

文章编号:1000-582X(2010)02-0042-05

# 基于导热反问题的管道内部缺陷诊断

苟小龙, 张建涛, 王广军

(重庆大学 动力工程学院, 重庆 400044)

**摘要:**根据外壁面的温度分布计算内壁面的几何边界是一类不适定的导热反问题。在建立具有不规则内壁缺陷的管道二维稳态传热模型的基础上,将反问题转化成正问题和最优化问题。采用有限元方法求解导热正问题,利用外壁面温度分布,从目标函数的泛函变分出发,根据共轭梯度法,实现了内壁几何边界的识别。通过对几种典型缺陷的数值计算,分析了初值选取、测量误差和传热边界条件等对反演结果的影响,验证了方法的有效性和稳定性。

**关键词:**导热反问题;有限元;共轭梯度法

中图分类号:TK124

文献标志码:A

## Defects detection in the inner surface of pipes based on inverse heat conduction problem

GOU Xiao-long, ZHANG Jian-tao, WANG Guan-jun

(College of Power Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

**Abstract:** It is a typical ill-posed inverse heat conduction problem to estimate the geometry boundary of the inner surface of pipe by the temperature of outer surface. With the establishment of a two-dimensional steady model for pipe with irregular inner surface, the inverse problem is transformed into a direct problem and an optimization problem. Based on the temperature at the outer surface obtained from the infrared thermography and the variation of the object function, the conjugate gradient method (CGM) is introduced into the geometry problem. With the numerical analysis of three typical defects, the effects of the measurement errors, choice of the initial value, boundary conditions and number of discrete temperature points are discussed and the proposed methodology is approved.

**Key words:** inverse heat conduction problem; finite element method; conjugate gradient method

在工业生产中,许多热设备由于长期运行在高温、高压及化学腐蚀的恶劣工作环境下,造成内壁损伤或脱落,导致了设备内部的故障,给安全生产带来了隐患<sup>[1]</sup>。例如,2004年杭州钢铁集团公司的转炉作业区发生的重大炉壁穿透事故,大量高温钢水泄漏,造成重大的经济损失。工业系统中许多重大事故都与热设备内部缺陷密切相关,深入研究工业设备内壁缺陷检测方法具有重要意义<sup>[2]</sup>。

近年来,红外热像检测技术以其非接触、快速、灵敏度高、大面积扫描和操作安全等独特优势,在电力、冶金、石油化工、建筑、交通等众多领域取得了广泛的应用。如管道泄漏及保温层缺陷的检测<sup>[3]</sup>、高温压力管道内壁缺陷的检测<sup>[4]</sup>、管道内壁水泥衬里局部脱落的检测<sup>[5]</sup>等。然而,目前的检测还停留在根据表面温差来定性判断内壁面变化的水平上。这种定性判断具有一定的经验性,难以对设备内部

收稿日期:2009-08-22

基金项目:国家自然科学基金项目(50776103)

作者简介:苟小龙(1972-),男,重庆大学副教授,博士,主要从事动力工程及工程热物理研究,(Tel)023-65103512;  
(E-mail)simgxl@cqu.edu.cn。

缺陷进行准确定位以及对缺陷的几何尺寸或严重程度作出定量诊断,在工程实践中就难以对已发现的内部缺陷进行准确的分等级,以及提出判废标准和维修建议<sup>[6]</sup>。因此,从定性检测到定量诊断是红外检测技术发展的一个新趋势。

根据工业设备外壁面的温度分布信息,反推出设备内壁面缺陷的具体形状,是一类非适定的传热反问题。国内外对传热反问题进行了一系列的研究<sup>[7-8]</sup>,但是大多局限于正常工作条件下设备内外壁温度的分布,而对故障或缺陷条件下的研究甚少。目前,对于不适定传热反问题出现了一些有效的求解方法,如 Tikhonov 正则化算法<sup>[9]</sup>、Alifanov 迭代正则算法<sup>[10]</sup>以及 Beck 的方程估计法<sup>[11]</sup>等。

根据有限元方法和共轭梯度法,将反问题分解成正问题和最优化问题,通过外壁面的温度,可以较为精确地识别出内壁面的边界形状,并对几种典型的缺陷进行了数值试验,分析了初值选取、测量误差和传热边界条件等对反演结果的影响。

## 1 数学模型

在实际工程中,会面临大量的高温高压管路,如火电机组的蒸汽管等文中主要就管道内的缺陷识别进行研究。典型管道内壁缺陷的物理模型如图 1 所示。

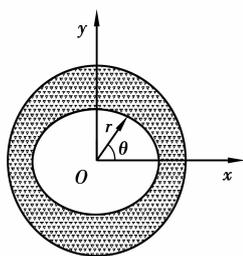


图 1 内壁面不规则边界的管道截面示意图

根据研究对象的特点,进行如下简化假设:

1) 管道足够长,忽略其轴向传热;

2) 视管壁导热系数为常数,管内外的对流换热系数也为常数。

根据假设研究管道无内热源的稳态导热,可得控制方程

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0, \quad (1)$$

三类边界条件:

第一类边界条件,也称 Dirichlet 条件,给出管道内边界上各点的温度值。

$$T_w = f_1(\tau), \quad (2)$$

第二类边界条件,也称 Neumann 条件,给出管道内边界上热流密度值, $\lambda$  为管壁材料导热系数。

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_w = f_2(\tau), \quad (3)$$

第三类边界条件,也称 Robin 条件,给出管道内边界上物体与周围流体间的表面传热系数  $h$  及周围流体的温度  $T_f$ ,  $\lambda$  为管壁材料导热系数,  $T_w$  为管壁温度。

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_w = h(T_w - T_f), \quad (4)$$

这是一个已知外壁面温度数据求解内壁面未知边界形状的二维边界识别反问题。该反问题在数学上可以转化为以下泛函变分的最优化问题,即

$$J[r(\theta)] = \sum_{i=1}^m [T_i - Y_i]^2, \quad (5)$$

式中,  $m$  为外表面离散温度点的个数;  $r(\theta)$  为边界形状;  $T_i$  是根据假定边界形状计算得到的外表面离散温度点处的温度值;  $Y_i$  是表面离散温度点处的温度值。

## 2 有限元分析

为了验证反问题诊断分析的结果,通过已知缺陷,采用正问题的方法计算出外壁面的温度分布,以作为反问题的输入参数。

文中采用有限元法(FEM)求解导热方程,根据 Galerkin 权余法<sup>[12]</sup>将方程(1)变分,用三角形单元剖分区域,采用线性温度插值函数,将式(1)转换成关于节点温度值的代数方程组,写成矩阵形式:

$$[\mathbf{K}][T] = [P], \quad (6)$$

式中,  $[\mathbf{K}]$  为温度刚度矩阵;  $[T]$  为未知的节点温度值向量;  $[P]$  为由边界条件等组成的右端项向量。通过该式就可以求解管壁温度分布。当管道内壁面由于腐蚀等原因产生缺陷时,其对应的外壁面温度场也将发生相应的变化。

## 3 共轭梯度优化算法

根据共轭梯度法(CGM)<sup>[13]</sup>,内壁面边界形状函数  $r(\theta)$  的迭代公式为

$$r^{n+1}(\theta) = r^n(\theta) + \lambda^n p^n(\theta), \quad (7)$$

式中,  $\lambda^n$  为搜索步长;  $p^n(\theta)$  为共轭搜索方向。

$$p^n(\theta) = -\nabla T[r^n(\theta)] + \beta^n p^{n-1}(\theta), \quad (8)$$

式中,  $\nabla T[r^n(\theta)]$  为梯度,反映了外壁面温度对内半径变化的敏感程度,根据梯度的定义,用中心差分代替导数,取差分步长  $\Delta r = 10^{-5}$  m,则矩阵的分量可以表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial r} &= \frac{T_1(r_1 + \Delta r, r_2, \dots, r_m) - T_1(r_1 - \Delta r, r_2, \dots, r_m)}{2\Delta r} (Y_1 - T_1), \\ \frac{\partial T_2}{\partial r} &= \frac{T_2(r_1, r_2 + \Delta r, \dots, r_m) - T_2(r_1, r_2 - \Delta r, \dots, r_m)}{2\Delta r} (Y_2 - T_2), \\ &\dots\dots \\ \frac{\partial T_m}{\partial r} &= \frac{T_m(r_1, r_2, \dots, r_m + \Delta r) - T_m(r_1, r_2, \dots, r_m - \Delta r)}{2\Delta r} (Y_m - T_m), \end{aligned} \quad (9)$$

$\beta^n$  为共轭系数<sup>[14]</sup>

$$\beta^n = \begin{cases} \frac{\sum_{j=1}^m \nabla T[r^n(\theta)]_j^2}{\sum_{j=1}^m \nabla T[r^{n-1}(\theta)]_j^2}, & n > 1, \\ 0, & n = 0 \end{cases} \quad (10)$$

计算结果通过反复迭代,使得  $J[r^n(\theta)]$  达到最小。

收敛条件可取为

$$J[r^n(\theta)] < \epsilon, \quad (11)$$

式中,  $\epsilon$  为一个任意小的数。

CGM 迭代计算过程<sup>[15]</sup>为:

1) 选择一个猜测的管道内壁几何边界初始  $r(\theta)$ , 利用有限元方法求解正问题, 计算管道外壁面温度分布  $T_i$ ;

2) 根据  $T_i$  和  $Y_i$  判断是否满足收敛停止标准式 (11), 如满足则停止迭代, 否则继续;

3) 按式 (9) 求梯度矩阵  $\nabla T[r^n(\theta)]$  及共轭系数  $\beta^n$ ;

4) 按式 (8) 求解搜索方向  $p^{n+1}(\theta)$ ;

5) 计算搜索步长  $\lambda^n$ , 令  $n = n + 1$ , 按式 (7) 计算新的内壁几何边界  $r^{n+1}(\theta)$ , 计算新的  $T_i$ , 然后回到第 2 步。

### 4 数值实验及结果分析

为验证算法的有效性, 分别对 3 种典型缺陷进行了研究:

1) 矩形缺陷

$$r(\theta) = \begin{cases} 0.05, & \theta \in [0, \pi/3] \cup [2\pi/3, 2\pi] \\ 0.062, & \theta \in [\pi/3, 2\pi/3] \end{cases}$$

2) 正弦边界

$$r(\theta) = 0.05 + 0.012 \sin \theta$$

3) 楔形缺陷

缺陷破损角为  $[\pi, 4\pi/3]$ , 楔形顶点在  $7\pi/6$ , 深度为 0.062 m。

数值试验中管道材料以镍铬钢为例, 管道内半径  $r = 0.05$  m, 外半径  $R = 0.08$  m, 导热系数  $k = 14.7$  W/(m · K), 内壁面恒温,  $t = 100$  °C, 外壁面为自然对流换热, 环境温度  $T_f = 20$  °C。

#### 4.1 几种典型缺陷的反演结果

如图 2-4, 可以看出反演计算都能得到比较好的结果, 3 种情况下平均误差分别为 1.6%、0.3% 和 0.8% 说明在已知外壁面离散点温度的情况下, 应用该算法能够比较准确地反推出内壁面的未知边界。对于矩形缺陷和楔形缺陷, 在缺陷上下边缘处, 最大误差达到了 6.7% 和 6.0%, 这是由于半径发生突变, 而在有限元单元划分中三角形单元是由离散节点按照一定顺序连接而成, 并以此近似代替壁面形状所致。

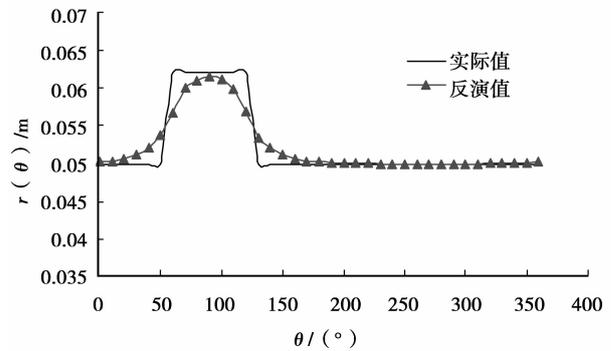


图 2 内壁带有矩形缺陷的反演结果

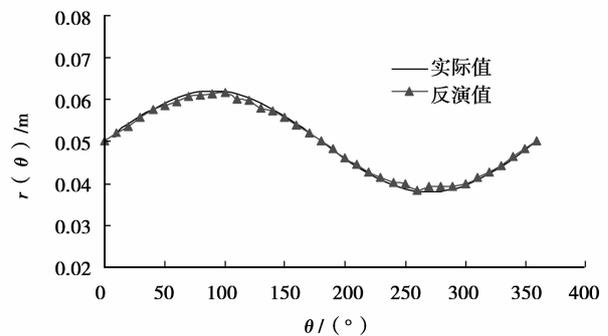


图 3 内壁为正弦边界的反演结果

#### 4.2 不同测量误差对结果的影响

如图 5 所示, 在无温度测量误差时, 反演结果较为精确地反映出实际的内壁边界, 平均误差为 0.8%, 当热像仪温度测量带有误差 ( $\pm 0.5$  °C) 时, 内壁的形状基本保持不变, 只是内壁边界的检测结果会随着测量误差正负沿纵坐标方向上下平移, 平

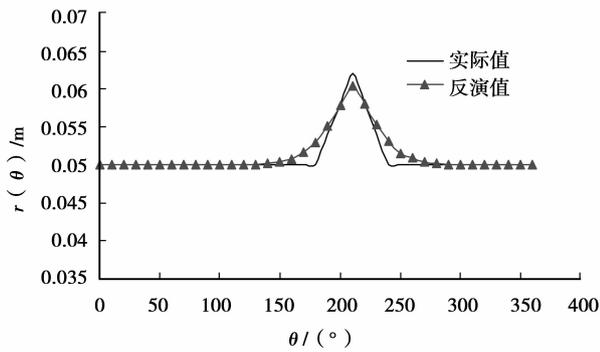


图 4 内壁带有楔形缺陷的反演结果

移量与误差值有关。文中平移量最大可达壁厚的 8.7%,说明该算法有效地遏制了反问题对测量误差的放大作用。但是如果要对内壁状况进行定量的识别,必须对红外测温误差进行仔细的分析,并对结果进行修正。

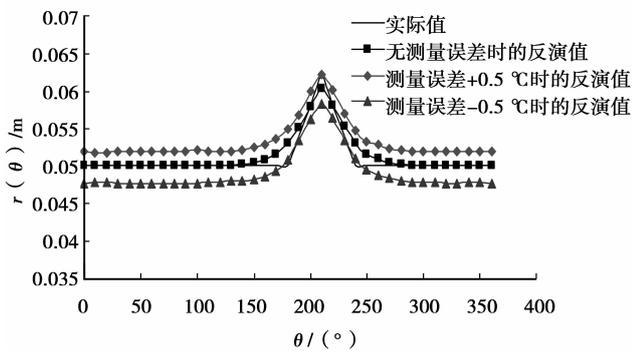


图 5 测量误差对反演结果的影响

### 4.3 不同初始值对结果的影响

如图 6,可以看出初始值选取不同对反演结果几乎没有明显影响。

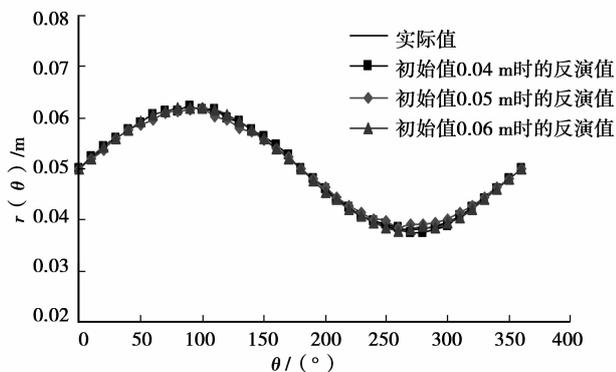


图 6 初值选取对反演结果的影响

### 4.4 边界条件对结果的影响

如图 7 所示,当内壁面处于三类不同边界条件时,结果表明三种条件下基本都能模拟出缺陷的形状,其中第一、第三类条件下效果较好,第二类条件

下稍差,三者的平均误差分别为 1.6%、1.2% 和 2.1%。

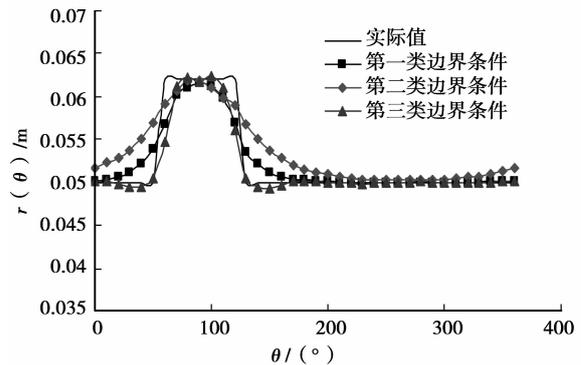


图 7 内壁面传热边界条件对结果的影响

### 4.5 外壁面节点数目对结果的影响

如图 8 所示,可以看出随着节点的增多,反演结果就更加接近实际值,当取 36 节点时就可以较好地刻画出缺陷的位置和形状,因此增加节点数目是提高精度的一种有效方法<sup>[16-17]</sup>。但节点不宜取得太多,一方面节点增多,截断误差就会增加;另一方面,节点数目增多使得有限元网格划分中容易出现大钝角三角形或尖锐角三角形,导致误差增加。但是节点也不能取太少,否则小尺寸缺陷就可能被过滤掉。节点数目的选取还应该结合管道的尺寸,管道尺寸很大时,可以多取一些;反之,宜少取一些。

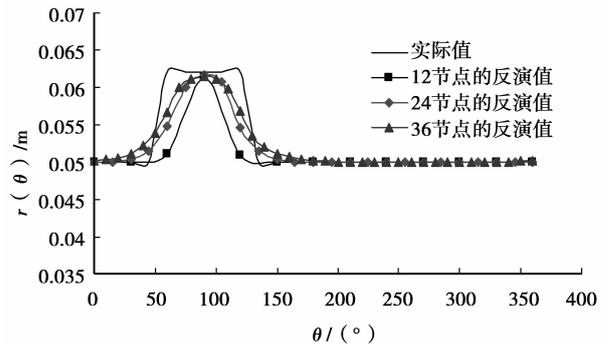


图 8 外壁面离散节点对反演结果的影响

## 5 误差及分析

1)为了简化模型,把材料的导热系数  $k$  及对流换热系数  $h$  视为常数。实际过程中,导热系数  $k$  及对流换热系数  $h$  都是温度的函数,但准确测量它们的值,并且在非规则及实现未知几何形状下是较困难的,这就导致了误差的产生。

2)有限元计算中,采用的是三角形三节点等单元,因此温度也只能采用线性插值函数,这就造成了一定的误差。如果要满足精度的特殊要求,可以

采用高次插值的较为复杂的等参单元。

3) 由于缺陷的存在, 缺陷的上下边缘处, 边界形状发生急剧变化, 使得在有限元网格划分中, 可能会出现钝角三角形, 因此会产生误差, 应尽量避免。

## 6 结 论

建立了基于边界识别导热反问题的圆管二维稳态模型, 用有限单元法求解导热微分方程, 同时利用共轭梯度法, 得出了根据外壁面温度分布定量计算内壁几何形状的计算方法。算法可以较为准确地反演出内壁缺陷的位置和形状; 能有效地遏制反问题对测量误差的放大作用; 初值的选取对反演结果没有明显的影响; 算法能够适应内壁面三种边界, 为红外等检测与诊断技术提供了算法基础。

### 参考文献:

- [1] 田裕鹏. 红外检测与诊断技术[M]. 北京: 化学工业出版社, 2006.
- [2] 吴洪潭. 工业热设备内壁缺陷形态仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2007, 28(2): 304-306.  
WU HONG-TAN. Simulation of Defect Configuration in Heat Equipment's Inner Wall[J]. Journal of System Simulation, 2007, 28(2): 304-306.
- [3] FAN C L, SUN F R, YANG L. Investigation on nondestructive evaluation of pipelines using infrared thermography [C]. Virginia: Proc of the Joint 30<sup>th</sup> Int Conf on Infrared and Millimeter Waves and 13th Int Conf on Terahertz Electro, 2005: 339-340.
- [4] 沈功田, 李涛, 姚泽华, 等. 高温压力管道红外热像检测技术[J]. 无损检测, 2002, 24(11): 473-477.  
SHEN GONG-TIAN, LI TAO, YAO ZE-HUA, et al. Infrared thermography for high temperature pressure pipes[J]. NDT, 2002, 24(11): 473-477.
- [5] REINHARDT W W. Use of high resolution infrared imaging to evaluate lining damage in concrete lined pipelines [C]. Atlanta: ASNT Fall Conf and Quality Testing Show, 1994: 70-72.
- [6] 关荣华. 工业设备内部缺陷红外线诊断[D]. 石家庄: 河北师范大学硕士论文, 2002.
- [7] DAVIDTWIN, WEI-MON YAN, HUNG-YILL. Inverse Problem of Unsteady Conjugated Forced Convection in Parallel Channels [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2008, 51: 993-1002.
- [8] 张有为, 李辉, 姜培学. 采用共轭梯度法的管内壁温度导热反问题求解[J]. 工程热物理学报, 2009, 30(7): 1188-1190.  
ZHANG YOU-WEI, LI HUI, JIANG PEI-XUE. Inverse heat conduction problem of deducing inner wall temperature by using conjugate gradient method [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2009, 30(7): 1188-1190.
- [9] TIKHONOV A N. Inverse problems in heat conduction [J]. Journal of Engineering Physics, 1975, 29(1): 816-820.
- [10] ALIFANOV O M, ARTYUKHIN E, RUMYANTSEV A. Extreme methods for solving ill-posed problems with applications to inverse heat transfer problems [M]. New York: Begell House, 1995.
- [11] BECK J V, BLACKWELL B, ST CLAIR C R. Inverse heat conduction: ill-posed problems [M]. New York: Wiley Inter science, 1985.
- [12] 孔祥谦. 有限单元法在传热学中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [13] 唐焕文, 秦学志. 实用最优化方法[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2004.
- [14] 范春利, 孙丰瑞, 杨立, 等. 基于红外测温的圆管内壁不规则边界的识别算法研究[J]. 热科学与技术, 2006, 5(2): 112-117  
FAN CHUN-LI, SUN FENG-RUI, YANG LI, et al. Algorithm study on identification of pipeline's irregular inner boundary for infrared thermography [J]. Journal of Thermal Science and Technology, 2006, 5(2): 112-117.
- [15] HUANG C H, CHAO B H. An Inverse Geometry Problem in Identifying Irregular Boundary Configurations [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer (S0017-9310), 1997, 40(9): 2045-2053.
- [16] CHIN-RU SU, CHA'O-KUANG CHEN. Geometry estimation of the furnace inner wall by an inverse approach [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2007, 50: 3767-3773.
- [17] CHA'O-KUANG CHEN, CHIN-RU SU. Inverse estimation for temperatures of outer surface and geometry of inner surface of furnace with two layer walls [J]. Energy Conversion and Management, 2008, 49: 301-310.

(编辑 陈移峰)