

文章编号:1000-582X(2010)05-100-05

## 磁流变液铁磁颗粒的动力学分析

李海涛, 彭向和

(重庆大学 资源及环境科学学院 工程力学系, 重庆 400044)

**摘要:**分析磁流变液铁磁颗粒的受力和运动特点对研究磁流变液微观机理至关重要。基于磁偶极子理论,比较全面地分析了磁流变液中的铁磁颗粒在外加磁场作用下所受到的力,并对这些力进行了比较。同时,研究了颗粒可能的运动方式。分析结果表明,磁力、载液的粘性阻力和颗粒间的排斥力是颗粒的主要受力,平动是颗粒的主要运动方式。并通过数值模拟手段,得到磁流变液在磁场作用下的链柱状微结构,从而证明该动力学分析的有效性。

**关键词:**磁流变液;磁偶极子;动力学分析

**中图分类号:** TB303

**文献标志码:** A

## Dynamic analysis on ferromagnetic particles of magnetorheological fluids

LI Hai-tao, PENG Xiang-he

(Department of Engineering Mechanics, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

**Abstract:** Based on the theory of magnetic dipole, this paper analyzes the forces and moments applied on the particles and established the corresponding equations of motion. It compares these forces respectively in order to reduce the computation time in the numerical simulation. It is found that magnetic force, viscous force and repelling force are stronger than other forces, and translation is the main motion. Therefore the governing equation in the numerical simulation can be simplified. The validity of above dynamic analysis is verified by numerical simulation on the microstructure of magnetorheological fluids.

**Key words:** magnetorheological fluids; magnetic dipole; dynamic analysis

磁流变液的宏观特性取决于微观结构,要深刻理解磁流变效应及其机理,需要加深对微组织形态和演化的研究。实验方法可以观测微观结构,但是它受很多条件限制,费时费力,且不易观测微结构的动态演化过程。因此基于微观力学分析的数值模拟手段是研究磁流变液特性的另一途径,它可更全面地研究磁流变液的精细结构,更深刻地揭示颗粒之间以及颗粒与其他因素间的相互作用,并由此得到磁流变液的宏观响应特性<sup>[1-3]</sup>。例如 Vladimiri<sup>[4]</sup>等采用分子动力学模拟了旋转场对强相互作用偶极流

体的影响,发现了旋转磁场能诱导流体空间分层的现象;Fang<sup>[5]</sup>和 Melle<sup>[6]</sup>等分别利用数值模拟手段描述了旋转磁场中的磁流变液行为,在旋转平面内得到盘状聚集结构;杨仕清<sup>[7]</sup>等从磁流变液中存在的各种相互作用势出发,利用 Monte Carlo 方法模拟了磁流变液的场致微结构变化。

但是这些论文侧重描述模拟所得到的结果,对铁磁颗粒的受力及运动分析不够全面,对颗粒受力的强弱对比及其运动特性缺乏描述。将详细分析磁流变液中的铁磁颗粒在外磁场作用下所受到的力,

**收稿日期:** 2010-01-08

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(10872220);重庆市自然科学基金资助项目(CSTC, 2008BB4306);重庆大学自然科学基金青年基金资助项目(2006-09)

**作者简介:** 李海涛(1978-),男,重庆大学副教授,博士,主要从事智能材料方向的研究,(E-mail)htli@cqu.edu.cn。

包括磁力、粘性阻力、排斥力、布朗力、范德华力、重力、浮力,以及受到的各种力矩。通过比较这些力和力矩的强弱来研究颗粒的运动特点,以此优化数值模拟的建模基础,加深对磁流变液微观机理的理解。

## 1 颗粒的受力分析

磁流变液中的铁磁颗粒在外加磁场作用下受到的力包括:

### 1.1 磁力

根据磁偶极子理论,磁化颗粒  $i$  受到其他颗粒的相互作用而产生的磁力为<sup>[8]</sup>

$$\mathbf{F}_i^m = \sum_{j \neq i} \left[ \frac{3\mu_0}{4\pi r_{ij}^5} (\mathbf{m}_i \mathbf{m}_j - 5m_{ir} m_{jr}) \mathbf{r}_{ij} + \frac{3\mu_0}{4\pi r_{ij}^4} (m_{ir} \mathbf{m}_j + m_{jr} \mathbf{m}_i) \right], \quad (1)$$

其中: $\mu_0$  为真空磁导率; $\mathbf{r}_{ij}$  表示两颗粒  $i$  和  $j$  之间相对位置的矢量; $r_{ij} = \|\mathbf{r}_{ij}\|$ ;  $m_{ir}$  和  $m_{jr}$  分别代表磁矩  $\mathbf{m}_i$  和  $\mathbf{m}_j$  沿  $\mathbf{r}_{ij}$  方向的分量大小。磁矩的表达式为

$$\mathbf{m} = \frac{4}{3} \pi R^3 \chi \mathbf{H}, \quad (2)$$

式中: $R$  为颗粒半径; $\mathbf{H}$  为外加磁场; $\chi$  为磁化率。

### 1.2 粘性阻力

设颗粒为圆球状,载液为粘性不可压流体,则颗粒  $i$  受到载液的粘性阻力可由 Stokes 公式描述为<sup>[9]</sup>

$$\mathbf{F}_i^v = -6\pi R \eta \mathbf{u}, \quad (3)$$

式中: $\mathbf{u}$  是颗粒的运动速度矢量; $\eta$  为液体的动力粘度。

### 1.3 排斥力

颗粒  $i$  受到的排斥力可以采用指数形式的表达式<sup>[10]</sup>

$$\mathbf{F}_i^r = \sum_{j \neq i} F_0 \exp\left[-\beta\left(\frac{r_{ij}}{2R} - 1\right)\right] \hat{\mathbf{r}}_{ij}, \quad (4)$$

这里, $\beta$  表示排斥力随颗粒形变的增加而指数递增的快慢程度, $F_0$  表示两颗粒沿外磁场方向恰好接触时的排斥力大小。由磁力和排斥力的平衡  $\mathbf{F}_i^m = -\mathbf{F}_i^r$ , 可得  $F_0$  为

$$F_0 = \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi(2R)^4}. \quad (5)$$

### 1.4 布朗力

液体中的颗粒将会受到分散介质分子的撞击而产生布朗力,布朗力常用系统平均值来表示如下<sup>[11]</sup>

$$\langle F_i^b(t) \rangle = 0, \quad (6)$$

$$\langle F_i^b(0) F_i^b(t) \rangle = 12\pi\eta R k_B T \delta(t), \quad (7)$$

式中, $\langle \rangle$  表示系统平均, $\delta(t)$  示狄拉克函数,具有

性质<sup>[12]</sup>

$$\delta(t) = 0 \quad (t \neq 0), \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1, \quad (8)$$

式中: $k_B$  为 Boltzmann 常数, $T$  为绝对温度。

### 1.5 范德华力

两个微粒子相当接近时,一个微粒子中的脉动轨道电子诱导另一个微粒中的振荡偶极子,产生了范德华力。磁流变液中颗粒  $i$  受到其他颗粒的总范德华力为<sup>[13]</sup>

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_i^{dw} &= \sum_{j \neq i} -\frac{A}{6} \left[ -\frac{4R^2 r_{ij}}{(r_{ij}^2 - 4R^2)^2} - \frac{4R^2}{r_{ij}^3} + \frac{8R^2}{r_{ij}^3} \frac{r_{ij}^2}{r_{ij}^2 - 4R^2} \right] \hat{\mathbf{r}}_{ij} \\ &= \sum_{j \neq i} \frac{A}{6} \frac{64R^6}{r_{ij}^3 (r_{ij}^2 - 4R^2)^2} \hat{\mathbf{r}}_{ij}, \end{aligned} \quad (9)$$

式中: $A$  为 Hamaker 常数。

### 1.6 重力

磁流变液中颗粒  $i$  受到的重力为

$$\mathbf{F}_i^g = \frac{4\pi R^3 \rho_p}{3} g, \quad (10)$$

其中: $g$  为重力加速度; $\rho_p$  为颗粒的密度。

### 1.7 浮力

磁流变液中颗粒  $i$  受到的浮力为

$$\mathbf{F}_i^f = \frac{4\pi R^3 \rho_f}{3} \hat{\mathbf{z}}, \quad (11)$$

式中: $\hat{\mathbf{z}}$  为竖直向上的单位方向矢量; $\rho_f$  为载液的密度。

磁流变液中的颗粒不仅受到上述各种力的作用,并且还会受到各种力矩的作用,包括:

### 1.8 磁场产生的力矩

固体铁磁性颗粒被磁化成偶极子后会受到磁场作用的力矩。偶极子  $i$  受到其他颗粒以及外加磁场总的力矩为<sup>[14]</sup>

$$\mathbf{M}_i^m = \mu_0 \mathbf{m}_i \times \mathbf{H} + \sum_{j \neq i} \frac{\mu_0}{4\pi r_{ij}^3} \left( 3m_{jr} \mathbf{m}_i \times \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}} - \mathbf{m}_i \times \mathbf{m}_j \right). \quad (12)$$

### 1.9 粘性阻力产生的力矩

磁流变液中若固体颗粒发生旋转,必然因载液粘性阻力的影响而受到力矩作用。对颗粒  $i$ ,粘性阻力产生的力矩  $\mathbf{M}_i^v$  为<sup>[15]</sup>

$$\mathbf{M}_i^v = -8\pi\eta R^3 \hat{\mathbf{r}}_i \times \boldsymbol{\omega}, \quad (13)$$

式中: $\boldsymbol{\omega}$  为转动角速度, $\hat{\mathbf{r}}_i$  为垂直于旋转轴且由轴心指向阻力作用点的单位方向矢量。

## 2 颗粒的运动方程

磁流变液中固体颗粒在载液中的运动可分为平动和转动两部分,设平动加速度为  $\ddot{\mathbf{u}}$ ,转动角加速度

为  $\ddot{\theta}$ , 考虑到总合力包含磁力、粘性阻力、排斥力、布朗力、范德华力、重力和浮力, 总合力矩包含由磁场产生的力矩和由粘性阻力产生的力矩, 则颗粒的运动方程可以写为

$$m_i^p \ddot{\mathbf{u}}_i = \mathbf{F}_i^m + \mathbf{F}_i^v + \mathbf{F}_i^r + \mathbf{F}_i^b + \mathbf{F}_i^{vdw} + \mathbf{F}_i^g + \mathbf{F}_i^f, \quad (14)$$

$$I_i \ddot{\theta}_i = \mathbf{M}_i^m + \mathbf{M}_i^v, \quad (15)$$

其中,  $m_i^p$  为颗粒质量,  $I_i$  为颗粒的转动惯量。

磁流变液的典型材料参数取值如表 1 所示。

表 1 材料参数

$\mu_0 \times 10^7 / (\text{H} \cdot \text{m}^{-1})$	$R \times 10^6 / \text{m}$	$\chi$	$H / (\text{kA} \cdot \text{m}^{-1})$	$\eta / (\text{Pa} \cdot \text{s})$
$4\pi$	5	3.3	10	0.01
$A \times 10^{20} / \text{J}$	$T / \text{K}$	$k_B \times 10^{23} / (\text{J} \cdot \text{K}^{-1})$	$\rho_f \times 10^{-3} / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$\rho_p \times 10^{-3} / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$
21.1	298	1.38	0.97	7.5

### 3 颗粒运动特性分析

上述模型既考虑了平动, 也考虑了转动, 虽然可以较完整的描述颗粒的运动规律, 但在数值模拟过程中, 运动自由度的增加无疑增加了运算量。若外加磁场的方向是固定不变的, 则运动方程可以进行简化。

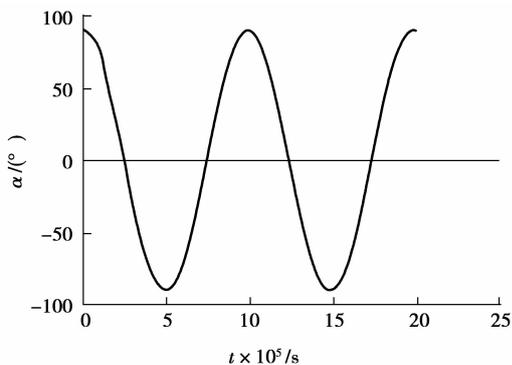


图 1 无粘性阻力时  $\alpha$  随时间  $t$  的变化

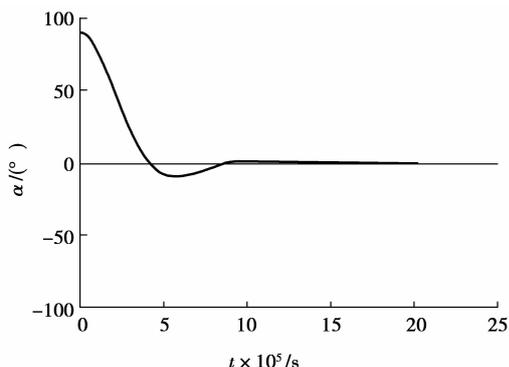


图 2 有粘性阻力时  $\alpha$  随时间  $t$  的变化

考虑单个磁偶极子处在均匀外加磁场时的情况,

相关参数取自表 1, 并设磁矩和外磁场间夹角为  $\alpha$ , 磁场产生的力矩最大时  $\alpha$  角度为  $90^\circ$ , 设想此时放开这个磁偶极子, 磁偶极子将发生转动。若没有粘性阻力的影响, 则  $\alpha$  随时间变化的模拟结果如图 1 所示, 粒子会以磁场方向为中心不停的来回旋转摆动。若磁偶极子处于载液中, 粘性阻力将阻碍颗粒的转动, 并耗散掉部分能量。此时颗粒转动中夹角角度随时间的变化如图 2 所示, 颗粒转动的角速度  $\omega$  随时间的变化如图 3 所示。可以看出, 松开颗粒或者突然施加外磁场后, 受磁矩影响颗粒将很快转动起来, 但是角速度越大, 受到的粘性阻力产生的力矩也就越大, 同时转动过程中磁场作用的力矩也不断减小, 导致转速达到一定值后开始下降, 最后在平行于外磁场的位置附近稍微摆动一下后停止转动。从图中可以看出, 颗粒达到平衡的时间为  $0.1 \text{ ms}$ , 而磁流变液颗粒成链的过程为几到几十毫秒, 也就是说转动所花的时间相对很小。另外, 由式(12)可得由磁场产生的力矩大小为

$$M^m = \frac{4\pi\mu_0}{3} R^3 \chi H^2 \sin\alpha. \quad (16)$$

也就是说磁场越强, 力矩越大, 到达转动平衡点的时间越短。一般工程应用中磁场强度都在  $100 \text{ kA/m}$  以上, 大于上述分析的场强。另一方面, 在场强大于  $10 \text{ kA/m}$  时, 附加场强相对外界磁场已经较弱, 在颗粒磁矩的定向过程中, 外加磁场起重要作用, 占据主导地位, 因此可忽略数值模拟过程中转动对磁流变液内部微结构演化的影响, 而认为颗粒磁矩沿外加磁场方向定向排列。若外加磁场方向不变, 颗粒磁矩的方向也不变, 即在颗粒的运动中, 只有平动, 没有转动。

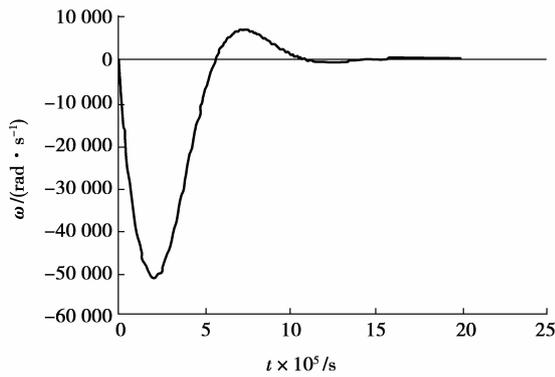


图 3 存在粘性阻力时转动角速度  $\omega$  随时间  $t$  的变化

### 4 颗粒受力比较

上述受力分析虽然比较全面,但是力比较多,导致数值模拟花费的时间代价太大,难以进行大颗粒数系统的模拟。因此,需要对受力情况进行对比,通过比较各力的强弱来进行取舍优化。

磁性颗粒在不同磁场下受到的最大磁力与重力和浮力的比值  $\lambda$  如图 4 所示,其中计算参数取自表 1。可以看出,磁力远远大于重力和浮力,并且随磁场强度的增大而增大。这说明,模拟磁流变液在外加磁场作用下的微结构形成和演化过程,重力和浮力的影响可以忽略。只有考虑零场磁流变液的沉降稳定性时,它们的作用才很明显。

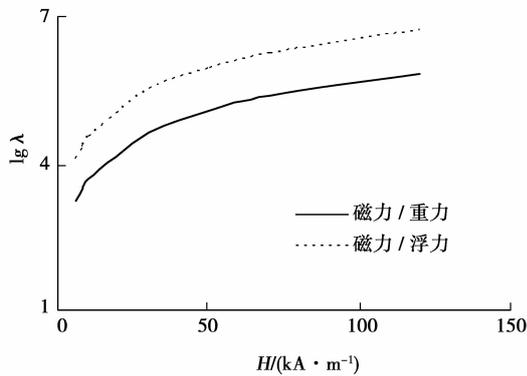


图 4 不同磁场下磁力与重力和浮力的比值

范德华力和磁力的对比关系可以由式(9)和(1)确定,其中两者都与颗粒间距有密切关系。若两个磁化颗粒沿磁场方向排列,则磁力和范德华力的比值为

$$Q = \frac{F^m}{F^{adv}} = \frac{\pi\mu_0\chi^2 H^2}{4A} \frac{(r^2 - 4R^2)^2}{r}, \quad (17)$$

在颗粒对相互远离过程中,比值  $Q$  和距离  $r$  的

关系如图 5 所示,其中计算参数取自表 1。可以看出,随着颗粒间距离的增加,磁力与范德华力的比值不断增大,在颗粒表面间距为  $1 \mu\text{m}$  时,磁力已经远远大于范德华力。如果增加场强,它们的比值还会增大。考虑到颗粒表面有载液和添加剂形成的油膜,导致颗粒之间存在间隙,因此范德华力的影响在数值模拟中可以不考虑。

由于布朗力具有突变性和随机性,因此,准确的布朗力表达式比较困难,可通过比较布朗热运动能量和磁能来分析两者的强弱关系。沿磁场方向接触排列的两个磁偶极子间的磁能为

$$W^m = -\frac{\mu_0\pi R^3\chi^2 H^2}{9}. \quad (18)$$

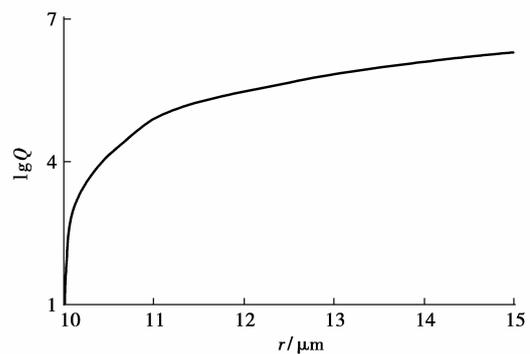


图 5 磁力和范德华力的比值  $Q$  随颗粒间距  $r$  的变化

布朗热运动的能量为  $k_B T$ ,这两种能量的大小比值为

$$P = \frac{\mu_0\pi R^3\chi^2 H^2}{9k_B T}. \quad (19)$$

布朗运动阻碍颗粒的成链,相互吸附在一起的两个磁性颗粒,有可能因为热运动的作用而重新分散开,要克服布朗热运动,必须使得  $P > 1$ ,即在达到一定的磁场强度下才能保证颗粒链的稳定。另一方面,随着颗粒间距离的增加,磁相互作用减弱,若两个相距较远的颗粒其磁能小于热运动能量,由于热扰动影响颗粒也不会相互吸引在一起。根据式(19)可得能量相等时的热磁距离  $r_1 = 2RP^{1/3}$ 。而磁流变液内颗粒之间的平均距离  $r_0 \cong 2R/\varphi^{1/3}$ ,此处  $\varphi$  为颗粒体积百分含量。根据表 1 的参数,取  $\varphi = 0.15$ ,得室温下  $P = 5.35 \times 10^6 \gg 1$ ,从而  $r_1 = 1.75 \times 10^{-3} \text{ m} \gg r_0 = 1.94 \times 10^{-5} \text{ m}$ 。可以看出,颗粒既可以稳定成链也能克服热扰动而在磁力的作用下发生运动。因此通常条件下模拟磁流变液在磁场作用下的微结构演化时可以不考虑布朗热运动的影响。

## 5 外磁场下磁流变液微结构的模拟

从上述分析可以看出,典型磁流变液受磁场作用时,布朗力、范德华力、重力和浮力相对很弱,颗粒主要发生平动。因此,颗粒的运动方程简化为

$$m_i^p \ddot{\mathbf{u}}_i = \mathbf{F}_i^m + \mathbf{F}_i^v + \mathbf{F}_i^r. \quad (20)$$

为证明该简化模型的有效性,下面将对磁场作用下磁流变液的微观结构进行模拟,模拟参数取自表 1。为保证模拟的稳定性,迭代过程采用 Verlet 速度算法<sup>[16]</sup>,假设  $t$  时刻的计算已经完成,给定时间

步长  $\Delta t$ ,则下一时刻的位置和速度分别为

$$\mathbf{u}_i(t + \Delta t) = \mathbf{u}_i(t) + \dot{\mathbf{u}}_i(t)\Delta t + \frac{1}{2}\ddot{\mathbf{u}}_i(t)\Delta t^2, \quad (21)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_i(t + \Delta t) = \dot{\mathbf{u}}_i(t) + \frac{1}{2}[\ddot{\mathbf{u}}_i(t) + \ddot{\mathbf{u}}_i(t + \Delta t)]\Delta t. \quad (22)$$

模拟需要大量的运算,考虑到颗粒相距较远时磁力变小,因此可以把整个模拟区域划分成网格,计算受力时只考虑周围相邻网格内的颗粒,同时采用变步长法提高模拟效率。

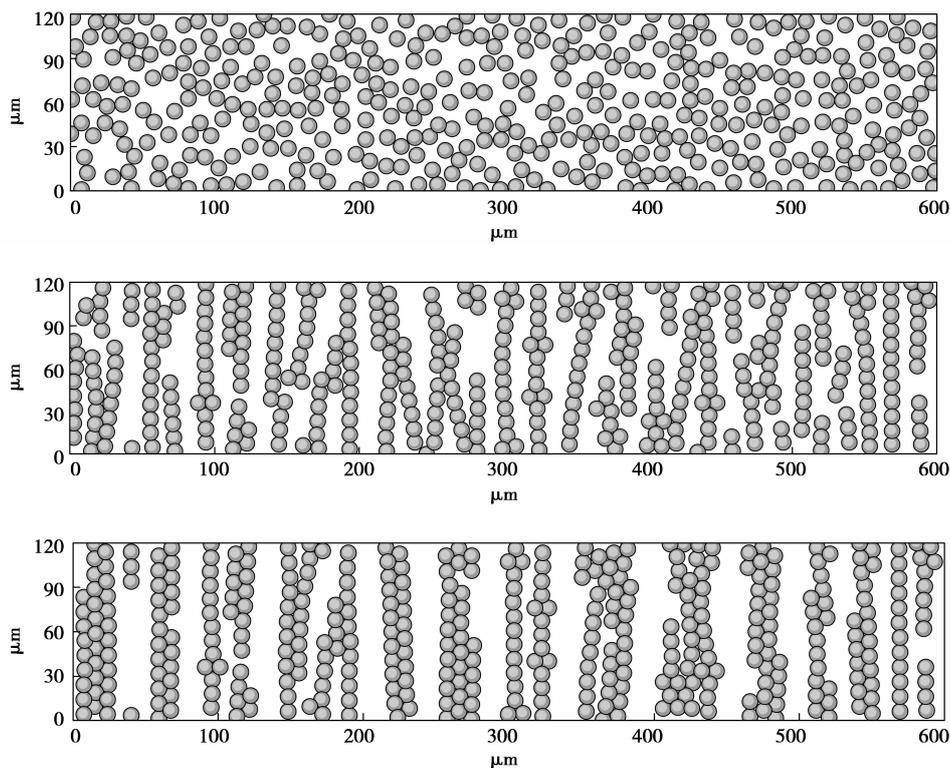


图 6 磁场作用下磁流变液微结构的模拟

模拟结构如图 6 所示。在无外加磁场时,颗粒为随机分布的初始状态,一旦受到竖直方向的磁场,颗粒在力的作用下发生运动,逐渐呈有序排列,先成单链,然后单链间相互靠近,形成柱状结构,这与磁流变液的显微实验观测结果一致,说明上述动力学分析对于研究磁流变液的微观机理是有效的。定量研究表明<sup>[17]</sup>,磁流变液之所以形成链柱微结构,主要是因为颗粒被磁化为磁偶极子而产生相互作用,磁力的引力分量导致颗粒与颗粒沿磁场方向聚集成链,而斥力分量则使得多条链柱近似平行分布。颗粒间的相对位置与磁场方向间的关系决定了它们是聚集还是分离。

## 6 结 语

虽然颗粒的受力和运动情况比较复杂,但在外加磁场作用下考虑磁流变液微观结构和机理时,起重要作用的是磁力、排斥力和粘性阻力,颗粒的主要运动方式是平动。磁力是引起磁流变液链化结构的最重要原因,它引起颗粒的运动并使其有序排列。排斥力能阻止颗粒重叠在一起,是模拟不致失真的有效保证。粘性阻力耗散掉了颗粒有序排列过程中减少的磁能,保证磁流变液最后能达到一个稳定的结构。

(下转第 113 页)

- rock and soil medium in 3 dimensions[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2006, 27(4): 525-529.
- [20] 程立朝,陆庭侃. 膨胀特性对软岩巷道围岩变形规律的影响研究[J]. *河南理工大学学报*, 2006, 25(6): 461-464.  
CHENG LI-CHAO, LU TING-KAN. Research on the effect of dilatancy characteristics to the law of surrounding ground deformation in soft rock roadway[J]. *Journal of Henan Polytechnic University*, 2006, 25(6): 461-464.
- [21] 魏福生,胡国忠,王宏图,等. 永川煤矿地应力测试及地应力变化特征[J]. *矿业安全与环保*, 2007, 34(4): 1-3.  
WEI FU-SHENG, HU GUO-ZHONG, WANG HONG-TU, et al. Measurement and variation characteristics of strata stress in Yongchuan coal mine[J]. *Mining Safety & Environmental Protection*, 2007, 34(4): 1-3.
- [22] 苏生瑞,朱合华,王士天,等. 岩石物理力学性质对断裂附近地应力场的影响[J]. *岩石力学与工程学报*, 2003, 22(3): 370-377.  
SU SHENG-RUI, ZHU HE-HUA, WANG SHI-TIAN, et al. Effect of physical and mechanical properties of rocks on stress field in the vicinity of fractures[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2003, 22(3): 370-377.

(编辑 赵静)

(上接第104页)

## 参考文献:

- [1] EKWEBELAM C, SEE H. Microstructure investigation of the yielding behaviour of bidisperse magnetorheological fluids[J]. *Rheol Acta*, 2009, 48(1): 19-32.
- [2] KEAVENY E E, MAXEY M R. Modeling the magnetic interactions between paramagnetic beads in magnetorheological fluids[J]. *Journal of Computational Physics*, 2008, 227(22): 9554-9571.
- [3] CAO J G, HUANG J P, ZHOU L W. Structure of electrorheological fluids under an electric field and a shear flow: experiment and computer simulation[J]. *Journal of Physical Chemistry B*, 2006, 110(24): 11635-11639.
- [4] MURASHOV V V, PATEY G N. Structure formation in dipolar fluids driven by rotating fields[J]. *Journal of Chemical Physics*, 2000, 112(22): 9828-9833.
- [5] 方生,张培强. 旋转磁场作用下磁流变液颗粒运动及结构演化的模拟[J]. *化学物理学报*, 2001, 14(5): 562-566.  
FANG SHENG, ZHANG PEI-QIANG. Simulation of the structure and the dynamics of the particles of MR fluids in rotating magnetic fields[J]. *Chinese Journal of Chemical Physics*, 2001, 14(5): 562-566.
- [6] MELLE S, CALEDERON O G, RUBIO M A, et al. Rotational dynamics in dipolar colloidal suspensions: video microscopy experiments and simulations results[J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2002, 102(2): 135-148.
- [7] 杨仕清,龚捷,张万里,等. 磁流变智能液场致微结构变化的 Monte Carlo 模拟[J]. *原子与分子物理学报*, 1998, 15(3): 411-415.  
YANG SHI-QING, GONG JIE, ZHANG WAN-LI, et al. Monte Carlo simulations to influence of magnetic field strength on aggregate structure of ferromagnetic particles in magnetorheological fluids[J]. *Chinese Journal of Atomic and Molecular Physics*, 1998, 15(3): 411-415.
- [8] LI H, PENG X, CHEN W. A micro-to-macroscopic analysis for the yield stress of magnetorheological fluids[C]// *International Conference on Heterogeneous Materials Mechanics*, Jun 21-26, 2004, Chongqing, China. Chongqing: Chongqing University Press, 2004: 276-280.
- [9] 吴望一. 流体力学[M]. 北京:北京大学出版社, 2000.
- [10] MELLE S, CALEDERON O G, FULLER G G, et al. Polarizable particle aggregation under rotating magnetic fields using scattering dichroism[J]. *Journal of Colloid and Interface Science*, 2002, 247(1): 200-209.
- [11] 李敬生,王成刚. 金属超细微颗粒簇团形貌特征的模拟研究[J]. *有色金属*, 1998, 50(1): 80-83.  
LI JING-SHENG, WANG CHENG-GANG. Simulated study on appearance characteristics of superfine metallic particles[J]. *Nonferrous Metals*, 1998, 50(1): 80-83.
- [12] 柴伟文,曹黎侠. 多维  $\delta$  函数及其物理应用[J]. *西安工业学院学报*, 2006, 26(2): 175-178.  
CHAI WEI-WEN, CAO LI-XIA. Multi-dimensional  $\delta$  function and its physical application[J]. *Journal of Xi'an Institute of Technology*, 2006, 26(2): 175-178.
- [13] SHEN M, CAO J G, ZHU H T, et al. Van Der Waals interaction in colloidal giant electrorheological systems[C]// *The 9th International Conference on Electrorheological Fluids and Magnetorheological Suspensions*, Aug 29-Sep 3, 2004, Beijing, China. Beijing: World Scientific, 2005: 156-162.
- [14] LI H, PENG X, CHEN W. Simulation of the chain-formation process in magnetic fields[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2005, 16(7/8): 653-658.
- [15] 李德才. 磁性液体理论及应用[M]. 北京:科学出版社, 2003.
- [16] 魏育新. 金原子纳米团簇反常尺寸效应的分子动力学模拟研究[D]. 重庆:重庆大学数理学院, 2002.
- [17] 李海涛,彭向和,黄尚廉. 基于偶极子理论的磁流变液链化机理模拟研究[J]. *功能材料*, 2008, 39(6): 902-904.  
LI HAI-TAO, PENG XIANG-HE, HUANG SHANG-LIAN. Study on the chain-formation mechanism of magnetorheological fluids based on dipole theory[J]. *Journal of Functional Materials*, 2008, 39(6): 902-904.

(编辑 赵静)