

文章编号:1000-582X(2009)09-1006-05

# 隧道围岩卸荷演化过程的 Kolmogorov 熵分析

赵 瑜<sup>a,b</sup>, 卢义玉<sup>b</sup>, 康 勇<sup>b</sup>

(重庆大学 a. 土木工程学院; b. 西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室, 重庆 400030)

**摘 要:** 岩石材料本质上是一种物理非线性的材料, 在深埋条件下, 隧道围岩系统的变形还表现出几何非线性, 这两种非线性机制的相互作用使得围岩系统的卸荷演化具有高度的复杂性。根据重庆某深埋隧道围岩实际情况, 建立了摩尔-库仑剪破坏与拉破坏复合的应变软化模型, 运用三维显式有限差分程序 FLAC3D 软件, 采用大变形方法对深埋隧道围岩系统卸荷进行数值仿真, 同时基于耗散结构理论, 对深埋隧道围岩系统卸荷演化的双重非线性数值计算结果行整合, 提取了围岩系统演化过程中特征点演化时间序列的 Kolmogorov 熵值, 判断了系统演化的混沌特性及其对初始条件的敏感性, 分析了系统卸荷过程的能量耗散特征, 研究了围岩的失稳机制。

**关键词:** 深埋隧道; 双重非线性; 卸荷; Kolmogorov 熵; 系统演化

**中图分类号:** TU921

**文献标志码:** A

## Kolmogorov entropy analysis of surrounding rock system in the processing of unloading for deep-buried tunnels

ZHAO Yu<sup>a,b</sup>, LU Yi-yu<sup>b</sup>, KANG Yong<sup>b</sup>

(a. College of Civil Engineering; b. Key Laboratory for the Exploitation of Southwestern Resources and Environmental Disaster Control Engineering, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400030, P. R. China)

**Abstract:** Rock is a kind of physical nonlinear complicated medium, under deep-buried condition the surrounding rock system deformation shows geometrical nonlinear characteristic, and the interaction between the two nonlinear mechanism makes the unloading of surrounding rock system evolving complexly. Based on the Lagrangian method and large deformation caculation method, both the double-nonlinearity and nonlinear dynamics character of deep-buried tunnel surrounding rock system under unloading are studied. The numerical model results show that the Kolmogorov entropy has been extracted from the evolution data in the unloading process of surrounding rock system. The analysis indicates that the typical chaos character has been demonstrated in the process of unloading for deep-buried tunnel surrounding system and the rock mass energy dissipation is analyzed at the stage of unloading.

**Key words:** deep-buried tunnels; double nonlinear; unload; Kolmogorov entropy; system evolution

深埋隧道的开挖建造, 将遇到岩体的卸荷变形和动态稳定性控制问题。其核心问题就是对岩体卸荷形变、动态预测和动力学规律的认识<sup>[1]</sup>。在卸荷

岩体力学特性研究方面, 许多学者作了大量的研究工作, 取得了巨大的成就。刘国霖提出了反应力应变观点和岩体力学特性衰变的概念, 以研究卸荷岩

收稿日期: 2009-04-06

基金项目: 国家自然科学基金创新研究群体科学基金资助项目(50621403); 国家自然科学基金资助项目(50804060); 西部交通建设科技资助项目(200731800037)

作者简介: 赵瑜(1978-), 男, 重庆大学副教授, 博士, 主要从事地下工程、环境工程等方向的研究, (E-mail)zytyutl@126.com。

体力学特性<sup>[2]</sup>;郭志分析了围压对岩体力学特性的影响<sup>[3]</sup>;哈秋龄对开挖卸荷条件下岩体的变形损伤、岩体参数衰变劣化等动态因素进行了研究<sup>[4]</sup>。上述研究都是以传统的牛顿力学思想为出发点,认为在确定性的激励条件下,确定性的系统的响应也是确定的。然而,岩石材料本质上是一种物理非线性的材料,在深埋条件下,隧道围岩系统的变形还表现出几何非线性,这两种非线性机制的相互作用使得围岩系统的卸荷演化具有高度的复杂性,其演化过程中既表现出确定性、必然性的一面,同时又具有随机性、混沌性、无序性的一面<sup>[5]</sup>。

寻找围岩系统卸荷演化力学机制的有效方法就是对卸荷岩体变形演化历时性的研究。Kolmogorov 熵描述系统随时间演化信息的产生率,是表征非线性动力学系统状态演化的一个重要特征量。以共和隧道Ⅲ级深埋围岩段为研究对象,利用 FLAC<sup>3D</sup>进行三维双重非线性数值仿真计算,对深埋隧道施工过程中岩体变形演化历时性进行研究。同时考虑到岩体本质上这种复杂的非线性,就要求对系统的某些力学行为预测遵从非线性科学的规则,因此引入非线性科学理论,对数值模拟的分析结果进行整合,提取围岩系统演化过程中所显示出的确定性和非确定性信息,以准确的描述围岩系统的演化特征,实现系统卸荷演化的 Kolmogorov 熵分析。

## 1 双重非线性数值仿真

### 1.1 应变软化模型的建立

FLAC<sup>3D</sup>中的应变软化模型是基于与剪切流动法则不相关联而与拉力流动法则相关联的摩尔-库仑模型的<sup>[6-7]</sup>。考虑应力-应变曲线  $\sigma-e$ ,如图 1 所示。

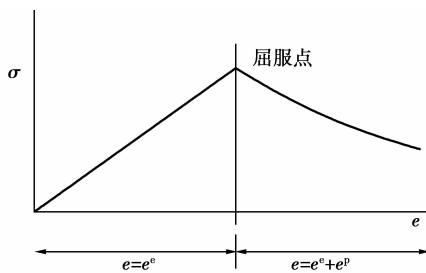


图 1 应力-应变曲线

岩体在峰值点应力状态产生塑性屈服,采用摩尔-库仑屈服准则。屈服后,开始软化但仍然保留一定的残余强度,此时,总应变由弹性应变与塑性应变两部分组成。其中塑性剪切应变  $e^{ps}$  的增量形式定义如下

$$\Delta e^{ps} = \left\{ \frac{1}{2}(\Delta e_1^{ps} - \Delta e_m^{ps})^2 + \frac{1}{2}(\Delta e_m^{ps})^2 + \frac{1}{2}(\Delta e_3^{ps} - \Delta e_m^{ps})^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

其中:  $\Delta e_m^{ps} = \frac{1}{3}(\Delta e_1^{ps} + \Delta e_3^{ps})$ ,  $\Delta e_j^{ps}$ ,  $j=1,3$  是塑性应变主增量。

$e^{pt}$  用于计算累积的张拉塑性应变,它的增量定义为

$$\Delta e^{pt} = \Delta e_3^{pt}, \quad (2)$$

其塑性流动法则和应力修正同摩尔-库仑模型完全一致,详细过程请见参考文献<sup>[6]</sup>。通过用户自定义粘聚力  $c$ 、摩擦角  $\varphi$ 、剪胀角  $\gamma$  等变量作为总应变中塑性应变部分  $e^p$  的分段函数,来表示塑性屈服开始后,粘聚力  $c$ 、摩擦角  $\varphi$ 、剪胀角  $\gamma$  逐渐弱化的现象。

由于应变软化模型的复杂性,需应用反演的方法,根据现实验室测定的应力-应变曲线,通过多次小试件数值试验反演,确定模型所需的各种物理力学计算参数,得到了同共和隧道深埋段岩石单轴应力-应变关系曲线较一致的应力-应变关系曲线,建立了应变软化模型。

### 1.2 大变形数值计算方法

对岩土工程中出现的大变形来讲,是非线性塑性大变形,其转动、形变的先后运动顺序会影响岩土工程的变形破坏问题是一个塑性大变形问题。塑性大变形区别于弹性大变形和小变形的显著标志是前者与过程紧密相关,不同的加载过程对应着不同的变形结果。塑性大变形区别于弹性大变形和小变形的显著标志是前者与过程紧密相关<sup>[8-9]</sup>,关于大变形数值方法几何场理论的具体解释请见参考文献<sup>[8-9]</sup>。

FLAC-3D 是一种三维快速拉格朗日分析程序,该程序将计算区域划分为若干四面体单元,每个单元在给定的边界条件下遵循指定的线性或非线性的本构关系,如果单元应力使得材料屈服或产生塑性流动,则单元网格可以随着材料的变形而变形,这种算法非常适合于模拟大变形问题。采用了显式有限差分格式来求解场的控制微分方程,并应用了混合单元离散模型,能较好地模拟地质材料在达到强度极限或屈服极限时发生的破坏或塑性流动的力学行为,特别适用于分析渐进破坏和失稳以及模拟大变形<sup>[8,10-11]</sup>。

### 1.3 数值计算

选取共和隧道Ⅲ级深埋围岩段进行数值模拟,计算模型如图 2 所示,计算域  $xyz = 96 \text{ m} \times 96 \text{ m} \times$

10 m, 模型边界  $x$  方向施加水平地应力 20.17 MPa,  $z$  方向底边位移面约束, 上边界施加垂直地应力 18.12 MPa, 底部边界  $y$  方向位移面约束。采用三心拱曲边墙结构断面和全断面开挖方法。基于应变软化模型, 运用大变形计算方法, 全程跟踪图 3 所示的 6 个特征点的剪切应变率时间序列, 得到各测点剪切应变率时间序列, 对深埋隧道施工过程中岩体变形演化非线性动力学特性进行研究。

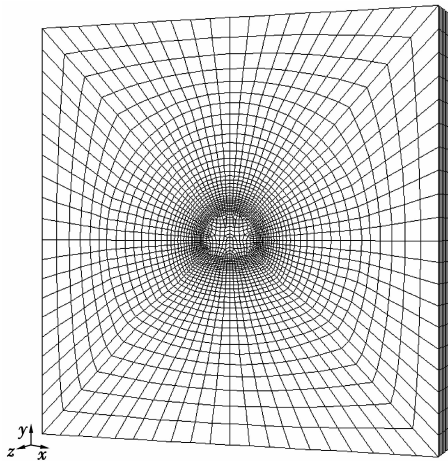


图 2 数值模型

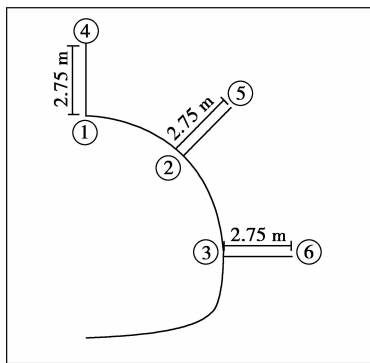


图 3 特征点布置

## 2 Kolmogorov 熵的计算

自然界中开放的、远离平衡态的系统、非线性相互作用的系统、过程不可逆系统、具有涨落和破缺的系统, 可能出现混沌现象<sup>[12]</sup>。深埋隧道围岩系统是复杂的开放系统, 与外界环境不断进行着能量、物质的交换, 围岩变形是一种非平衡态的有序结构, 是一种不可逆的过程, 内部各子系统之间存在着非线性的相互作用。系统的这些特点, 决定了该系统有可能产生混沌运动。

根据 Takens 定理, 系统中的任一分量的演化都是由与之相互作用着的其它分量所决定, 相关分量

的信息隐含在任一分量的发展过程之中<sup>[13]</sup>。因此, 对岩体单元剪切应变率时间序列进行研究, 而要通过这样的一系列纯量数据来研究深埋隧道围岩系统的非线性特征, 必须将时间序列转化为状态向量, 把一维时间序列扩展到高维的相空间, 才能把时间序列的信息充分显示出来, 这就要用到延迟相空间重构方法。通过 C-C 方法选取了合适的延迟时间  $T$  和嵌入围  $m$  进行相空间重构<sup>[14]</sup>。重构后的相空间可以表示动力系统所有可能的状态, 系统的行为则由它在相空间中相点的连线(轨迹)来加以描述。在相空间中相互靠近的初始条件不同的两条系统状态变化轨迹随着时间的推移, 收敛或发散的平均变率用 Lyaounov 指数表示。动力学系统的 Kolmogorov 熵等于系统所有正的 Lyapunov 指数之和, 其取值反映了动力系统的运动性质和状态, 是度量动力系统状态变化的随机或无序程度的特征量。

### 2.1 Kolmogorov 熵的内涵及计算方法

根据 Shannon(1948) 创立的信息论, 信息熵  $S$  定义为<sup>[12-13]</sup>

$$S = -K \sum_i P_i \ln P_i, \quad (3)$$

式中  $P_i$  系统处在状态  $i$  的概率,  $K$  为任一常数。考虑一个  $n$  维动力系统, 将它的相空间分割成一个个边长为  $r$  的  $n$  维立方体盒子, 对于状态空间的一个吸引子和一条落在吸引域中的轨道  $x(t)$ 。取时间间隔为一个很小的量  $\tau$ , 令  $P(i_0, i_1, \dots, i_m)$  表示起始时刻系统轨道在第  $i_0$  个格子中,  $t = \tau$  时在第  $i_1$  个格子中,  $\dots$ ,  $t = d\tau$  时在第  $i_d$  个格子中的联合概率, 则有

$$K_n = - \sum_{i_0, \dots, i_d} P(i_0, i_1, \dots, i_d) \ln P(i_0, i_1, \dots, i_d). \quad (4)$$

$K$  熵进一步把信息熵的概念精确化, 用来度量系统运动的混沌或无序的程度。  $K_{i+1} - K_i$  量度了系统从时间  $i$  到  $i+1$  的信息损失。  $K$  熵定义为信息的平均损失率

$$K = \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{r \rightarrow 0} \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{1}{m\tau} \sum_{i_0, \dots, i_d} (K_{i+1} - K_i) = - \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{r \rightarrow 0} \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{i_0, \dots, i_d} P(i_0, i_1, \dots, i_d) \ln P(i_0, i_1, \dots, i_d). \quad (5)$$

$q$  阶广义熵定义为

$$K_q = - \frac{1}{q-1} \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{r \rightarrow 0} \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{1}{d\tau} \log_2 \sum_{i_1, \dots, i_d} P(i_1, i_2, \dots, i_d)^q, \quad (6)$$

$$K_2 = - \frac{1}{q-1} \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{r \rightarrow 0} \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{1}{d\tau} \log_2 \sum_{i_1, \dots, i_d} P(i_1, i_2, \dots, i_d)^2, \quad (7)$$

其中  $K_0$  为拓扑熵,  $K_1$  为  $K$  熵,  $K_2$  为二阶 Renyi 熵。信息是描述系统不确定程度的物理量, 信息量越大信息的损失速率越大, 其不确定程度就越大,  $K_1$  大于 0 是系统产生混沌的充分条件。

Grassberger 和 Procaccia 证明了  $K_2 \leq K_1 \leq K_0$ , 因此在实际工作中, 可以用  $K_2$  估计 Kolmogorov 熵。并同时得出了  $K_2$  熵与关联积分  $C_d^2(r)$  存在以下关系<sup>[15]</sup>

$$K_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{1}{m\tau} \log_2 \frac{C_d^2(r)}{C_{d+m}^2(r)} \quad (8)$$

### 2.2 Kolmogorov 熵分析

使用熵值可判断系统运动的性质:

- 1)  $K_2 = 0$ , 表明系统是规则运动的;
- 2)  $K_2 \rightarrow \infty$ , 表明系统做随机运动;
- 3)  $0 < K_2 < \infty$ , 表明系统做混沌运动,  $K_2$  值越大, 那么信息损失速度越大, 系统的混沌程度越大, 系统也就越复杂。

图 4 为 6 个测点剪切应变率数据序列的  $K$  熵的计算图。

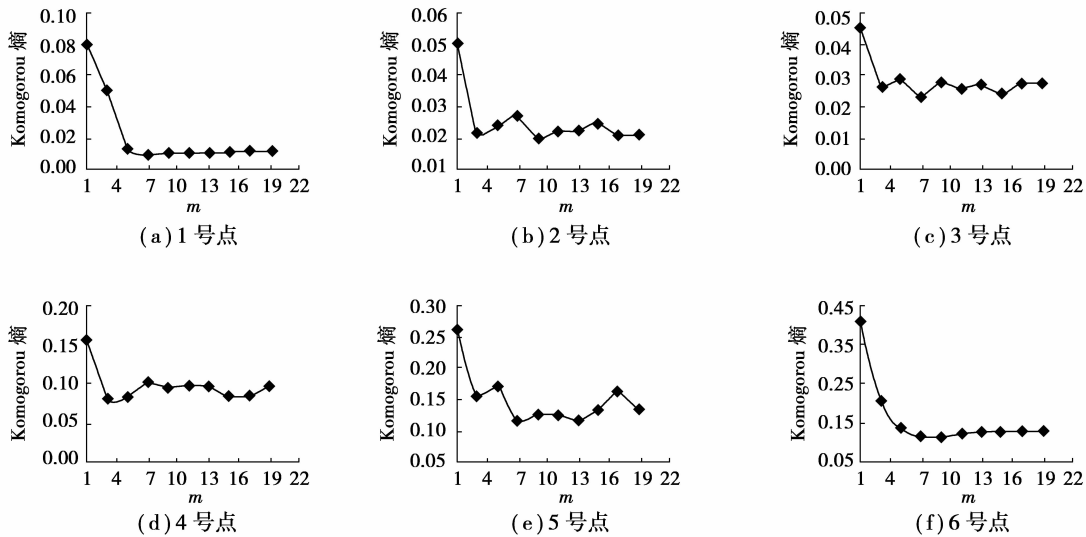


图 4 特征点的 Kolmogorov 熵

由于数据量的限制, 计算时采用固定的  $r$  值, 嵌入维的差取为 2, 分别计算嵌入维为 1, 3, 5, 7, ..., 19 时的相关积分, 然后以此为依据计算  $K$  熵。从计算结果来看, 在嵌入维增加到 3 以后, Kolmogorov 熵值基本是稳定的, 利用嵌入维 7~19 之间的数据估计 1 号点的 Kolmogorov 熵为 0.010 675, 利用嵌入维 9~17 之间的数据估计 2 号点的 Kolmogorov 熵为 0.022 964, 利用嵌入维 9~19 之间的数据估计 3 号点 Kolmogorov 熵为 0.026 357, 利用嵌入维 7~19 之间的数据估计 4 号点的 Kolmogorov 熵为 0.092 846, 利用嵌入维 7~15 之间的数据估计 5 号点的 Kolmogorov 熵为 0.129 58, 利用嵌入维 7~19 之间的数据估计 6 号点的 Kolmogorov 熵为 0.122 834。6 个特征点的 Kolmogorov 熵值都大于零, 表明卸荷过程围岩系统的演化具有混沌特性, 具有对初始条件的敏感性, 且 Kolmogorov 熵值存在一定的差异, 揭示了围岩系统演化过程中变形的非均匀性, 正是这种变形的不均匀性, 是导致围岩层状剥落及其失稳破坏的重要原因。

卸荷过程必伴随着能量的转化, 而能量在多大

程度上实现转化及向什么方向转化由能量差和有关条件决定亦即主要由系统所在熵的状态决定。

Kolmogorov 熵不仅可以定量描述已处于混沌状态的岩体各点的混沌程度, 还可以定量描述岩体系统各点的能量变化。Kolmogorov 熵值越低, 在一定条件下自发转化为越多样方式的有效能量, 使围岩系统的物质结构性增强、运动的有序性增高, 该处围岩消耗的能量就越多; Kolmogorov 熵值越高, 能量对应的物质运动越无序, 能量的可用性越差, 能量变为其它形式能量的转化能力越低, 能量在转化中可以被充分利用的部分就越少, 即该处围岩消耗的能量就较少。在洞壁的 3 个点的 Kolmogorov 熵值较低, 既该处围岩消耗能量较多, 而距洞壁 0.5 倍半径处的 3 个点的 Kolmogorov 熵值较高, 消耗能量较少, 表明开挖卸荷过程中, 岩体单元的破碎同其自身的能量释放有着极密切的关系。中国学者华安增教授曾经进行模拟地下工程开挖过程中的围岩破碎的试验, 证明了降压破碎中岩样释放的能量均小于加压过程岩样储存的能量, 岩石自身的能量是其破碎的根本原因。因此, 在开挖卸荷过程中, 岩体单元

靠自身储存的能量使其破碎,即不需要外界对它做功,靠自身储存的能量足以使岩石破碎

### 3 结 论

1)深埋条件下,围岩系统属于典型的非线性力学系统,物理非线性与几何非线性这两种非线性机制的相互作用使得系统的卸荷演化具有高度的复杂性,采用摩尔-库仑剪破坏与拉破坏复合的应变软化模型和大变形计算方法,结合反演理论,能较好的研究深部围岩系统的这一特性。

2)基于耗散结构理论,引入 Kolmogorov 熵概念,对深埋隧道围岩系统卸荷演化的双重非线性数值计算结果行整合,计算出了卸荷过程中围岩特征点的 Kolmogorov 熵值,判断卸荷过程围岩系统的演化具有混沌特性,揭示了围岩系统演化过程中变形的非均匀性及其对初始条件的敏感性。

3)通过 Kolmogorov 熵定量描述了岩体系统各点的能量变化,同时定量描述了岩体系统能量耗散特性,论证了开挖卸荷过程中,岩体单元不需外界对它做功,靠自身储存的能量足以使其破碎。

#### 参考文献:

- [1] 邓广哲,朱维申. 岩体非线性卸荷与熵变的基本特点[J]. 西安矿业学院学报,1997,17(4):332-335.  
DENG GUANG-HUA, ZHU WEI-SHEN. Nonlinear unloading process of joint rock and basic characters of entropy change[J]. Journal of Xi'an Mining Institute, 1997,17(4):332-335.
- [2] 刘国霖. 节理岩体的卸荷岩体力学理论要点[J]. 三峡大学学报:自然科学版,2002,24(3):193-197  
LIU GUO-LIN. Theoretical essentials of unloading rock mass mechanics for joint rock mass[J]. Journal of University of Hydraulic and Electric Engineering, 2002,24(3):193-197.
- [3] 郭志. 试验条件与岩体力学特性的相关性[J]. 水文地质工程地质,1995(1):15-19.  
GUO ZHI. Dependence of test condition and rock-mechanical properties [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 1995(1):15-19.
- [4] 哈秋龄. 岩体工程与岩体力学仿真分析:各向异性开挖卸荷岩体力学研究[J]. 岩土工程学报,2001,23(6):664-668.  
HA QIU-LING. Simulation analysis for rock mass

engineering and rock mass mechanics-the study on anisotropic excavation unloading rock mass mechanics [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(6):664-668.

- [5] 黄润秋,许强. 工程地质广义系统科学分析原理与应用 [M]. 北京:地质出版社,1997.
- [6] Itasca Consulting Group Inc. FLAC<sup>3D</sup> (Version 2.1) Users Manual[R]. USA: Itasca Consulting Group Inc, 2002.
- [7] 刘波,韩彦辉. FLAC 原理、实例与应用指南[M]. 北京:人民交通出版社,2005.
- [8] 何满潮,王树仁. 大变形数值方法在软岩工程中的应用[J]. 岩土力学,2004,25(3):185-188.  
HE MAN-CHAO, WQANG SHU-REN. Application of numerical method of large deformation to soft rock engineering[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25 (3): 185-188.
- [9] 陈至达. 有理力学[M]. 徐州:中国矿业大学出版社,1988.
- [10] 刘建华. 连续介质力学行为分析的静态拉格朗日方法[J]. 岩石力学与工程学报,2007,26(7):1438-1447.  
LIU JIAN-HUA. Static lagrangian method for analysis of continuum mechanical behaviors[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26 (7): 1438-1447.
- [11] 童立元,王斌,刘义怀,等. 地震液化条件下地面的大变形三维数值分析 [J]. 岩土力学,2008,29(8):2226-2230.  
TONG LI-YUAN, WANG BIN, LIU YI-HUAI, et al. 3D numerical simulation of large ground displacement caused by seismic liquefaction [J]. Rock and Soil Mechanics, 2008,29(8):2226-2230.
- [12] 陈士华,陆君安. 混沌动力学初步[M]. 武汉:武汉水利电力大学出版社,1998.
- [13] 王兴元. 复杂非线性系统中的混沌[M]. 北京:北京工业出版社,2003.
- [14] KIM H S, EYKHOLT R, EYKHOLT J D. Nonlinear dynamics, delay times, and embedding windows[J]. Physica D, 1999, 127(1/2):48-60.
- [15] GRASSBERGER P, PROCACCIA I. Characterization of strange attractors[J]. Physica Review Letters, 1983, 50(5):346-349.

(编辑 赵 静)