文章编号:1000-582X(2009)06-609-05

# 弧齿锥齿轮传动内部动态激励数值仿真

林腾蛟,杨妍妮,李润方,李应超

(重庆大学 机械传动国家重点实验室,重庆 400030)

摘 要:建立了弧齿锥齿轮传动的三维几何模型及有限元静力和动力接触分析模型。采用 ANSYS软件对静力分析模型进行接触分析,得出弧齿锥齿轮传动的啮合刚度激励;采用 LS-DYNA软件计算轮齿的啮入位置及主、从动轮的相对转速,对其啮入冲击特性进行数值仿真;用半 正弦函数模拟误差激励曲线。综合考虑齿轮刚度激励、误差激励及啮入冲击激励得到弧齿锥齿轮 传动的内部激励曲线。仿真分析得出负载对冲击有较大影响;冲击时间与冲击速度无关,冲击力与 冲击速度成正比;齿轮侧隙及轴交角误差将导致冲击时间滞后,同时引起冲击力增大;侧隙对冲击 时间滞后影响较大,轴交角误差对冲击力大小影响较大。

# Numerical simulation of the internal dynamic excitation of a spiral bevel gear transmission

# LIN Teng-jiao, YANG Yan-ni, LI Run-fang, LI Ying-chao

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400030, P. R. China)

**Abstract:** A 3-D geometry model and a static/dynamic finite element (FE) model of a spiral bevel gear transmission are established. Using ANSYS software, the mesh stiffness excitation of a tooth pair is calculated via the static contact FE method. Using LS-DYNA software, the approach position and relative velocity between the driving and driven gears are determined and used to analyze the impact excatation of the tooth pair. The error exaction is described by a half-sine function; the internal dynamic excitation of a spiral bevel gear transmission then can be obtained based on the acquired stiffness excitation, error exaction and impact exaction. The results indicate the following: the gear torque has a significant effect on impact characteristics, while the impact time is independent of the impact velocity; the impact force force is directly proportional to the impact velocity; the backlash and the error of crossed axes angle lead to the delay of the impact time and increase of the impact force; the backlash has considerable influence on lag time, while the error of crossed axes angle has noticeable influence on the impact force amplitude. **Key words:** spiral bevel gear; stiffness; impact; dynamic response; finite elment method

齿轮内部激励是齿轮传动与一般机械系统的不 同之处,这种内部激励是由于同时啮合齿对数的变 化、轮齿受载变形、齿轮制造误差等因素所引起的。 它包括刚度激励、误差激励和啮合冲击激励。由于

收稿日期:2009-02-25

基金项目:国家科技支撑计划资助项目(2006BAF01B01-03);重庆市重大科技专项资助项目(CSTC, 2007AB3030); 重庆市重点科技攻关项目(CSTC, 2006AA3010-6)

作者简介:林腾蛟(1968-),男,重庆大学教授,博士后,主要从事计算机辅助工程分析、机械动力学方向研究,

这些内部激励的存在,即使没有外部激励,齿轮系统 也会产生振动和噪声。研究齿轮系统内部动态激励 对于提高其动态性能有着重要意义。随着计算机技 术的发展,数值仿真方法已成为解决此类问题的一 个行之有效的方法。目前,国内外学者采用有限元 法及集中参数法,模拟了圆柱齿轮的啮合刚度激励、 误差激励及时变刚度激励下的动态特性<sup>[1-5]</sup>,提出了 圆柱齿轮传动线外啮合冲击的产生机理,在此基础 上推导出各接触点的冲击摩擦力与摩擦因数,得出 冲击速度和啮入冲击力的变化规律<sup>[6-7]</sup>,并结合能量 守恒原理,分析了圆柱齿轮初速冲击及突加载荷冲 击时的动态特性<sup>[8-12]</sup>,以及准双曲面齿轮和弧齿锥 齿轮的刚度激励和冲击特性<sup>[13-16]</sup>。

上述文献在齿轮系统动态特性方面作了许多有 价值的研究。笔者针对弧齿锥齿轮传动的几何特 性,建立了完整齿轮模型,应用动力接触有限元法, 系统地研究了弧齿锥齿轮传动包括刚度激励、误差 激励及啮入冲击激励在内的内部动态激励,并讨论 了相关影响因素。

1 弧齿锥齿轮有限元分析模型

弧齿锥齿轮传动的几何参数如表 1 所示,材料 弹性模量  $E = 2.01 \times 10^{11}$  Pa,密度  $\rho = 7.8 \times 10^{3}$ kg/m<sup>3</sup>,泊松比  $\mu = 0.3$ 。为准确计算齿轮啮合时的 内部动态激励,建立分析模型时必须保证齿廓曲面 的准确性<sup>[17]</sup>,采用 UG 软件,建立弧齿锥齿轮三维 几何模型,如图 1 所示。

|     | 模数              | 齿数 | 齿宽              | 齿宽中点螺旋角          |
|-----|-----------------|----|-----------------|------------------|
|     | $m/\mathrm{mm}$ | z  | $b/\mathrm{mm}$ | $eta/(^{\circ})$ |
| 主动轮 | 10              | 33 | 140             | 35               |
| 从动轮 | 10              | 42 | 140             | -35              |





图1 弧齿锥齿轮传动几何模型

将实体模型导入 ANSYS 中,建立图 2 所示的 弧齿锥齿轮静/动力接触分析模型。计算工况为:输 欢迎访问重庆大学期刊3 入转速1000 r/min,负载转矩19617 N·m。齿轮 啮合刚度借助ANSYS 静力接触分析模块求解,采 用SOLID45 三维实体单元。轮齿冲击力利用 LS-DYNA动力接触分析模块求解,采用SOLID164 三维实体单元。由于SOLID164单元没有转动自由 度,为便于施加转动约束,轮体内圈采用具有转动自 由度的刚性壳体单元SHELL163,刚性壳体单元附 着在齿轮内圈表面上,并与实体单元共用节点。这 样可通过在刚性体上施加约束来达到约束实体的 目的。



# 图 2 孤齿锥齿轮有限元分析模型

# 2 刚度激励数值仿真

刚度激励是一种参数激励,指齿轮啮合过程中, 综合啮合刚度的时变性所引起的动态激励,是主要 的齿轮内部激励形式。齿轮啮合刚度定义为一对或 几对同时啮合的轮齿在 1 mm 齿宽上产生 1 μm 变 形所需的载荷。设啮合对数为 *n*,则轮齿综合啮合 刚度可表示为<sup>[2]</sup>

$$k = \sum_{i=1}^{n} F_i / (\delta_{pi} + \delta_{gi}), \qquad (1)$$

式中: $F_i$ 为啮合齿对接触力; $\delta_{\mu i}$ 为主动轮的轮齿变形; $\delta_{\mu i}$ 为从动轮的轮齿变形。

利用 APDL 参数化语言,编制了弧齿锥齿轮传动加载及求解控制程序,可以对不同啮合位置下的轮齿有限元模型进行三维弹性接触分析,并自动提取轮齿对的接触力及主、从动轮啮合点上的轮齿变形,利用公式(1)计算可得弧齿锥齿轮传动各啮合位置的单齿啮合刚度及综合啮合刚度曲线,如图 3 所示。

R迎访问重庆大学期刊社网 http://qks.cqu.edu.cn



- 3 啮合冲击激励数值仿真
- 3.1 齿轮冲击-动力接触问题有限元法 轮齿冲击-动力接触问题的动力方程为  $M_{i}\ddot{u}_{i(i)} + C_{i}\dot{u}_{i(i)} + K_{i(i)}u_{i(i)} = P_{i(i)} + F_{i(i)}(i \in p, g),$ (2)

式中: $M_i$ 、 $C_i$ 、 $K_i$ 分别为主、从动轮的质量矩阵、阻尼 矩阵和刚度矩阵; $P_{i(t)}$ 和 $F_{i(t)}$ 分别为主、从动轮的外 载荷矢量和接触力矢量; $u_{i(t)}$ 、 $\ddot{u}_{i(t)}$ 分别为主、从 动轮的位移矢量、速度矢量和加速度矢量。

动力方程(2)的求解方法采用 Newmark- $\beta$ 法, 假定在时间区间  $t \sim t + \Delta t$  内某点的加速度作为整个 区间的实际加速度,可以得到仅含有位移矢量  $u_{i(t+\Delta t)}$ 的动力接触有限元方程

$$\begin{split} \widetilde{\mathbf{K}}_{i} &= \mathbf{K}_{i} + \frac{1}{\beta \Delta t^{2}} \mathbf{M}_{i} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{C}_{i} ,\\ \widetilde{\mathbf{P}}_{i(t+\Delta t)} &= \mathbf{P}_{i(t+\Delta t)} + \mathbf{M}_{i} \left( \frac{1}{\beta \Delta t^{2}} \mathbf{u}_{i(t)} + \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{u}}_{i(t)} + \left( \frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{u}}_{i(t)} \right) + \mathbf{C}_{i} \left( \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{u}_{i(t)} + \left( \frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \dot{\mathbf{u}}_{i(t)} + \left( \frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{u}}_{i(t)} \Delta t \right) . \end{split}$$

式中, $\gamma 和 \beta$  为调整的参数,若取  $\gamma = 0.5$ , $\beta = 0.25$ 时,可保证 Newmark- $\beta$  法无条件稳定。

3.2 轮齿啮入位置确定

齿轮啮入冲击力是在啮入瞬时发生的,冲击时间很短,所以必须准确计算出轮齿的啮入位置。用 LS-DYNA软件计算弧齿锥齿轮某轮齿的啮入位 置。边界条件为主动轮施加均匀转速,从动轮施加 转矩,约束主、从动轮除轴向转动以外的所有自由 度。计算初始状态下未进入啮合的某轮齿接触力 F(t),可得该轮齿的接触力曲线,如图4所示。曲线 上第一个不为零的点即为该轮齿的啮入点,啮入时 间 t<sub>0</sub>为4.75 ms,将有限元模型转动到某轮齿的啮 入位置所需转过的角度为27°。



#### 3.3 不同转矩时的冲击特性

假设主动轮以相同冲击速度 15 rad/s 冲击从动 轮,从动轮转矩分别为 19.6、50 kN•m 以及从动轮 固定时,冲击力曲线如图 5 所示。从动轮转矩为 19.6 kN•m 时冲击力最小,冲击时间仅为 595 μs; 从动轮固定时冲击力最大,冲击时间达 745 μs。计 算结果表明,从动轮转矩越大,冲击时间越长、冲击 力越大。



图5 从动轮不同约束下的冲击力曲线

#### 3.4 不同初速时的冲击特性

由于齿轮啮入冲击是齿轮啮合时,轮齿误差和 轮齿受力变形使实际啮合位置偏离理论啮合线,导 致主、从动轮出现速度差引起的<sup>[11]</sup>。通过 LS-DYNA 软件计算主、从动轮啮合冲击的相对转速。 假设主动轮匀速转动,根据传动比计算出从动轮理 论转速,它与仿真计算所得的实际转速的差即为从 动轮相对转速,而后根据传动比可得到主动轮冲击 从动轮的初速度。

考虑到突加转速和转矩会引起计算不稳定,加载过程假设在 0.002 5 s 内完成。图 6 为从动轮理



图6 从动轮转速曲线

论转速和实际转速曲线。由图可知,从动轮相对转速的最大波动值为 6.686 rad/s,则主动轮冲击从动轮的初速度为 8.509 rad/s。

在主动轮上施加初速度 8.509 rad/s,可得冲击 力曲线。为了比较不同初速时的冲击特性,同时对 初速为 15 rad/s 和 20 rad/s 的情况进行计算,图 7 为主动轮不同初速冲击从动轮时的冲击力曲线。由 图可知,冲击时间与冲击速度无关,冲击力与冲击速 度成正比。



图7 不同冲击速度下的冲击力曲线

3.5 侧隙和轴交角对冲击特性的影响

对于弧齿锥齿轮传动,齿轮侧隙及轴交角误差 对冲击特性有较大影响。图 8(a)为计算工况下齿 侧间隙分别为 0.2、0.4、0.6 mm 时的冲击力曲线。 由图可知,侧隙会引起冲击时间滞后,侧隙越大,滞 后时间越长。侧隙的存在使主动轮产生了加速度, 冲击速度增大,从而导致冲击力增大。侧隙越大,冲 击力越大。图 8(b)为计算工况下齿轮轴交角偏差 分别为+0.02°、+0.05°和+0.07°时的冲击力曲线。 由于轴交角偏差使轮齿的接触区域减小,导致冲击 力增大。轴交角偏差对冲击时间的影响很小,但对 冲击力幅值影响相对较大。



图 8 存在加工及装配误差时的冲击力曲线

# 4 内部激励分析

弧齿锥齿轮传动的齿轮误差 e(t)可用半正弦函 数表示为<sup>[3]</sup>

$$e(t) = e_r \sin(\pi t/T_z + \varphi), \qquad (4)$$

式中: $e_r$  为轮齿误差的幅值;t 为时间; $T_z$  为单对轮齿啮合时间; $\varphi$  为相位角,取  $\varphi=0$ 。

误差激励为位移激励,若齿轮加工精度为6级, 误差激励曲线如图9所示。



综合考虑齿轮的时变刚度和误差引起的激励及 齿轮啮合冲击激励,则齿轮啮合的内部激励可表 示为<sup>[2]</sup>

 $F(t) = \Delta k(t) \cdot e(t) + S(t), \qquad (5)$ 

式中:F(t)为内部激励; $\Delta k(t)$ 为啮合刚度的变刚度 部分;e(t)为齿轮综合误差;S(t)为啮合冲击激励。

将单齿刚度曲线和误差曲线在对应点处相乘, 减去不变部分激励力,即得由单齿刚度和误差引起 的动态激励力,再在各对轮齿啮入点处加上冲击激 励,合成并延伸后可得弧齿锥齿轮内部激励曲线如 图 10 所示。该曲线可作为弧齿锥齿轮减速器动态 响应分析时的输入激励。



# 5 结 论

1)用弹性接触有限元法计算轮齿啮合刚度曲线,用半正弦函数模拟误差曲线,用动力接触有限元法计算啮入冲击力,得到了弧齿锥齿轮内部激励曲线。

曲线。 欢迎访问重庆大学期刊社网 http://qks.cqu.edu.cn 2) 弧齿锥齿轮的转矩越大,冲击时间越长、冲击 力越大。

3) 弧齿锥齿轮啮入冲击时间与冲击速度无关, 冲击力与冲击速度成正比。

4) 弧齿锥齿轮的侧隙及轴交角误差将影响冲击 力。侧隙及轴交角误差越大,冲击力越大,侧隙还将 使冲击时间滞后。

### 参考文献:

- [1] HEDLUND J, LEHTOVAARA A. A parameterized numerical model for the evaluation of gear mesh stiffness variation of a helical gear pair[J]. Mechanical Engineering Science, 2008, 222: 1321-1327.
- [2] LIU WEN, LIN TENG-JIAO, LI RUN-FANG, et al. Finite element analysis of dynamic response and structure borne noise of gearbox [J]. Journal of Chongqing University-English Edition, 2006, 6(2): 119-124.
- [3]林腾蛟,蒋仁科,李润方,等.船用齿轮箱动态响应及抗 冲击性能数值仿真[J].振动与冲击,2007,16(12): 14-17,22.

LIN TENG-JIAO, JIANG REN-KE, LI RUN-FANG, et al. Numerical simulation of dynamic response and shock resistance of marine gearbox [J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 16(12): 14-17,22.

- [4] SONG H, RAJENDRA G, RAJENDRA S. Inclusion of sliding friction in contact dynamics model for helical gear [J]. Transactions of the ASME, 2007, 129: 48-57.
- [5] AMBARISHA V K, PARKER R G. Nonlinear dynamics of planetary gears using analytical and finite element models [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 302: 577-595.
- [6]周长江,唐进元,钟志华.齿轮传动的线外啮合与冲击 摩擦[J].机械工程学报,2008,44(3):75-81.
  ZHOU CHANG-JIANG, TANG JIN-YUAN, ZHONG ZHI-HUA. Corner contact and impact friction of gear drive [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(3):75-81.
- [7]盛云,武宝林.齿轮传动中啮合冲击的计算分析[J]. 机械科学与技术,2005,22(7):41-43.
  SHENG YUN, WU BAO-LIN. Calculation analysis on meshing impact in gear transmission[J]. Mechanical Science and Technology, 2005, 22(7):41-43.
- [8] 黄泽平,马吉胜,李伟,等. 齿轮副啮合冲击仿真研 究[J]. 兵工自动化,2006,25(10): 27-29. HUANG ZE-PING, MA JI-SHENG, LI WEI, et al.

Study on gear pair meshing impact simulation[J]. O I

Automation, 2006, 25(10): 27-29.

- [9]谢海东,周照耀,夏伟,等. 斜齿轮传动中啮合冲击数值 研究[J]. 机械传动,2008,29(3): 6-8. XIE HAI-DONG, ZHOU ZHAO-YAO, XIA WEI, et al. Numerical study on meshing impact of helical gear[J]. Mechanical Transmission, 2008, 29(3): 6-8.
- [10] PASCAL Z, PETER E. Simulative and experimental investigation of impacts on gear wheels [J]. Comput Methods Appl Mech Engrg, 2008, 197: 4653-4662.
- [11] 唐进元,刘欣,戴进. 基于 ANSYS/LS-DYNA 的齿轮传动线外啮合冲击研究[J]. 振动与冲击,2007,26(9):40-44.
  TANG JIN-YUAN, LIU XIN, DAI JIN. Study on corner contact shock of gear transmission by ANSYS/LS-DYNA software [J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(9):40-44.
- [12] LIN T J, OU H, LI R. A finite element method for 3D static and dynamic contact/impact analysis of gear drives[J]. Comp Meth Appl Mech Eng, 2007, 196(12): 1716-1728.
- [13] CHENG Y P, LIM T C. Dynamics of hypoid gear transmission with nonlinear time-varying mesh characteristics [J]. Journal of Mechanical Design, 2003, 125(2): 373-382.
- [14] 马雪洁,谢刚,王小林. 基于 ANSYS/LS-DYNA 的准双曲面齿轮动力学接触仿真分析[J]. 机械传动,2005,29(6):51-53.
  MA XUE-JIE, XIE GANG, WANG XIAO-LIN. Dynamic contact emulate analysis of hypoid gear with ANSYS/LS-DYNA [J]. Mechanical Transmission,2005,29(6):51-53.
- [15] 杨宏斌,高建平,邓效忠,等. 弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮非线性动力学研究[J]. 航空动力学报, 2004, 19 (1): 54-57.
  YANG HONG-BIN, GAO JIAN-PING, DENG XIAO-ZHONG et al. Nonlinear dynamics of spiral bevel gears and hypoid gear drives [J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19 (1): 54-57.
- [16] LI M, HU H Y. Dynamic analysis of a spiral bevelgeared rotor-bearing system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 259(3): 605-624.
- [17] CHENG Y, LIM T C. Vibration analysis of hypoid transmissions applying an exact geometry-based gear mesh theory [J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 240(3): 519-543.

(编辑 张小强)