

文章编号:1000-582X(2009)12-1381-05

用分层抽样和复 Morlet 小波识别短样本模态参数

汤宝平^{1,2}, 章国稳¹, 孟利波², 何启源¹

(1. 重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400030;

2. 重庆交通科研设计研究院 桥梁结构动力学国家重点实验室, 重庆 400067)

摘要:针对大型结构短样本模态参数识别, 提出基于分层抽样的最优复 Morlet 小波短样本模态参数识别方法。先对结构响应信号进行分层抽样, 用随机减量法提取每一层的自由衰减信号; 再根据样本标准差确定每一层的层权, 用最优复 Morlet 小波识别每一层的模态参数; 最后用层权对模态参数进行加权得到最终的模态参数。工程应用结果表明, 所提方法具有较高的识别精度, 良好的低频密集模态解耦和高频虚假模态抑制能力。

关键词:模态参数识别; Morlet 小波; 分层抽样; 短样本

中图分类号: TB123; TH7

文献标志码: A

Modal parameters identification for short data sequences based on stratified sampling and optimism complex Morlet wavelet

TANG Bao-ping^{1,2}, ZHANG Guo-wen¹, MENG Li-bo², HE Qi-yuan¹

(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400030, P. R. China;

2. State Key Laboratory of Bridge Structure Dynamics, Chongqing Communication Research & Design Institute, Chongqing 400067, P. R. China)

Abstract: A novel modal parameter identification method based on stratified sampling and optimism complex Morlet wavelet is proposed for short data sequences. Stratified sampling is applied to divide the structure response signal into different layers which called sub-samples with different thresholds, and then free decrement response signal of each layer is extracted by random decrement technique. The optimism complex Morlet wavelet transform is applied to identify modal parameter of each layer, and the weight of the layer is also determined based on the sample standard deviation. The modal parameter of the structure can be obtained by weighted calculation. The engineering application shows that the proposed method has the ability to identify modal parameter accurately, decouple low-frequency intensive modal composition and restrain high-frequency fake modal effectively.

Key words: modal parameters identification; Morlet wavelet; stratified sampling; short data sequences

对于只能获得响应信号的大型结构的模态分析, 通常用随机减量法 (random decrement

technology, RDT) 提取结构的自由衰减响应信号^[1-2]。在短样本条件下^[3], 随机减量法的精度会因

收稿日期: 2009-07-20

基金项目: 国家高技术研究发展计划 (No. 2009AA04Z411); 霍英东教育基金会资助 (11057); 博士后科学基金资助项目 (20080430749)

作者简介: 汤宝平 (1971-), 男, 重庆大学教授, 主要从事测试计量及虚拟仪器方向研究, (Tel) 13658319901; (E-mail) bptang@cqu.edu.cn。

为平均次数少而大大降低。因此,有学者对此进行了研究^[4-5],但还是存在着平均次数增加不多,精度不高等问题。另一方面,大型结构的模态往往表现为低频密集耦合特征。由于小波变换具有良好的时频局部化特点,可使多自由度系统的模态自动解耦,近年来,小波变换被应用到结构模态参数识别中^[6-8]。

分层抽样^[9](stratified sampling, SS)是将总体按照一定的规则分类后分成不同的样本层,再从每个样本层中抽取一定的子样本综合成一个样本。与随机抽样相比较,在抽样总数相同的情况下,分层抽样可以大大提高抽样精度。

研究结合分层抽样和最优复 Morlet 小波变换,进行短样本条件下模态参数识别。最后,将研究所提方法应用于朝天门大桥模型的模态分析中。

1 最优复 Morlet 小波变换识别模态参数

复 Morlet 小波的时域表达式为

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi f_b}} e^{2\pi f_c t} e^{-t^2/f_b}, (f_b > 0)。 \quad (1)$$

该复小波的时间和频率分辨率分别为

$$\Delta t_\psi = \frac{\sqrt{f_b}}{2}, \Delta f_\psi = \frac{1}{2\pi \sqrt{f_b}}。 \quad (2)$$

针对某一个模态分量 f_i 修正后的小波的时间和频率分辨率分别为

$$\Delta t_i = \frac{f_c \sqrt{f_b}}{f_i 2}, \Delta f_i = \frac{f_i}{f_c 2\pi \sqrt{f_b}}。 \quad (3)$$

可以通过调整小波的中心频率 f_c 或修正系数 f_b 对频率分辨率进行修正,实现密集模态的解耦。修正系数决定着小波基的形状,小波基选择合适时,会使特征成分在时间尺度相平面上某处集结为高幅值的能量块,而与小波基不相似的能量则发散到时间尺度平面上^[10]。因此,研究采用最小小波能量熵为准则设计最优的复 Morlet 小波基^[11]。将小波分解的系数处理成概率分布序列,则其小波能量熵为

$$E(p) = - \sum_{i=1}^n p_i^2 \log p_i^2, \sum_{i=1}^n p_i = 1。 \quad (4)$$

给定一个 $f_b \in (l, r), f_c \in (f_a, f_b)$ 且 $a = C$ 或 $f_c = C$ 且 $a \in (a_a, a_b)$, 当式(4)取得最小值时,这时的小波基为与当前信号特征最相似的最优复 Morlet 小波基。

结构的自由衰减响应的小波变换系数可以表示为

$$W_\psi(a, b) = \frac{\sqrt{a}}{2} \sum_{i=1}^k A_i e^{-2\pi f_m b} e^{-\pi^2 f_b (a f_i - f_c)^2} e^{j(2\pi f_{di} b + \theta_i)}, \quad (5)$$

当 $a = a_i = \frac{f_c}{f_i}$ 时, $e^{-\pi^2 f_b (a f_i - f_c)^2}$ 取得最大值,第 i 阶模态对小波系数的贡献最大,其他模态对应的小波系数幅值很小,可以忽略不计,于是小波系数可以表示为

$$W_\psi(a_i, b) = \frac{\sqrt{a_i}}{2} A_i e^{-2\pi f_m b} e^{j(2\pi f_{di} b + \theta_i)}。 \quad (6)$$

对式(6)取绝对值并取对数

$$\ln |W_\psi(a_i, b)| = -2\pi \zeta_i f_m b + \ln \left(\frac{\sqrt{a_i}}{2} A_i \right)。 \quad (7)$$

对式(7)求导

$$\frac{d(\ln |W_\psi(a_i, b)|)}{db} = -2\pi \zeta_i f_m。 \quad (8)$$

信号的频率 f_{di} 小波变换的尺度 a_i 、小波基的中心频率 f_c 以及信号的采样频率 f_s 有如下的对应关系

$$f_{di} = f_c \cdot f_s / a_i。 \quad (9)$$

根据能量极大值原则求得最佳分解尺度后^[12], f_{di} 可以通过式(9)计算出来。根据 $f_{di} = f_m \sqrt{1 - \sigma_i^2}$, 则系统的阻尼系数 ζ_i , 固有频率 f_m 可以通过对式(8)的直线拟合得到。

进行小波变换的时候,在数据的两端,小波窗延伸到数据以外没有数据的地方,造成“不完整”信号的小波系数,造成小波系数突变,在进行重构和分析的时候产生误差。特别是在小波中心频率很低的时候时间窗很宽,这种“边缘效应”更加突出^[13]。

分析表明,在 4 倍小波时间窗以内,小波变换可以完全消除边缘效应的影响,对于长度为 l 的数据,小波变换的无影响区域为^[14]:

$$4 \frac{f_c \sqrt{f_b}}{f_i 2} \leq t_i \leq l - 4 \frac{f_c \sqrt{f_b}}{f_i 2}, \quad (10)$$

2 分层抽样及层权确定

分层抽样是将总体按照一定的规则分类后分成不同的样本层,再从每个样本层中抽取一定的子样本综合成一个样本。与随机抽样相比较,在抽样总数相同的情况下,分层抽样可以大大提高抽样精度。

对于给定系统响应信号,用不同的阈值 x_{sj} 对其做直线穿越截取,一共得到 n 组子样本。每次穿越得到 n_j 组子样本数据,把这作为总体样本的一层。对其平均可以得到本次穿越的自由衰减信号 x_j 。

应用最广的分层抽样层权确定方法是尼曼分配法。设样本总数为 N ,把样本分成 k 层,每一层的样

本为 $N_k, k=1,2,\dots,k$, 并满足 $\sum_{i=1}^k N_k = N$, 每层抽样数为 n_i , 每层的样本标准差为 σ_i , 根据尼曼分配法, 每一层的层权可以通过如下的方程确定^[15]:

$$\frac{W_i \cdot \sigma_i}{\sum_{j=1}^k W_j \cdot \sigma_j} = \frac{N_i}{N}, \sum_{j=1}^k W_j = 1. \quad (11)$$

对于一个稳定的系统, 希望变异越小的层对总体的影响越大。研究将式(11)的作如下改进

$$\frac{W_1 \cdot \sigma_1}{N_1} = \frac{W_2 \cdot \sigma_2}{N_2} = \dots = \frac{W_k \cdot \sigma_k}{N_k}, \sum_{i=1}^k W_i = 1. \quad (12)$$

3 基于分层抽样的最优复 Morlet 小波短样本模态参数识别

对每次穿越得到的自由衰减信号 x_j , 用最优复 Morlet 小波识别模态参数 f_j, ζ_j , 并计算每一层的层权 W_j , 可以得到识别的参数

$$f = \sum_j W_j \cdot f_j, \zeta = \sum_j W_j \cdot \zeta_j. \quad (13)$$

对于一个多自由度系统, 具体实现步骤如下

- 1) 确定参考点, 设计最优的复 Morlet 小波基。
- 2) 根据参考点, 计算信号的标准差 σ , 然后确定直线穿越的阈值, $x_{s1}, x_{s2}, \dots, x_{sm}$ (取 5 个阈值: $0.6\sigma, 0.9\sigma, 1.2\sigma, 1.5\sigma, 2.0\sigma$)。

3) 根据阈值对样本进行直线穿越截取, 计算子样本的标准差 σ_j , 并用随机减量法提取每一次穿越的自由衰减信号 x_j 。

4) 用最优小波变换对每一层的自由衰减信号识别模态参数 f_{ji}, ζ_{ji} , 根据式(12)计算层权 W_j 。

5) 根据式(13)得到系统的模态参数

$$f_i = \sum_j W_j \cdot f_{ji}, \zeta_i = \sum_j W_j \cdot \zeta_{ji}. \quad (14)$$

其算法实现流程图如图 1 所示。

通过分层抽样, 用不同的阈值提取自由衰减响应, 然后用层权限制非最优截取阈值提取分量对最终识别结果的贡献量, 既增加总的平均次数, 又克服随机抽样标准差偏大的缺点, 达到在短样本条件下提高模态参数识别精度的目的。

4 工程应用

用基于分层抽样的最优复 Morlet 小波短样本模态参数识别方法识别重庆市朝天门长江大桥模型的横向摆动模态参数。一共设置了 24 个测点, 每个测点的数据长度为 5 k, 采样频率为 200 Hz。图 2 为测点布置方案示意图。图 3 给出的是自然激励下横向振动第 7 个测点数据及其频谱。以第 7 个测点

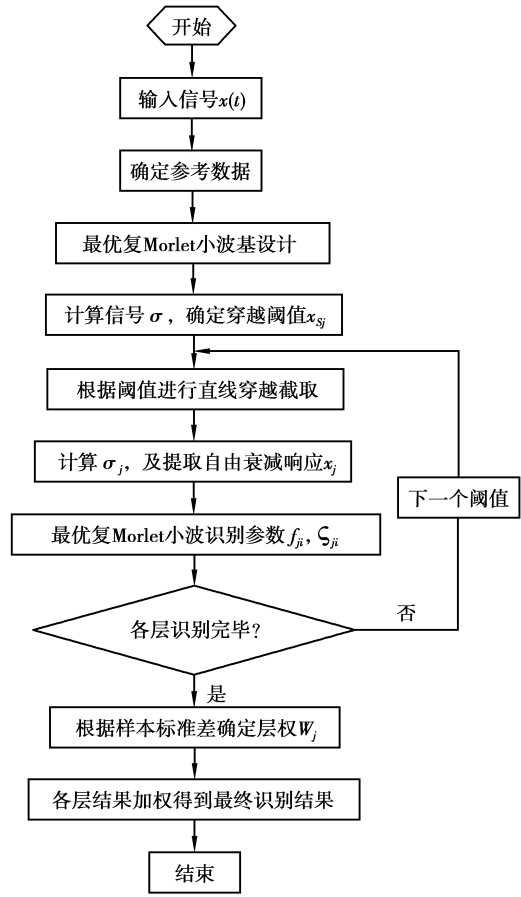


图 1 研究所提方法参数识别流程图

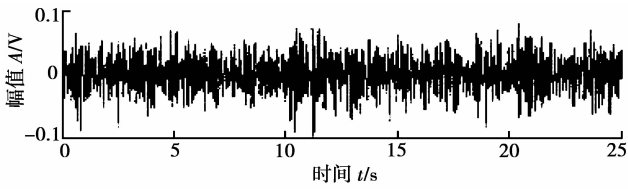
为参考点, 提出基于分层抽样的最优复 Morlet 小波变换方法识别模态参数, 图 4 是测点 7 在穿越阈值 $x_s = 1.2\sigma$ 时提取的自由衰减响应信号, 记为 $x_{r1.2\sigma}$ 。



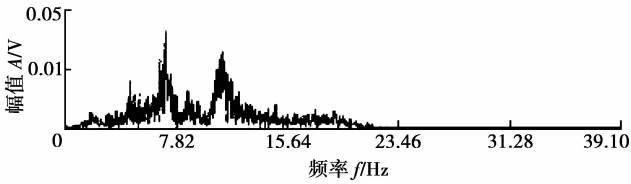
图 2 朝天门大桥、模型及测点布置

图 5 给出了小波中心频率 $f_c = 1.0, f_b \in (15, 35), a \in (1, 100), f_b$ 步长为 0.05, 尺度因子 a 的步长为 0.5 信号 $x_{r1.2\sigma}$ 小波熵曲线, 提取该曲线的最小值对应的 $f_b = 27.85$ 。

图 6 是该最优复 Morlet 小波基对信号 $x_{r1.2\sigma}$ 的连续小波变换。图 7 给出了该小波变换的能量分布曲线。图 8 为 $a = 27 (f = 7.407 \text{ Hz})$ 的小波分量, 图 9 为该分量的对数变换、对数包络曲线以及拟合直线。



(a)测点7响应信号时域波形



(b)测点7信号频谱

图 3 测点 7 响应信号时域波形及频谱

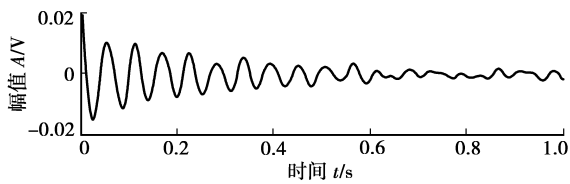


图 4 测点 7 提取的自由衰减信号 ($x_s = 1.2\sigma$)

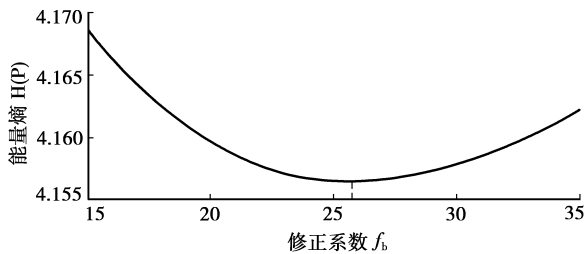


图 5 小波能量熵曲线

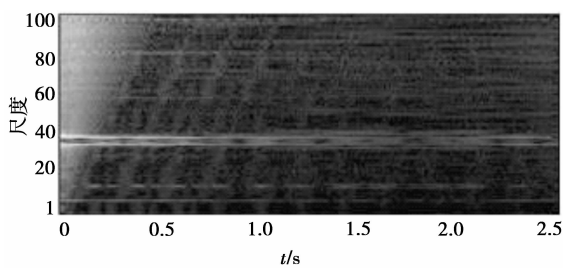


图 6 最优连续小波变换

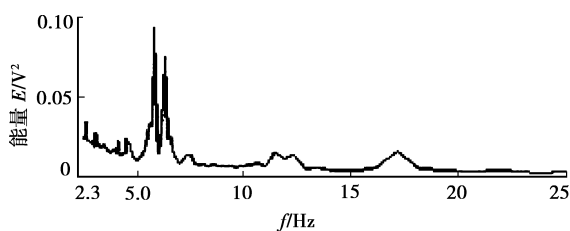


图 7 最优 Morlet 小波变换能量曲线

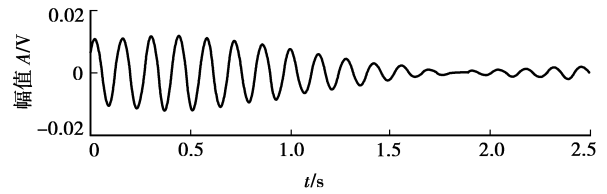


图 8 尺度 $a=27$ 时的小波分量

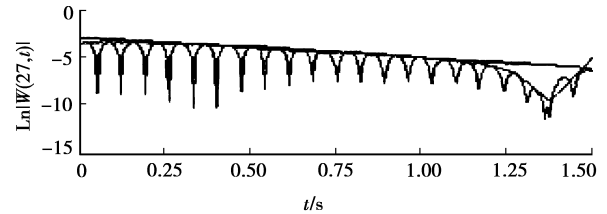


图 9 $a=27$ 时小波分量的对数变换、对数包络及拟合曲线

根据图 6 和图 8,小波变换具有较为明显的边界效应,为了避免其影响,在进行直线拟合的时候,只取中间 0.5-2.0 s 的数据进行拟合。从图 3 和图 7 可以看出,在 23 Hz 以后,频谱曲线和能量曲线都几乎为零,23 Hz 以后的模态可以认为是虚假模态。表 1 给出了研究方法和 LMS 的随机子空间对重庆朝天门大桥模型的识别结果。识别的结果表明,和 LMS 的随机子空间法相比,研究所提方法在低频模态识别有更高的精度,对高频虚假模态有更强的抑制作用。

表 1 2~25 Hz 识别结果对比

方法 序号	LMS 随机子空间法		分层抽样+IRD+小波	
	频率/Hz	阻尼比/%	频率/Hz	阻尼比/%
1	27.740 088	0.049 320		
2	25.869 520	0.043 406		
4	21.774 195	0.042 364	22.039	0.024 510
4	16.968 512	0.044 795 6	17.112	0.063 716
5	12.655 237	0.018 333	12.346	0.004 195
6	11.720 855	0.012 436	11.43	0.012 575
7	8.473 771	0.035 718	8.567	0.038 559
8	7.110 543	0.035 718	7.407	0.023 076
9	6.083 597	0.075 416	6.112	0.101 652
10			5.621	0.261 313
11	5.337 583	0.062 178	5.230	0.055 309
12	4.574 784	0.045 244	4.537	0.028 013
13	3.773 885	0.174 788	3.935	0.292 662
14	3.623 465	0.109 634	3.405	0.188 992
15			2.826	0.401 923
16			2.439	0.360 891

5 结 论

针对环境激励下的大型结构只能获得响应信号,特别是数据获取不足时候,提出了基于分层抽样的最优复 Morlet 小波短样本模态参数识别方法。最优复 Morlet 小波实现环境激励下低频密集模态的解耦;分层抽样代替随机抽样,用样本标准差确定层权,增加抽样总数的同时,也降低抽样误差,达到了短样本条件下提高识别参数精度的目的。对重庆市朝天门长江大桥模型的分析结果表明,在短样本条件下,所提方法能有效提高模态参数识别的精度,并且,对低频密集模态参数的解耦以及对高频虚假模态的抑制都有很好的效果。

参考文献

- [1] IBRAHIM S R. Random decrement technique for modal identification of structures [J]. *J Spacecraft*, 1977, 14(11): 696-698.
- [2] ASMUSSEN J C., BRINCKER R, IBRAHIM S R. Statistical theory of the vector random decrement technique[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 226(2):329-344.
- [3] CAUBERGHE B, GUILLAUME P, VERBOVEN P, et al. Frequency response function-based parameter identification from short data sequences[J]. *Journal of Mechanical System and Signal Processing*, 2004, 18(5):1097-1116.
- [4] 刘彬,丁桦,时忠明. 随机减量函数触发条件分析[J]. *振动与冲击*, 2007, 26(7):27-31.
LIU BIN, DING HUA, SHI ZHONG-MING. Triggering condition analysis to random decrement technology[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2007, 26(7):27-31.
- [5] 张希宁,屈梁生. 一种改进的随机减量信号提取方法 [J]. *西安交通大学学报*, 2000, 304(3):106-110.
ZHANG XI-NING, QU LIANG-SHENG. Improved method for extracting of random decrement signal[J]. *Journal of Xi'an Jiao Tong University* [J]. 2000, 304(3):106-110.
- [6] JOSEPH L, STEPHANE G. Identification of modal parameters using the wavelet transform [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2002, 44(11):2263-2283.
- [7] LE T P, ARGOUL P. Continuous wavelet transform for modal identification using free decay response[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 277(1):73-100.
- [8] PISLARR C, FREEMAN J M, FORD D G. Modal parameter identification for CNC machine tools using Wavelet Transform [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2003, 43(10): 987-993.
- [9] 李明,吴红华,史文海. 分层抽样技术在随机减量法中的应用[J]. *武汉理工大学学报*, 2008, 30(3):79-82.
LI MING, WU HONG-HUA, SHI WEN-HAI. Application of the stratified sampling on random decrement method[J]. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2008, 30(2):79-82.
- [10] 程发斌,汤宝平,钟佑明. 基于最优 Morlet 小波和 SVD 的滤波消噪方法及故障诊断的应用[J]. *振动与冲击*, 2008, 27(2):91-94.
CHEN FA-BIN, TANG BAO-PING, ZHONG YOU-MING. Value decomposition and its application in fault diagnosis[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2008, 27(2):91-94.
- [11] JIN L, QU L S. Feature extraction based on morlet wavelet and its application for mechanical fault diagnosis[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 234(1):135-148.
- [12] 何启源,汤宝平,程发斌. 基于修正 Morlet 小波的自适应模态参数识别[J]. *中国机械工程*, 2007, 18(10), 2476-2480.
HE QI-YUAN, TANG BAO-PING CHENG FA-BIN. Modified Morlet wavelet-based adaptive modal parameter identification [J]. *China Mechanical Engineering*, 2007, 18(10):2476-2480.
- [13] KIJEWski T, KAREEM A. On the presence of end effects and their melioration in wavelet-based analysis [J]. *Computer-aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2002, 256(6):980-988.
- [14] YAN B F, MIYAMOTO A, BRUHWILER E. Wavelet transform-based modal parameter identification considering uncertainty [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 291(1):285-301.
- [15] 严帆. 谈分层抽样各层样本容量的确定[J]. *贵阳金筑大学学报*, 2000, 38(2):125-126.
YAN FAN. Determination sample size of each layer of stratified sampling [J]. *Journal of Jinzhu University of Guiyang*, 2000, 38(2):125-126.

(编辑 侯 湘)