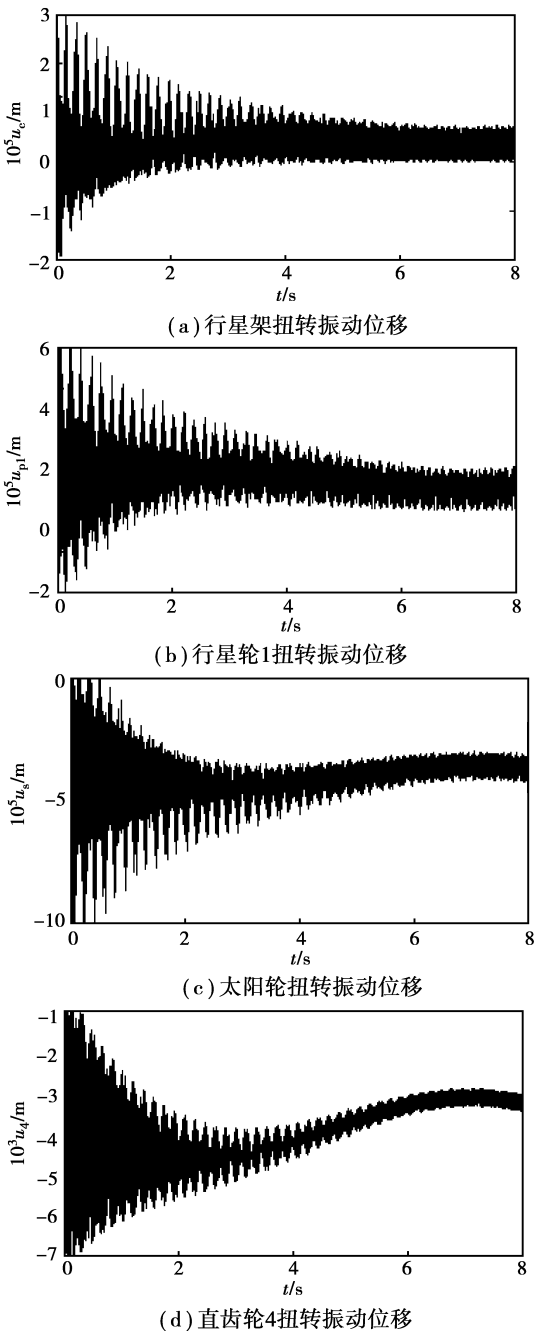


图 4 优化后系统位移响应

- characteristics analysis of 2K-H epicyclic gearing[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(5):16-21.
- [5] AMBARISHA V K, PARKER R G. Nonlinear dynamics of planetary gears using analytical and finite element models[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 302(1):577-595.
- [6] 唐增宝,钟毅芳,刘伟忠. 提高多级齿轮传动系统动态性能优化设计[J]. 机械工程学报, 1994, 30(5): 66-75.
- TANG ZENG-BAO, ZHONG YI-FANG, LIU WEI-ZHONG. Many stage helical gear train system optimal design which takes the dynamic properties as an objective function[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1994, 30(5):66-75.
- [7] 徐光伟,杨家军,肖来元,等. 行星齿轮传动的动态优化设计[J]. 机械科学与技术, 1998, 17(2):209-217.
- XU GUANG-WEI, YANG JIA-JUN, XIAO LAI-YUAN, et al. Dynamic optimal design on planetary driver[J]. Mechanical Science and Technology, 1998, 17(2): 209-217.
- [8] 杨绍普,申永军,刘献栋. 基于增量谐波平衡法的齿轮系统非线性动力学[J]. 振动与冲击, 2005, 24(3): 40-44.
- YANG SHAO-PU, SHEN YONG-JUN, LIU XIAN-DONG. Nonlinear dynamics of gear system based on incremental harmonic balance method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24(3):40-44.
- [9] CHAARI F, HBAEIB R, FAKHFAKH T. Dynamic response simulation of planetary gears by the iterative spectral method[J]. Int Simul Model, 2005, 4(1): 35-45.
- [10] 李润方,王建军. 齿轮系统动力学: 振动、冲击、噪声[M]. 北京: 科学出版社, 1997.
- [11] 刘万琨. 风力发电与风轮机优化设计[J]. 东方电气评论, 2006, 20(4):24-34.
- LIU WAN-KUN. Wind power generation and optimized design for wind rotor[J]. Dongfang Electric Review, 2006, 20(4):24-34.
- [12] 姜健飞,胡良剑,唐俭. 数值分析及其 MATLAB 实验[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [13] 韩继光,王贵成. 封闭周转轮系动态优化设计[J]. 机械科学与技术, 2004, 23(9):1131-1134.
- HAN JI-GUANG, WANG GUI-CHENG. Dynamics optimization design of closed epicyclic gear trains[J]. Mechanical Science and Technology, 2004, 23(9): 1131-1134.
- [14] 郭仁生. 机械工程设计分析和 MATLAB 应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- [15] 崔利杰,龚小平. 行星齿轮传动的模糊可靠性优化设计[J]. 机械传动, 2007, 31(5):51-52.
- CUI LI-JIE, GONG XIAO-PING. Fuzzy reliability optimization design of planetary gear transmission[J]. Journal of Engineering Design, 2007, 31(5):51-52.
- [16] 尹立. 渐开线行星轮系参数优选及可靠性优化设计[J]. 工程设计学报, 2004, 11(5):277-280.
- YIN LI. Parameter and reliability optimization design of planetary gear transmission system[J]. Journal of Engineering Design, 2004, 11(5):277-280.
- [17] 鲍和云,朱如鹏. 基于 Matlab 的两级星型齿轮传动的优化设计[J]. 工程设计学报, 2005, 12(4):232-239.
- BAO HE-YUN, ZHU RU-PENG. Optimization design of 2-stage star gear train based on Matlab[J]. Journal of Engineering Design, 2005, 12(4):232-239.
- [18] 席平原. 应用 MATLAB 工具箱实现机械优化设计[J]. 机械设计与研究, 2003, 19(3):40-42.
- XI PING-YUAN. Application of MATLAB tool kit to realizing the mechanical optimal design[J]. Machine Design and Research, 2003, 19(3):40-42.

(编辑 李胜春)