

文章编号:1000-582X(2010)01-0001-06

基于交叉验证法优化参数的 Morlet 小波消噪方法

汤宝平, 刘文艺, 蒋永华

(重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

摘要:针对机械监测故障信号的非平稳性特点,提出一种基于交叉验证法优化参数的 Morlet 小波消噪方法。选择与机械冲击振动波形相似的 Morlet 小波,对 Morlet 母小波进行改进,增加了波形调整参数。通过交叉验证方法设计了改进 Morlet 小波的波形参数和变换尺度。对信号进行连续小波变换(CWT),实现对含噪信号的滤波消噪。将该方法应用于齿轮故障检测中,对比 2 种传统的小波消噪方法,验证该方法能够提取出强噪声背景下的有效信号特征成分,具有较好的滤波消噪效果。

关键词:小波变换;小波消噪;改进 Morlet 小波;故障诊断;交叉验证法

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

Parameter optimized Morlet wavelet de-noising method based on cross validation method

TANG Bao-ping, LIU Wen-yi, JIANG Yong-hua

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: A new de-noising method based on parameter optimized Morlet wavelet is put forward. The Morlet wavelet is chosen as the mother wavelet because its shape is similar to the mechanical shock signals. The mother Morlet wavelet is improved by adding two parameters which decide the shape of the mother wavelet in time domain. The added parameters and the appropriate scale parameter for the wavelet transformation are designed by the cross validation method. Finally, the useful components of the signal can be obtained by the improved Morlet wavelet de-noising method. The gear fault diagnosis experimental result shows that the proposed method has a good de-nosing performance and it is effective in fault feature extraction.

Key words: wavelet transform; wavelet de-noising; improved Morlet wavelet; fault diagnosis; cross validation method

在运行监测及故障诊断中,突变信号往往包含监测对象的重要信息,但是若信号特征成分能量较小,噪声干扰的幅值高于信号特征成分,且其频谱与

特征信号的频谱相互重叠,传统的时频分析方法在时频域很难将噪声干扰和信号特征成分区分开^[1-2]。小波变换将信号分解到尺度域,具有良好的时频局

收稿日期:2009-08-15

基金项目:国家高技术研究发展计划(863 计划)资助项目(2009AA04Z411);国家自然科学基金资助项目(50875272);长江学者和创新团队发展计划资助项目(IRT0763);重庆大学“211 工程”三期建设研究生开放实验室支持项目(S-0916)

作者简介:汤宝平(1971-),男,重庆大学教授,博士生导师,主要从事信号处理、智能测试与虚拟仪器技术方面的研究。(E-mail)bptang@cqu.edu.cn。

部化能力,广泛应用于信号消噪处理中^[3-4]。但是,传统的小波消噪方法存在一些难点,如文献[5-6]采用小波阈值消噪,但对于如何确定分解层数未给出理论方法,确定小波基亦未给出理论说明,文献[7]选择小波基也是采用比较的方法。许多研究者都是通过大量的实验对比来确定最佳的小波基和分解层数^[8-9],但是这样浪费了大量的计算时间和精力。根据时域卷积和频域相乘定理,小波变换也可以看成是对信号的一种滤波过程^[10],而噪声和有用信号又具有不同的特征,因此利用小波变换的滤波特性,可以选择合适的基函数通过连续小波变换(CWT)对信号进行滤波,保留有效特征成分,滤除不必要的噪声等成分。

笔者选择与机械冲击振荡信号的波形相似度较高的 Morlet 小波作为小波基,并对之进行改进,调整了小波参数,利用交叉验证法设计了改进 Morlet 小波参数和小波变换尺度,并成功地对含噪故障信号进行滤波消噪及故障识别。

1 Morlet 小波滤波消噪原理

小波变换的思想是用小波系去逼近信号,通过母小波函数 $\psi(t)$ 经伸缩和平移得到小波系^[11]

$$\psi_{a,b}(t) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), a, b \in R, a \neq 0, (1)$$

式中: a 为尺度因子,且 $a \neq 0$; b 为位移因子。

对于任意函数 $f(t) \in L^2(R)$, 其小波变换定义式为

$$W_f(a,b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, (2)$$

式中 $*$ 表示共轭。

小波变换本质上为被分析信号和小波做内积运算,根据傅里叶变换时域卷积、频域相乘的特性,信号 $x(t)$ 的小波变换也可以表示为

$$W(a,b) = \sqrt{a} F^{-1}\{X(f) \psi^*(af)\}, (3)$$

式中: $X(f)$ 为信号 $x(t)$ 的傅里叶变换; $\psi^*(f)$ 为基小波 $\psi^*(t)$ 的傅里叶变换; F^{-1} 表示傅里叶逆变换。

因此式(3)可以看作是一种滤波行为,即信号 $x(t)$ 的小波变换可以看成是信号 $x(t)$ 通过一个频率响应是 $\psi^*(af)$ 的带通滤波器后得到的结果,进而实现信号的滤波消噪。

在利用小波的滤波消噪特性处理机械信号时,为了达到好的消噪效果,就要尽量选择与分析信号

波形接近的小波基。从时域波形上来看, Morlet 小波的形状和机械冲击振动信号最为相似,因此可以选择 Morlet 小波作为机械测试信号分析的基小波。Morlet 小波是以法国地球物理学家 Morlet 而命名的,该小波是复值小波,其表达式为^[12]

$$\psi(t) = \pi^{-1/4} (e^{-i\omega_0 t} - e^{-\omega_0^2/2}) e^{-t^2/2}, (4)$$

Morlet 小波满足小波容许条件,由于当 $\omega_0 \geq 5$ 时, $e^{-\omega_0^2/2} \approx 0$, 因此式(4)可以近似表示为

$$\psi(t) = \pi^{-1/4} e^{-i\omega_0 t} e^{-t^2/2}, \omega_0 \geq 5. (5)$$

在实际工程应用中,往往是取 Morlet 小波的实部来进行小波分析,并进一步简化为^[12]

$$\psi(t) = \pi^{-1/4} e^{-t^2/2} \cos(5t). (6)$$

取位移因子 $b=0$, 改变尺度大小 a 得到 Morlet 小波在不同尺度下的滤波器特性,结果如图 1 所示^[13]。

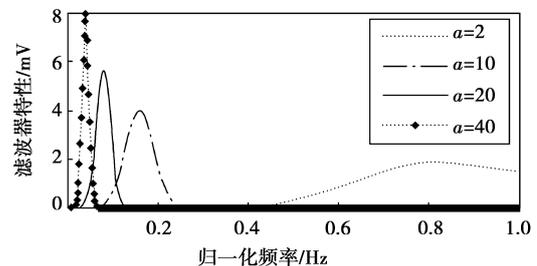


图 1 Morlet 小波的频域滤波器特性

Morlet 小波函数的形状是左右两边都按指数衰减的余弦信号,这点和机械冲击信号有很大的相似度。从图 1 所示的频域可以看出该系列小波具有明显的带通滤波器特性,相比其他具有低通滤波特性的小波, Morlet 小波更适合于提取中间频率的信号,通过调整变换尺度 a , 即可以调整出不同的带通滤波器。

但是,通过式(6)确定的 Morlet 小波形状是固定的,调整尺度 a 实际上是整体放大小波,对于衰减比较快的信号,或者幅值比较大的冲击衰减信号,则很难达到好的分析效果。部分文献对 Morlet 母小波的形状进行调整,但是仅限于内部指数函数和余弦函数的微调,这就限制了其应用。为了提高 Morlet 小波的适用性,对式(6)进行改进,增加了 2 个参数 m 和 n , 调整 Morlet 小波函数为

$$\psi(t) = m e^{-n^2 t^2/2} \cos(5t), (7)$$

式中: m, n 为控制小波形状的参数。选取 $m=1.1$,

$n=1.3$, 取位移因子 $b=0$, 改变尺度大小 a 得到 Morlet 小波的波形如图 2(a) 所示, 在不同尺度下的滤波器特性如图 2(b) 所示。

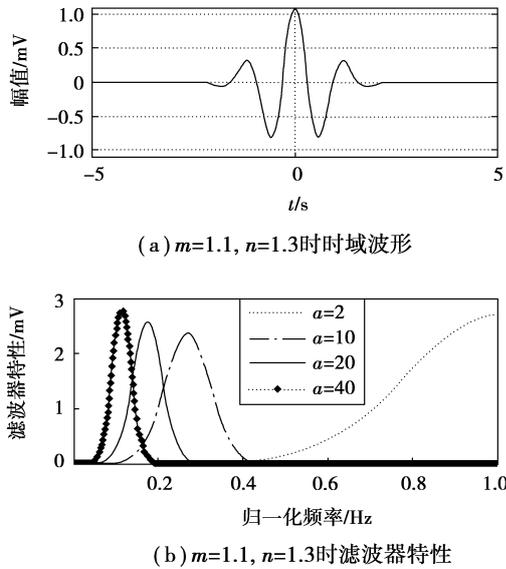


图 2 改进后 Morlet 小波特性

和图 1 对比可见, 改变形状参数 m 和 n , Morlet 小波的滤波器特性随之改变, 因而在实际应用中要根据具体要求和信号的特点来选择合适的参数 m 和 n , 以使其与机械特征信号更相似。

2 参数确定

从上面的分析可知, 利用 CWT 的滤波特性进行信号去噪时, 受到小波基的形状和小波变换尺度的影响。因而应该首先确定基函数, 对于文中选用的改进 Morlet 小波, 需要确定其形状参数 m 和 n , 然后确定小波变换尺度 a 。

2.1 交叉验证法

交差验证方法^[14]可以通过数据二分法构造新的代价函数来实现近似估计。而在故障诊断领域, 现场采集的振动信号往往包含背景噪声等信息, 这些信息干扰了对有用特征成分的提取和分析, 甚至会引起诊断结果的错误。因此, 在提取该振动信号故障特征前, 需要对信号进行消噪处理, 并希望消噪达到理想的效果。即消噪后的信号 $\hat{f}(x)$ 和真实信号 $f(x)$ 之间的差别尽可能小, 因此可以构造一个函数来衡量消噪的效果, 这个函数可以记为

$$M(t) = \int \{ (\hat{f}(x) - f(x))^2 \} dx, \quad (8)$$

式(8)是在信号已知情况下的分析, 但是实际的检测中有用的信号成分是混叠于噪声之中的, 不能确定采集的振动信号哪一部分是有用信息, 哪一部分是噪声, 而去除所谓的噪声后的真实信号是未知的、无法预测的, 不同的消噪方法消噪后得到的“有用信号”是不一样的。因此式(8)的估计在理论上是很难实现的。但是, 可以通过交叉验证法来估计该式。

对于 N 点离散含噪信号

$$g(t) = f(t) + n(t), \quad (9)$$

式中: $f(t)$ 为原始信号; $n(t)$ 为服从 $N(0, \sigma^2)$ 分布的高斯白噪声。其具体算法可以简述如下:

1) 对数据长度进行处理, 使其满足 $N=2^j$, 若不足则补零。

2) 取出序列 g 的偶序列, 重新编号后得到序列 $g^E(k) (k=1, 2, \dots, 2^{j-1})$, 用同样的方法得到奇序列 $g^O(k)$ 。

3) 通过对奇序列 $g^O(k)$ 的插值可以得到偶序列估计

$$\bar{g}^E(k) = \frac{1}{2} [g^O(k) + g^O(k+1)], \quad (10)$$

同样的方法得到奇序列的估计 $\bar{g}^O(k)$ 。

4) 通过对偶序列估计和奇序列估计, 则总的 $\hat{M}(t)$ 可以表示为

$$\hat{M}(t) = \sum_{k=1}^{2^{j-1}} \{ (\bar{g}^O(k) - \bar{g}^E(k))^2 \} dx. \quad (11)$$

上面仅用一半的离散数据得到了基小波参数的估计, 即基于 $n/2$ 的估计, 对于基于 n 个点的参数可以由 $n/2$ 个点的估计得到

$$t_n \approx \left[1 - \frac{\lg 2}{\lg n} \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot t_{\frac{n}{2}}. \quad (12)$$

2.2 改进 Morlet 小波参数的确定

引入交叉验证方法, 对结果进行优化, 进而得到最优的改进 Morlet 小波的参数 m 和 n 。其具体办法是: 在一定的范围变化改进 Morlet 小波参数得到不同的小波基, 应用此系列小波基对离散信号进行 CWT, 进而应用交叉验证方法得到最小的代价函数, 此时对应着最优的参数 m 和 n 。其参数确定具体过程如图 3 所示。

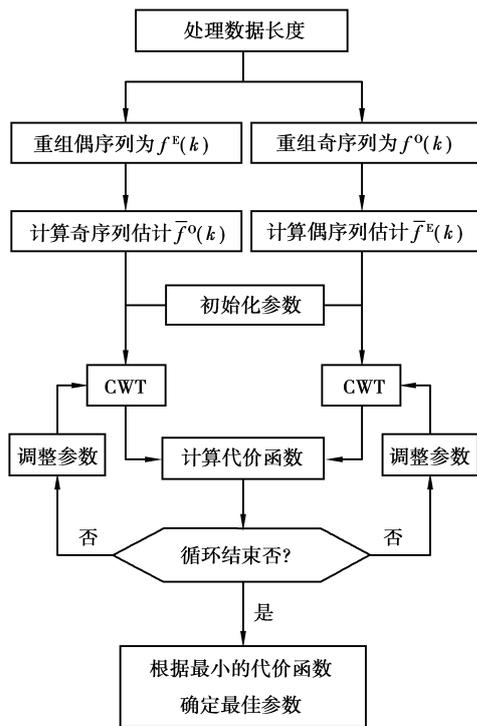


图 3 参数确定过程示意图

首先按照 2.1 节的算法得出偶序列估计 $\bar{f}^e(k)$ 和奇序列估计 $\bar{g}^o(k)$ 。然后选择 Morlet 小波的参数 m 和 n , 将序列 $\bar{f}^e(k)$ 进行 CWT, 处理后得到小波变换后的结果 $\hat{f}^e(k)$ 。用同样的方法可以得到奇序列的估计 $\bar{f}^o(k)$ 和小波变换处理后的结果 $\hat{f}^o(k)$ 。则总的 $\hat{M}(t)$ 可以表示为

$$\hat{M}(t) = \sum_{k=1}^{2^{j-1}} \{(\hat{f}^e(k) - \hat{f}^o(k))^2\} dx. \quad (13)$$

在一定范围内调整参数 m 和 n , 设定步长, 则 m 和 n 的范围可以分别确定一个序列且长度分别是 M 和 N , 计算代价函数 $\hat{M}(t)$, 得到一个 $M \times N$ 的矩阵, 该矩阵的每一个值都对应着一个代价函数 $\hat{M}(t)$, 并且该代价函数对应着一组波形参数 m 和 n , $\hat{M}(t)$ 的最小值对应的参数即为最优的改进 Morlet 小波参数, 因此可以实现参数的自适应调节。

2.3 小波变换尺度 a 的确定

在确定母小波的波形后, 通过式(1)的伸缩变换, 就可以得到一系列的函数, 进而进行 CWT。在进行 CWT 时尺度 a 的选取影响着消噪效果。为了得到最佳的消噪效果, 采用交叉验证法得出最优的

尺度参数 a 。

其原理是, 在按照 2.1 节的算法得出偶序列估计 $\bar{f}^e(k)$ 和奇序列估计 $\bar{g}^o(k)$ 后, 在一定的范围内变换参数 a , 对偶序列估计和奇序列估计进行 CWT 后, 分别计算其代价函数 $\hat{M}(t)$, $\hat{M}(t)$ 的最小值对应的参数即为最优的小波尺度参数。

对信号进行 CWT 求取代价函数时, 为了提高运算效率, 设计了尺度细化算法如下:

1) 首先确定尺度范围 $\{m, n\}$, 步长为 i 。

2) 经过上述计算可以得到最小的代价函数 $\hat{M}_{\min}(t) = \min\{\hat{M}_1(t), \hat{M}_2(t), \dots, \hat{M}_i(t)\}$, 假设得到对应的尺度为 $m + ki$ 。

3) 细化搜索范围, 调整为 $\{m + (k-1)i, m + (k+1)i\}$, 减小步长, 调整步长为 $0.1i$ 。

4) 经过计算, 确定最终的最佳尺度值。

计算出基小波的最佳形状参数和尺度参数后, 就可以按照式(2)对信号进行 CWT 运算, 从而提取所需要的特征信号, 实现对含噪信号的消噪处理。

3 实例分析

对某齿轮故障试验台测得的实验数据进行分析。该实验台主要由电机、联轴器、单机圆柱齿轮减速器及滚筒等组成。实验通过加速度传感器采集振动信号, 通过 A/D 转换后输入到计算机中。在输入轴齿轮齿根处加工出宽 0.2 mm、深 3 mm 的小槽, 以模拟齿轮的局部裂纹故障。齿轮箱输入轴齿轮齿数 $z_1 = 28$, 输出轴齿轮齿数为 $z_2 = 36$, 经过计算, 减速箱各个转轴转速和齿轮的啮合频率如表 1 所示。

表 1 齿轮减速箱主要参数

轴	转速/(r · min ⁻¹)	转频/Hz	啮合频率/Hz
输入轴 I	1 200.00	20.00	560
输出轴 II	933.33	15.56	560

在电机转速 1 200 r/min 不变的情况下, 对该齿轮裂纹故障信号进行采集, 采样频率为 4 096 Hz, 选取其中 4 096 点进行分析, 其时域波形如图 4 所示。

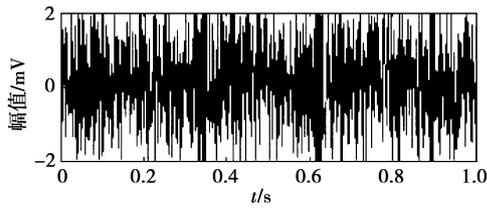


图 4 齿轮故障信号时域波形

噪声的存在严重干扰了信号的时域表示,因此采用本文的改进 Morlet 小波滤波消噪方法对其进行处理。首先采用交叉验证法确定改进 Morlet 的参数,考虑到运算速度和计算量的问题,参数精度设置为 0.1,最终得到 $m=1.2, n=1.5$ 。然后,初始化一个尺度范围 $\{1, 64\}$,步长初定为 1,采用交叉验证法确定一个最佳尺度 4,最后根据该尺度确定二次搜索尺度范围为 $\{3, 5\}$,并细化后选定步长为 0.1,最终得到的最佳尺度 $a=3.7$ 。

用改进的 Morlet 小波对该信号进行 CWT,尺度范围为 $\{1, 32\}$,步长为 1,其尺度图如图 5 所示。

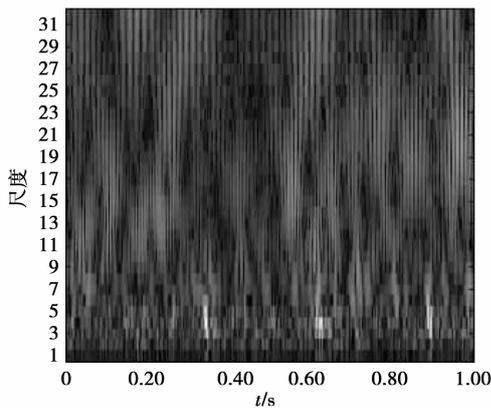
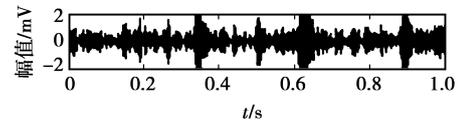


图 5 齿轮故障信号的 CWT 尺度图

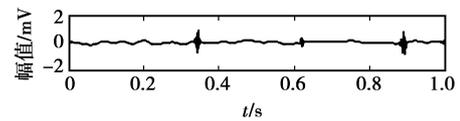
从尺度图也不难看出,在尺度处于 $\{3, 5\}$ 范围时,有着很明显的 3 处振动冲击,亦即 3 个白色亮条处,对应着 0.35、0.65 和 0.90 s 附近严重的振动冲击,这样从尺度图上直观地验证了最佳尺度的分布范围。

选择计算得到的最佳尺度 $a=3.7$,用改进的 Morlet 小波对该信号进行滤波消噪,其结果如图 6(a)所示。为了比较改进 Morlet 小波滤波消噪的效果,采用 2 种传统的小波消噪方法对该信号进行处理。选择小波基为 Daubechies 小波“db8”,小波分解层数为 5 层,采用 stein 无偏风险估计原则估

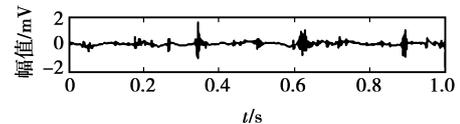
计阈值,软阈值去噪,结果如图 6(b)所示。选择小波基为 Symlets 小波“sym8”,小波分解层数为 5 层,软阈值去噪,阈值选取采用“sqtwolog”规则,结果如图 6(c)所示。



(a) 改进 Morlet 小波消噪结果



(b) db8 小波消噪结果



(c) sym8 小波消噪结果

图 6 几种方法对信号消噪后的结果

从图 6 可以看出,经过改进 Morlet 滤波消噪后,滤除了大部分噪声干扰,并且可以辨别出,其冲击信号基本上每个周期都有,冲击信号的间隔时间基本上为 50 ms,转换成频率后对应着输入轴的转频 20 Hz,因此可以诊断出是输入轴上的齿轮产生了较明显的冲击振动。同时,比较图 6(a)、(b)和(c)可以看出,采用传统的小波消噪方法进行分析后,去噪的信号已经产生严重失真,很难分析出有用的故障特征。而采用改进 Morlet 小波滤波消噪方法,则可以保留大部分有用特征信息,滤除噪声干扰,可以达到满意的效果。

4 结 语

针对传统小波消噪方法存在的局限性,选择了与机械冲击信号波形相似的 Morlet 小波进行改进,提出了改进 Morlet 小波滤波消噪方法。利用交叉验证方法对改进 Morlet 小波的参数进行优化选择,并通过交叉验证法确定了该改进 Morlet 小波进行 CWT 的最佳尺度 a ,进而对含噪信号进行滤波消噪处理。结合齿轮故障实例并对比了 2 种传统的小波消噪方法对本文方法进行了验证,通过对比分析,证明了本文方法能够滤除大部分干扰噪声,能够提取

出强噪声背景下的有效信号特征成分,具有较好的滤波消噪效果和良好的应用前景。

参考文献:

- [1] TSAI N C, KING Y H, LEE R M. Fault diagnosis for magnetic bearing systems[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009, 23(4): 1339-1351.
- [2] AL-RAHEEM K F, ROY A, RAMACHANDRAN K P, et al. Rolling element bearing faults diagnosis based on autocorrelation of optimized wavelet denoising technique [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2009, 40(3/4): 393-402.
- [3] BOZCHALOOI I S, LIANG M. A smoothness index-guided approach to wavelet parameter selection in signal de-noising and fault detection[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 308 (1/2): 246-267.
- [4] CHANERLEY A A, ALEXANDER N A. Correcting data from an unknown accelerometer using recursive least squares and wavelet de-noising[J]. *Computers & Structures*, 2007, 85(21/22): 1679-1692.
- [5] ZHANG Y, MU W, AMIN M G. Subspace analysis of spatial time-frequency distribution matrices[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49 (4): 747-758.
- [6] QIU H, LEE J, LIN J, et al. Wavelet filter-based weak signature detection method and its application on rolling element bearing prognostics [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 289(4/5):1066-1090.
- [7] LIN J, ZUO M J, FYFE K R. Mechanical fault detection based on the wavelet de-noising technique[J]. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 2004, 126 (1):9-16.
- [8] RAFIEE J, TSE P W, HARIFI A, et al. A novel technique for selecting mother wavelet function using an intelligent fault diagnosis system[J]. *Expert Systems with Applications*, 2009, 36(3): 4862-4875.
- [9] 王巧兰,季忠,秦树人. 基于小波变换的脑电噪声消除方法[J]. *重庆大学学报:自然科学版*, 2005, 28(7): 15-17.
- WANG QIAO-LAN, JI ZHONG, QIN SHU-REN. EEG signal denoising based on wavelet transform[J]. *Journal of Chongqing University: Natural Science Edition*, 2005, 28(7):15-17.
- [10] 程发斌,汤宝平,钟佑明. 基于最优 Morlet 小波和 SVD 的滤波消噪方法及故障诊断的应用[J]. *振动与冲击*, 2008, 27(2):91-94.
- CHENG FA-BIN, TANG BAO-PING, ZHONG YOU-MING. A de-noising method based on optimal Morlet wavelet and singular value decomposition and its application in fault diagnosis[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2008, 27(2):91-94.
- [11] SAILHAC P, GIBERT D, BOUKERBOUT H. The theory of the continuous wavelet transform in the interpretation of potential fields: a review [J]. *Geophysical Prospecting*, 2009, 57(4): 517-525.
- [12] SARAVANAN N, RAMACHANDRAN K I. A case study on classification of features by fast single-shot multiclass PSVM using Morlet wavelet for fault diagnosis of spur bevel gear box[J]. *Expert Systems with Applications*, 2009, 36(8): 10854-10862.
- [13] 李力. 机械信号处理及应用[M]. 武汉:华中科技大学出版社, 2007.
- [14] MINOWA Y. Verification for generalizability and accuracy of a thinning-trees selection model with the ensemble learning algorithm and the cross-validation method[J]. *Journal of Forest Research*, 2008, 13(5): 275-285.
- [15] WANG Y, GEPPERT H, BAJORATH J. Shannon entropy-based fingerprint similarity search strategy[J]. *Journal of Chemical Information and Modeling*, 2009, 49 (7): 1687-1691.

(编辑 张 苹)