

文章编号:1000-582X(2010)01-0078-05

变电站关键设备工频电场计算的预条件处理 GMRES(m)边界元法

张占龙¹, 邓 军¹, 许 焱², 何 为¹, 毛玉星¹, 肖冬萍¹, 韦 军³

(1. 重庆大学 输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室, 重庆 400044;

2. 河南电力试验研究院, 河南 450000; 3. 遵义医学院 医学信息工程系, 贵州 563003)

摘 要:在计算大尺度变电站关键设备工频电场时,传统方法效率低、性能差,计算困难。针对常规方法在大尺度工频电场计算中的瓶颈问题,提出了一种提高变电站关键设备三维电场分布计算效率的预条件 GMRES(m)边界元法。阐述了预条件 GMRES(m)迭代边界元法的基本原理及实现方法,并针对 500 kV 变电站中部分关键设备周围电场分布进行了计算与比较分析。结果表明,预条件 GMRES(m)边界元法经过预条件处理电位系数矩阵后,收敛速度快、残值收敛速度快、迭代次数少;在不降低计算精度的前提下,计算时间明显优越于直接迭代法;在满足工程误差和提高计算效率的同时,预条件 GMRES(m)边界元法更适合于计算大尺度变电站关键设备的工频电场。

关键词:边界元法;变电站;工频电场;广义极小残值算法(GMRES);预条件

中图分类号:TM151

文献标志码:A

Preconditioned GMRES(m) boundary element method for power frequency electric field of key devices within substation

ZHANG Zhan-long¹, DENG Jun¹, XU Yan², HE Wei¹, MAO Yu-xing¹, XIAO Dong-ping¹, WEI Jun³

(1. State Key Laboratory of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China; 2. Electric Power Experiment Research Institute, Henan 450000, P. R. China; 3. Department of Medical Information, Zunyi Medical College, Guizhou, 563003, P. R. China)

Abstract: The traditional direct iteration method has low computational efficiency, poor iterative performance and computational difficulties for the analysis of power frequency electric field (PFEF) of key devices within substation, especially involving multi-medium. The preconditioning generalized minimal residual (GMRES) boundary element method (BEM) is proposed to enhance computational efficiency of three dimensional PFEF of key devices within substation, where it can't be solved by the traditional direct iteration method. The basic principle and implementation steps are given. PFEF distribution of switch and break for 500kV substation switch field is presented to demonstrate the efficiency and accuracy of preconditioning GMRES BEM for studying large scale PFEF of key devices within substation. The

收稿日期:2009-09-05

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50877082);输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室自主研究课题(2007DA10512708304);重庆大学“211工程”三期创新人才培养计划建设项目(S-09111);贵州省科学技术基金资助项目(2007-2233)

作者简介:张占龙(1971-),男,重庆大学副教授,博士,主要从事电磁兼容与故障检测、数字仪器设备、计算机测量与控制的研究,(E-mail)zhangzl@cqu.edu.cn.

proposed preconditioning GMRES BEM can not only improve convergence rate and residual convergence rate but also reduce computation cost without decreasing accuracy. Therefore, it is superior to direct iteration method and a suitable algorithm to solve the large-scale systems arising from the PFEF of key devices within substation.

Key words: boundary element method; substation; power frequency electric field; GMRES (m); preconditioning

由于变电站内多种关键电气设备的存在,如绝缘支柱、避雷器、刀闸等,变电站工频电场的求解将是一个在无限区域中由多种介质共同作用的复杂问题,目前计算该类问题的主要方法是边界元法。该方法具有减少未知量的引入和精度高的优点^[1],但是,由于离散后生成的边界元法电位系数矩阵为满秩矩阵,采用直接迭代法求解,其计算量和存储量都为 $O(N^2)$ 数量级,应用此方法计算大尺度、多未知量变电站内关键设备电场分布时,耗时多,易发散。

GMRES(m)法能够提高迭代法的速度,目前已应用到许多领域,如可以提高电磁散射问题的计算效率^[2-3];可加速解决微带电路、分岔检测和终端的图像匹配等方面的问题,缩短求解时间^[4-6]。但是 GMRES(m)法中重启参数(m)的选择直接影响计算效率,虽然可以通过动态调整重启参数提高计算效率,但随着求解问题规模的扩大,边界元法形成的线性方程组逐渐呈现病态,导致 GMRES(m)法迭代的收敛速度变慢。而预条件处理可以有效改善矩阵的条件数,使得矩阵计算有着更好的迭代性能^[11-14]。

因此基于 GMRES(m)的迭代步数少、迭代效率高和预条件改善矩阵后迭代性能好的优点,笔者提出基于预条件 GMRES(m)的边界元法,用于解决求解变电站关键设备工频电场时由运算量所引起的瓶颈现象以及改善边界元法形成的电位系数矩阵的迭代性能,并针对 500kV 开关场内 I 回部分关键设备工频电场,采用预条件 GMRES(m)的边界元法进行了计算。计算分析表明,随着计算模型的规模变大,预条件 GMRES(m)的边界元法在满足工程误差和降低直接迭代法计算精度的同时,在运算速度、迭代性能上有着相当大的优势,更适合于求解大尺度多未知量的变电站关键设备工频电场问题。

1 变电站关键设备工频电场分布计算的边界元法

变电站内包含有很多的关键设备,例如绝缘支柱、避雷器、开关等设备,以及水泥或者金属支柱、金属框架等支撑物,当有一定工频电压作用在变电站内导体上,这些关键设备将产生变电站内空间工频

电场。基于边界元法计算变电站关键设备工频电场时,其模型假设如下:

- 1) 变电站内母线距离地面很高,母线上的电压等于相电压;
- 2) 支柱绝缘子和绝缘子片表面假设电通连续,表面为极化面电荷;
- 3) 金属支柱表面建设电通连续,表面为自由面电荷,其与大地直接连接,因此假设该电位为零;
- 4) 变电站内的大地的电荷分布用面单元模拟,其电位的大小为零。

文献[1]详细推导了边界元法计算变电站关键设备工频电场的计算关系式,得到如式(1)所示

$$\sum_{k=1}^{N_a} \int_{S_k} G(x, y) \sigma(x) dS + \sum_{l=1}^{N_b} \int_{S_l} G(x, y) \sigma_f(x) dS + \int_{S_g} G(x, y) \sigma_f(x) dS + \sum_{m=1}^{N_c} \int_{S_c} G(x, y) \sigma_f(x) dS = \varphi(y). \quad (1)$$

式中: S_g 为大地面积; N_a 为设备绝缘子的数量; N_b 为金属与混凝土支柱的数量; N_c 为悬浮导体的数量; S_k 为第 k 个设备绝缘子的表面积; S_l 为第 l 个设备; S_c 为第 m 个悬浮导体表面积; $\sigma(x)$ 为极化电荷的面密度; $\sigma_f(x)$ 为自由电荷的面密度; $\sigma(y)$ 为导体或影响电场分布的设备的表面 y 点电位; $G(x, y)$ 为三维空间电场 Laplace 方程的基本解。

用三角形单元对电场计算区域的边界进行离散,再结合模型假设中的边界条件,由式(1)可得边界元形式的线性方程组如式(2)。

$$Ax = b, \quad (2)$$

x, b 分别为求解、已知电位向量, A 是非对称稠密的电位系数矩阵。

对于式(2),当涉及电场计算的关键设备增多时,电位系数矩阵的阶数增高,其计算量和存储量增大,使问题求解的计算速度低下。

2 变电站关键设备工频电场分布计算的预条件 GMRES(m)边界元法

对于边界元法求解变电站关键设备工频电场所形成的稠密非对称线性方程组式(2), GMRES(m)

是一种求解这类方程组有效方法之一。可以不形成电位系数总矩阵而只用行矩阵求解方程,从而提高了计算速度、降低了存储量。但随着求解问题规模的扩大,式(2)逐渐呈现病态,导致迭代的收敛速度变慢,甚至发生中断。这样对于边界元求解变电站关键设备工频电场达到一定的计算精度时所需的迭代次数也随之增大,使得 GMRES(m)迭代法的优势减弱。因此,在运用 GMRES(m)迭代法求解的过程中必须对(2)式进行有效的预条件处理。

2.1 电位系数矩阵 A 的预条件算子的选择

GMRES(m)迭代方法求解电位方程组式(2)的收敛速率严格依赖电位系数矩阵 A 的谱性质,因此可以把式(2)转化为谱性质较好的与式(2)同解的线性方程组来求解。

预条件算子是实现这一转换的最好方法,其实现方法为:假设矩阵 M 在一定程度上近似电位系数矩阵 A ,那么可以把电位方程组式(2)转换为 $M^{-1}Ax = M^{-1}b$ 。该方程组和原电位方程组 $Ax = b$ 有相同的解,但是 $M^{-1}A$ 的谱性质比原电位系数矩阵 A 好。因此,在设计预条件矩阵时,可寻找一个 M 来近似电位系数矩阵 A ,或者寻找一个 M 来近似 A^{-1} ,使得求解方程 $M^{-1}Ax = M^{-1}b$ 比原电位系数矩阵式(2)更容易。预条件的处理通常采用不完全 LU 分解和不完全 Cholesky 分解。

2.1.1 电位系数矩阵 A 的不完全 LU 分解的预条件处理

电位系数矩阵 A 的不完全 LU 分解的预条件处理基本思想是基于电位系数矩阵的不完全 LU 分解。如果原来电位系数矩阵 A 的零元素位置在进行因子分解后成为非零元素,则称为填充元素;如果忽略某些填充元素,则该分解方法就称为不完全因子分解,预条件的效果依赖于矩阵 M^{-1} 和 A^{-1} 的相似程度。一种简单的电位系数矩阵的 ILU 分解是 D-ILU 分解,需要的存储空间少。它不需要进行元素的填充,仅仅改变对角线元素即可。这样,将原矩阵 A 分裂为 $A = DA + LA + UA$ (DA 、 LA 、 UA 分别是 A 对角部分、下三角部分和上三角部分),预条件算子可写成 $M = (D + LA)D^{-1}(D + UA)^{[11]}$, D 为由主元生成的对角矩阵。

2.1.2 电位系数矩阵 A 的不完全 Cholesky 的预条件处理

电位系数矩阵 A 的不完全 Cholesky 预条件处理的基本思想为计算出一个三角阵 H ,它具有可利用的稀疏结构,且“接近于”Cholesky 因子,使得预处理矩阵变为 $M = HH^T$,如式(4)。

$$\tilde{A} = C^{-1}AC = (C^{-1})^T AC^{-1} = (HQ^T)^{-1}A(HQ^T)^{-1} = Q(H^{-1}GG^T[H^{-1}]^T)Q^T \approx I \quad (4)$$

当 H 逼近 G 越好, \tilde{A} 的条件数越小,原电位系数矩阵的谱就得到进一步改进,收敛速度得到进一步提高^[12]。

2.2 GMRES(m)算法实现

采用广义极小残值算法^[13-14]求解线性电位方程组式(2)的重要特点是可以不形成电位系数总矩阵,而只用行矩阵求解方程,从而提高了计算速度。其计算步骤如下:

1)任意取初始值 x_0 ,从 $Mr_0 = b - Ax_0$ 式中求解 r_0 和 $v_1 = r_0 / \|r_0\|$;

2)迭代:取 $j = 1, 2, \dots, m$;

从 $M\omega_j = Av_j$ 式中求解 ω_j ;

$$h_{ij} = (\omega_j, v_i) \quad i = 1, 2, \dots, j;$$

$$\omega_{j+1} = \omega_j - \sum_{i=1}^j h_{ij}v_i;$$

$$v_{j+1} = \frac{\omega_{j+1}}{\|\omega_{j+1}\|};$$

3)构造近似解 $x_m = x_0 + V_m y_m$, y_m 使得残值 $J(y)$ ($J(y) = \|\beta e_1 - \tilde{H}_m y_m\|$)取最小值;

4)计算 $r_m = b - Ax_m$,如果满足精度就停止迭代。否则 $x_0 = x_m$, m 为每次迭代后的重新开始参数,笔者采用动态变化的 m , $m = \alpha * \text{GMRES}(m_{\max}, m_{\min})^{[15]}$,转到 1)。

其中 v 为 krylov 向量, \tilde{H}_m 是上 Hessenberg 矩阵, M 为预条件处理矩阵。

3 计算与分析

图 1 为 500 kV 开关场内 I 回刀闸和断路器的几何模型。其中,刀闸高为 9.6 m,横刀高为 5.1 m,刀闸之间的距离为 5.3 m;金属支柱高度为 5.1 m,绝缘体的高度为 4.5 m;粗细绝缘支柱半径分别为 0.13, 0.08 m,金属的半径 0.13 m;母线距离地面高度为 23.5 m,等效半径为 0.21 m;断路器高 9.0 m,其中金属支柱高度 3.9 m;绝缘体的高度 5.1 m;绝缘体的半径 0.13 m。在酷润双核 1.6 GHz CPU 和 1 024 MB RAM 的台式计算机上进行计算,计算机的操作系统为 Windows XP,数值存储采用单精度。计算的刀闸和断路器周围空间电场等位线如图 2 所示。

图 2 表示该算法下刀闸和断路器周围空间的电场等位线分布。计算精度为 10^{-7} ,利用相同的节点和单元信息,该方法的计算结果与商用软件 IES 比较,得到求解域的最大误差是 8.3%。通过最大误差分析知道,该方法用于求解变电站工频电场的可行性。

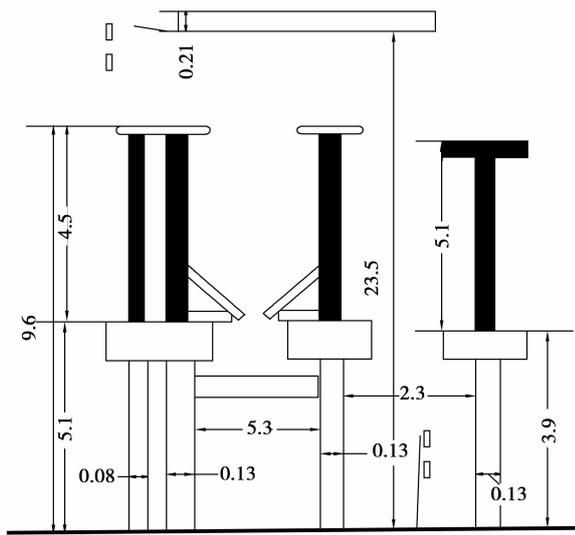


图 1 500 kV 变电站开关场内 I 回刀闸和断路器

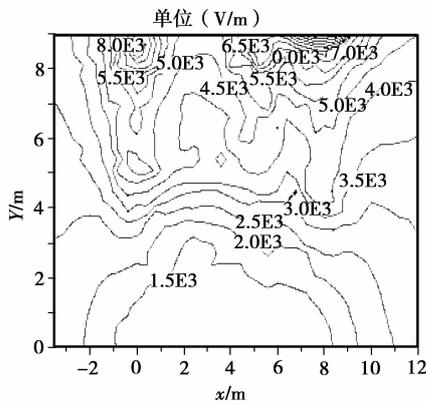


图 2 刀闸和断路器周围空间等位线分布

3.1 不同预条件处理电位系数矩阵 A 的特征值分布

不同预条件处理电位系数矩阵 A 的特征值分布如图 3-5 所示。

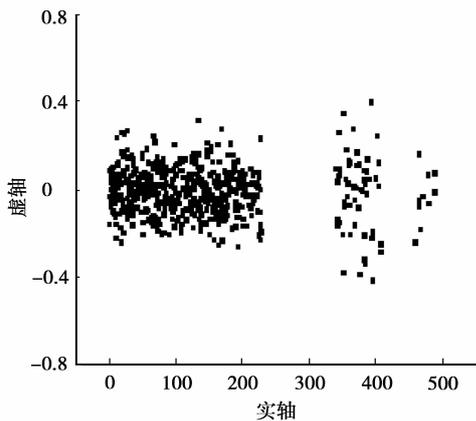


图 3 无预处理的矩阵特征值分布

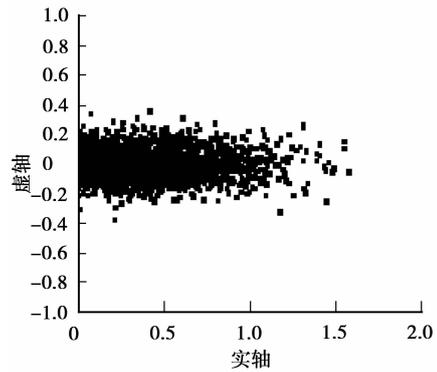


图 4 不完全 LU 预处理的矩阵特征值分布

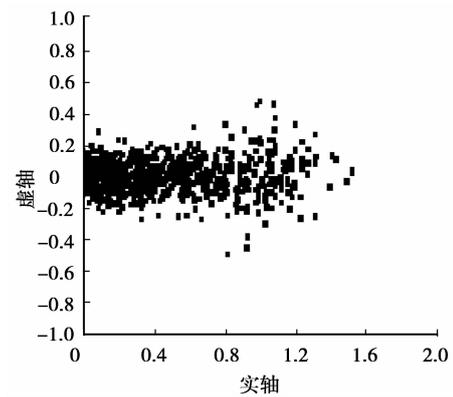


图 5 不完全 Cholesky 预处理的矩阵特征值分布

通常电位系数矩阵 A 的特征值分布较为集中时,迭代法的收敛行为较好。从图 3-5 中可以看出,与无预条件处理的特征值分布相比,经过预条件处理后的电位系数矩阵特征值分布情况有很大改善,表现为特征值相对集中,方程组的条件数明显降低,迭代性能明显优于原电位方程组式(2)。不完全 LU 预条件的特征值分布更集中,具有更好的迭代收敛性能。

3.2 计算残值与迭代次数间的变化关系分析

计算残值与迭代次数间的变化关系分析如图 6 所示。

从图 6 中可以看出,与无预条件处理的收敛行为相比,经过预条件处理电位系数矩阵 A 后的收敛速度有很大提高,残值收敛速度快,迭代需要的次数减少。其中,不完全 LU 预条件具有更好的收敛性能。因此,不完全 LU 预条件 GMRES(m)的边界元法求解变电站关键设备的工频电场问题有着更好的迭代性能。

3.3 计算时间与单元数间的变化关系分析

计算时间与单元数间的变化关系分析如图 7 所示。

从图 7 中可以看出,相对于直接迭代而言,当模

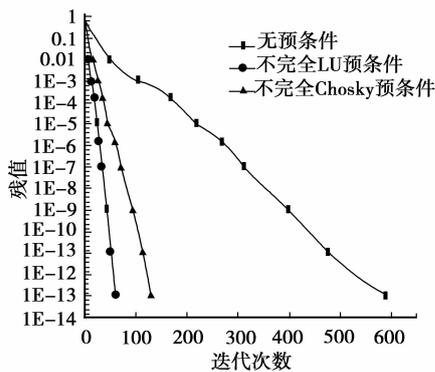


图 6 计算残值与迭代次数间的变化关系

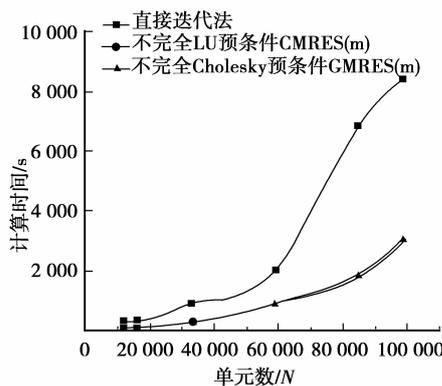


图 7 计算时间与单元数间的变化关系

型的计算单元变多时,预条件 GMRES(m)法的求解时间明显缩短,更适合求解变电站关键设备的工频电场这样的大型模型,有着相当好的计算效率。

3.4 误差精度与单元数的关系分析

计算结果与 IES 比较的误差精度与单元数的关系分析如图 8 所示。

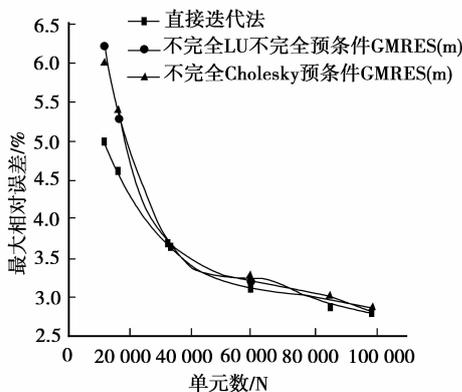


图 8 最大相对误差与单元数的变化关系

从图 8 中可以看出,当计算模型的单元数较少时,相对直接迭代法而言,预条件 GMRES(m) 边界的计算精度较低,但是随着计算模型单元数的增

加,预条件 GMRES(m)的边界元法计算精度与直接迭代法相比,并未降低求解精度。

4 结 论

笔者就适用于求解变电站工频电场问题的预条件 GMRES(m)的边界元方法进行了分析,并将实例计算与直接迭代法进行了比较与分析,结果表明:经过预条件处理电位系数矩阵后的矩阵特征值分布情况有很大改善,特征值相对集中,方程组的条件数明显降低,迭代性能明显优于原方程组;预条件 GMRES(m)的边界元法在计算时间方面优越传统的直接迭代法;随着计算模型单元数的增加,预条件 GMRES(m)的边界元法计算精度与直接迭代法相比,并未降低求解精度。预条件 GMRES(m)法在处理如变电站关键设备的工频电场分布这样大尺度、多未知量问题方面具有比直接法有相当大的优势。

参考文献:

- [1] KRAJEWSKI W. Numerical modeling of the electric field in HV substations[J]. Science, Measurement, and Technology, 2004, 151(4): 267-272.
- [2] BUNSE-GERSTNER A, GUTIERREZ-CANAS I. A preconditioned GMRES for complex dense linear systems from electromagnetic wave scattering problems[J]. Linear Algebra and its Applications, 2006, 416(1): 135-147.
- [3] ZHAO H P, HU J, NIE Z P. Parallel modified electric field integral equation with GMRES solver for efficient solution of scattering from electrically large open structures [C/OL] // Proceedings of Asia-Pacific Microwave Conference 2007, December 11-14, 2007, Bangkok, Thailand. [2008-04-16] d. wanfangdata.com.cn/NSTLHY_NSTL_HY17428570.aspx.
- [4] YANG Y, CHEN R S. Numerical simulation of microstrip circuits using unconditional stable CN-FDTD method combined with preconditioned GMRES[C] // International Microwave and Millimeter Wave Technology, April 21-24, 2008, Nanjing, China. [S. l.]:IEEE, 2008: 956-959.
- [5] SPYROPOULOS A N, PALYVOS J A, BOUDOUVIS A G. Bifurcation detection with the (un)preconditioned GMRES(m)[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2004, 193 (42/44): 4707-4716.
- [6] BOTROS Y Y, VOLAKIS J L. Preconditioned generalized minimal residual iterative scheme for perfectly matched layer terminated applications [J]. IEEE Microwave and Guided wave Letters, 1999, 9(2): 45-47.

(下转第 93 页)

- [9] SHI Z Y, LAW S S, ZHANG L M. Optimizing sensor placement for structural damage detection[J]. Journal of Energy Mechanics, 2000,126(11):1173-1179.
- [10] HEO G, WANG M L, SATPATHI D. Optimal transducer placement for health monitoring of long span bridge [J]. Soil Dynamic and Earthquake Engineering, 1997,16(7/8):495-502.
- [11] 曹枚根,徐忠根,刘智勇. 大跨越输电钢管组合塔结构动力特性的理论分析[J]. 电力建设,2005,26(12):51-54.
CAO MEI-YIN, XU ZHONG-GEN, LIU ZHI-YONG. Dynamic characteristics analysis of combo steel tube tower for large crossing transmission lines [J]. Electric Power Construction, 2005,26(12):51-54.
- [12] 岳增国. 大跨度空间结构的损伤检测与诊断研究[D]. 天津大学. 硕士论文, 2005.
- [13] KAMMER D C. Effect of modal error on placement for on-orbit modal identification of large space structures [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1992, 15 (2):334-341.
- [14] EWINS D J. Modal testing: theory, practice and application[M]. 2nd ed. United Kingdom; Research Studies Press Ltd, 2000
- [15] KAMMER D C, TINKER M L. Optimal placement of triaxial accelerometers for modal vibration tests [C]// Conference on Structural Dynamics, Feb 4-7, 2002, Los Angeles CA. Bellingham, WA; Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers: 29-41.
- [16] MEO M, ZUMPANO G. On the optimal sensor placement techniques for a bridge structure [J]. Engineering Structures. 2005, 27(10):1488-1497.

(编辑 赵 静)

~~~~~

(上接第 82 页)

- [7] SAITOH A, KAMITANI A. GMRES with new preconditioning for solving BEM-type linear system[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2004, 40 (2): 1084-1087.
- [8] XIAO H, CHEN Z. Numerical experiments of preconditioned Krylov subspace methods solving the dense non-symmetric systems arising from BEM [J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2007, 31(12): 1013-1023.
- [9] AIELLO G, ALFONZETTI S. Efficient solution of skin-effect problems by means of the GMRES-accelerated FEM-BEM method[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2008, 44(6): 1274-1277.
- [10] 任登凤,谭俊杰,张军. GMRES 方法在含动边界流场中的应用[J]. 力学与实践,2005, 27(5): 25-28.  
REN DENG-FENG, TAN JUN-JIE, ZHANG JUN. Application of germs method in flow fields involving moving boundaries [J]. Mechanics and Engineering, 2005, 27(5): 25-28.
- [11] MITTAL R C, AL-KURDI A H. An efficient method for constructing an ILU preconditioner for solving large sparse nonsymmetric linear systems by the GMRES method[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2003, 45(10/11):1757-1772.
- [12] 胡博,周家启. 基于预条件处理 GMRES 的不精确牛顿法潮流计算. 电工技术学报,2007, 22(2): 93-102.  
HU BO, ZHOU JIA-QI. Inexact Newton flow computation based on preconditioned GMRES method [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2007, 22(2): 93-102.
- [13] BARRETT R. Templates for the solution of linear systems: building Blocks for Iterative Methods [M]. Philadelphia , PA. [ s. n. ], 1994.
- [14] NAIAFI H S, GHAZVINI H. Weighted restarting method in the weighted Arnoldi algorithm for computing the eigenvalues of a nonsymmetric matrix [J]. Applied Mathematics and Computation, 2006, 175 (2): 1276-1287.
- [15] BAKER A H, JESSUP E R, KOLEV T V. A simple strategy for varying the restart parameter in GMRES(m)[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2009, 230(2): 751-761.
- [16] 杨大地,刘仁达. 加速广义极小残余新算法[J]. 重庆大学学报:自然科学版,2006, 29(10): 120-124.  
YANG DA-DI, LIU REN-DA. Accelerated generalized minimal residual algorithm [J]. Journal of Chongqing University: Natural Science Edition, 2006, 29 (10): 120-124.

(编辑 王维朗)