

文章编号:1000-582X(2010)06-083-08

# 方形颗粒沉降运动的有限元 ALE 法直接数值模拟

吕 红,唐胜利

(重庆大学 动力工程学院,重庆 400044)

**摘 要:**采用有限元任意拉格朗日-欧拉(ALE)法对方形颗粒在二维垂直通道中的沉降运动进行研究。对不同初始取向角、长宽比以及不同雷诺数情况下单个颗粒的沉降过程进行了数值模拟。结果表明,雷诺数一定时,初始取向角对颗粒沉降过程有很大影响。初始取向角增大,颗粒的取向角、沉降速度、角速度以及横向漂移速度的振幅都将增大;长宽比对其沉降过程的影响与长宽尺寸有关。但是,无论长宽尺寸是多少,长宽比增大,颗粒最终沉降速度将相应减小;雷诺数对颗粒沉降过程也有很大影响。当雷诺数小于某个临界值时,颗粒最终会稳定沉降;当雷诺数较大时,颗粒的横向漂移和取向角都会出现持久振荡。多个方形颗粒在沉降过程中由于颗粒之间的相互作用,会出现倒“T”形结构,并且随着时间的推移,逐渐趋向于水平位置。

**关键词:**方形颗粒;沉降;任意拉格朗日-欧拉法;直接数值模拟

**中图分类号:** O359

**文献标志码:** A

## Direct numerical simulation of sedimentation of rectangular particle with ALE method

LV Hong, TANG Sheng-li

(College of Power Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

**Abstract:** The settling behaviors of rectangular particles with different initial orientation angles, aspect ratios and Reynolds numbers are simulated by using finite element arbitrary Lagrangian-Eulerian domain method. The results show that the settling behaviors of the rectangular particle are affected significantly by the initial orientation angle under certain Reynolds number. With the increasing initial orientation angle, the fluctuation of the orientation angle, setting velocity, rotation velocity and lateral drifting velocity all increase. The impact of aspect ratio on the process of settlement has a strong relationship with the magnitudes of length and width. However, regardless of the magnitudes of length and width, when aspect ratio increased, final settling velocity decreases accordingly. Reynolds number of particle deposition process has a great impact on sedimentation process as well. If the Reynolds number is below a critical value, the particle eventually settles steadily. At larger Reynolds number, the oscillation of lateral motion and orientation angle become persistent. An inverted T-structure forms due to the interaction between particles when many particles fall in the channel, and particles tend to horizontally positioned when the time span increases

**Key words:** rectangular particle; sedimentation; arbitrary Lagrangian-Eulerian domain method; direct numerical simulation

收稿日期:2010-01-18

基金项目:重庆市科委自然科学基金资助项目(CSTC,2006BA3023)

作者简介:吕红(1983-),女,重庆大学博士研究生,主要从事多相流直接数值模拟方向研究,(Tel)023-65102513;  
(E-mail)lvhonglx@126.com。

唐胜利(联系人),男,重庆大学教授,博士生导师,(Tel)023-65105335;(E-mail)tytsl@cqu.edu.cn。

固体颗粒在重力作用下的沉降运动广泛存在于自然界和工业应用中,如大气污染物的扩散、物料输送、通风除尘、污水的净化、颗粒复合材料的制造以及化学和石油工业中经常应用不同颗粒沉降特性的差异来实现颗粒与流体之间的分离等。因此,对颗粒沉降运动进行研究不仅是深入了解颗粒两相流运动特性的基础,同时也为实际应用提供理论依据。目前,国内外的学者采用各种直接数值模拟和实验方法对圆形和椭圆形颗粒的沉降特性进行了大量研究<sup>[1-9]</sup>。但是,在不同条件下,不同形状颗粒的沉降特性有很大差异。超常颗粒多相流因其普遍性和非各向同性带来的复杂性,已逐渐引起人们的兴趣。林建忠等<sup>[10-11]</sup>主要采用格子 Boltzmann 方法对柱状颗粒的运动规律进行研究。邵雪明等<sup>[12]</sup>采用拉格朗日乘子/虚拟区域(DLM/FD)法对不同初始取向角及长宽比情况下单个方形颗粒的沉降特性进行了研究,并指出对不同雷诺数下颗粒的运动特性以及多颗粒之间的相互作用问题进行研究是下一步的工作方向。综上所述,发现对各种颗粒形状的直接数值模拟中,方形颗粒的研究相对较少。

笔者应用有限元任意拉格朗日—欧拉(ALE)法对方形颗粒在二维垂直通道中的沉降运动进行直接数值模拟。有限元 ALE 方法是在欧拉坐标系下的基于贴体网格的直接数值模拟方法,是真正直接数值模拟方法之一。目前,该方法已经在圆形(球形)和椭圆形颗粒的模拟上得到了成功的应用,未见用于方形颗粒运动特性的数值研究。首先通过对单个方形颗粒在垂直通道中沉降过程的模拟来研究颗粒的沉降规律以及初始取向角、长宽比和雷诺数对其沉降运动的影响。其中,长宽比对颗粒沉降特性的影响分保持颗粒长度不变,宽度变化和宽度不变,长度变化两种情况进行分析。此外,对多个方形颗粒的沉降运动进行模拟,从而研究多个方形颗粒之间的相互作用。通过直接数值模拟得到颗粒周围的流动细节,如涡量分布和流线图,研究结果有利于进一步加深人们对方形颗粒沉降行为的认识。

## 1 数值过程

### 1.1 控制方程

文中研究的是不可压缩牛顿流体,假设流体的物性参数为常数,流场中的颗粒为刚性的方形颗粒,密度大于流体的密度。当多个方形颗粒共同沉降时,考虑颗粒之间以及颗粒与壁面之间的碰撞,碰撞模型采用 Hu<sup>[13]</sup>提出的简单排斥力模型。流体和颗粒运动满足的控制方程如下所示。

连续性方程

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

动量方程

$$\rho_f \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (2)$$

颗粒运动方程

$$M \frac{d\mathbf{U}(t)}{dt} = \mathbf{F}, \quad (3)$$

$$\frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} = \mathbf{U}(t), \quad (4)$$

其中, $\mathbf{u}$  是流体速度; $\rho_f$  是流体密度; $\mu$  是流体黏度; $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{X}$  分别是颗粒速度及位移矢量; $\mathbf{F}$  是作用在颗粒上的力及力矩。

### 1.2 数值方法

采用有限元非结构化网格对控制方程的空间项进行离散;采用有限差分法对时间项进行离散。由于固体颗粒在流体中的运动必然导致在每一个时间步都需要进行网格的重新划分,而 ALE 法在处理颗粒运动时假设颗粒表面节点随颗粒一起运动,流体内部的网格节点位置则通过修正的 Laplace 方程计算出来,以确保它们是光滑分布的。在每个时间步内,网格节点均需根据颗粒运动来更新。当更新后网格中的个别单元过于扭曲时,需重新划分网格,并将流场参数投影到新的网格中。因此,从总体上来讲,该方法节省了一些计算时间。问题求解的初始有限元网格如图 1 所示。颗粒运动方程和流体的动量方程一起进行有限元的 Galerkin 法推导。这样,颗粒和流体间相互作用的力和扭矩就不必专门加以计算。颗粒位置的更新将由其速度决定,时间步长由颗粒的速度和加速度来自动调整。

用有限元方法将控制方程离散化后可以得到稀疏线性方程组,其形式如下

$$Ax = b. \quad (5)$$

网格速度和加速度同样采用 Galerkin 有限元格式进行求解。最终的线性代数方程组形式表示为

$$H\hat{u} = f_1, \quad (6)$$

$$H\hat{a} = f_2. \quad (7)$$

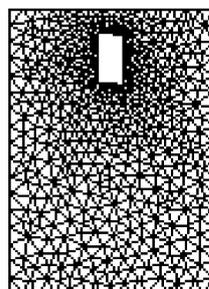


图 1 初始有限元网格

因此,问题归结为反复迭代求解一系列稀疏线性方程组。采用预处理 GMRES 方法进行迭代求解。为了利用矩阵的稀疏性,在程序设计过程中,采用 CSR 格式存储稀疏矩阵的非零元,而不存大量的零元,这样既可以节省存储量也可以节约计算时间。具体公式推导及计算步骤可参考文献[13]。

## 2 程序验证

为了验证程序处理颗粒沉降问题的能力及其准确性,选取单个圆形颗粒在有界区域内的沉降过程作为测试算例进行了直接数值模拟,因为这个算例已经被 Glowinski<sup>[14]</sup>和 Zeli Wang<sup>[15]</sup>分别采用虚拟区域法和修正内嵌边界法充分地研究过。取与 Glowinski<sup>[14]</sup>中相同的计算参数,具体如表 1 所示。模拟结果如图 2 和图 3 所示,并与 Glowinski 的模拟结果进行比较。从图中可以看出,模拟结果与 Glowinski 的结果吻合较好,验证了模拟程序是有效的,证明了采用的数值方法和程序可以正确地对颗粒沉降问题进行数值模拟。

表 1 Glowinski 中的计算参数

$w \times L /$ (cm × cm)	$d / \text{cm}$	$\rho_s /$ ( $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ )	$\rho_f /$ ( $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ )	$(x, y) /$ cm	$\mu / \text{g} \cdot$ ( $\text{cm} \cdot \text{s})^{-1}$
2 × 6	0.25	1.25	1.0	(2, 1)	0.1

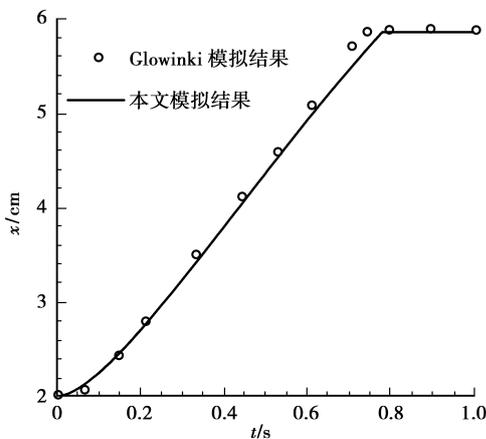


图 2 颗粒沉降方向的位移随时间的变化

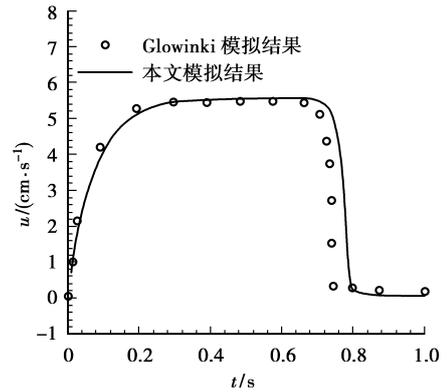


图 3 颗粒沉降速度随时间的变化

## 3 结果与讨论

应用有限元 ALE 方法对方形颗粒在二维垂直通道中的沉降过程进行数值模拟。给出的结果中,所有有量纲物理量的单位为 CGS 制。模拟的计算区域为  $W \times L$  的长方形区域。 $Re = UD/\mu$ , 其中  $U$  为颗粒的最终沉降速度,  $D$  为颗粒的水力直径,  $\mu$  为流体的黏度。设长宽比  $\lambda = a/b$ , 固体壁面采用无滑移边界条件, 方形颗粒的初始状态是静止的, 在重力作用下自由下落, 重力加速度为  $981.0 \text{ cm/s}^{-2}$ 。

### 3.1 单个方形颗粒的沉降过程

#### 3.1.1 初始取向角对沉降过程的影响

对雷诺数一定,  $\lambda = 2$  时, 颗粒初始取向角分别为  $30^\circ$ 、 $60^\circ$  和  $90^\circ$  情况下的沉降过程进行模拟, 具体计算参数见表 2。图 4 为颗粒取向角、沉降速度、角速度以及横向漂移速度随时间的变化。

表 2 模拟沉降过程的计算参数

$\lambda$	$w \times L / (\text{cm} \times \text{cm})$	$(a, b) / \text{cm}$	$\rho_s / (\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	$\rho_f / (\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	$(x, y) / \text{cm}$	$\mu / \text{g} \cdot (\text{cm} \cdot \text{s})^{-1}$
2	2 × 20	0.5, 0.25	1.001	1.0	(0.5, 1.0)	0.01
3	2 × 20	0.5, 0.167	1.001	1.0	(0.5, 1.0)	0.01
3	2 × 20	0.75, 0.25	1.001	1.0	(0.5, 1.0)	0.01
4	2 × 20	0.5, 0.125	1.001	1.0	(0.5, 1.0)	0.01

由图 4(a)可见, 在所模拟的雷诺数下, 无论初始取向角是多少, 颗粒最终将稳定地以取向角  $0^\circ$  沉降。这是因为在牛顿流体中, 颗粒的长轴方向和沉降方向垂直是颗粒的稳定取向。当颗粒在非稳定取向时, 颗粒将发生旋转, 直到其长轴方向和沉降方向垂直。由图 4(b)可见, 相对较小

的初始取向角 ( $30^\circ$ ), 沉降速度单调趋于最终平衡速度; 相对较大的初始取向角 ( $60^\circ$  和  $90^\circ$ ), 沉降速度都出现了一定的振荡。而且, 取向角越大, 振幅越大。特别地, 当颗粒初始取向角为  $90^\circ$  时, 方形颗粒的长轴方向和沉降方向平行, 受到的阻力最小, 沉降速度也最快。这是因为相对大

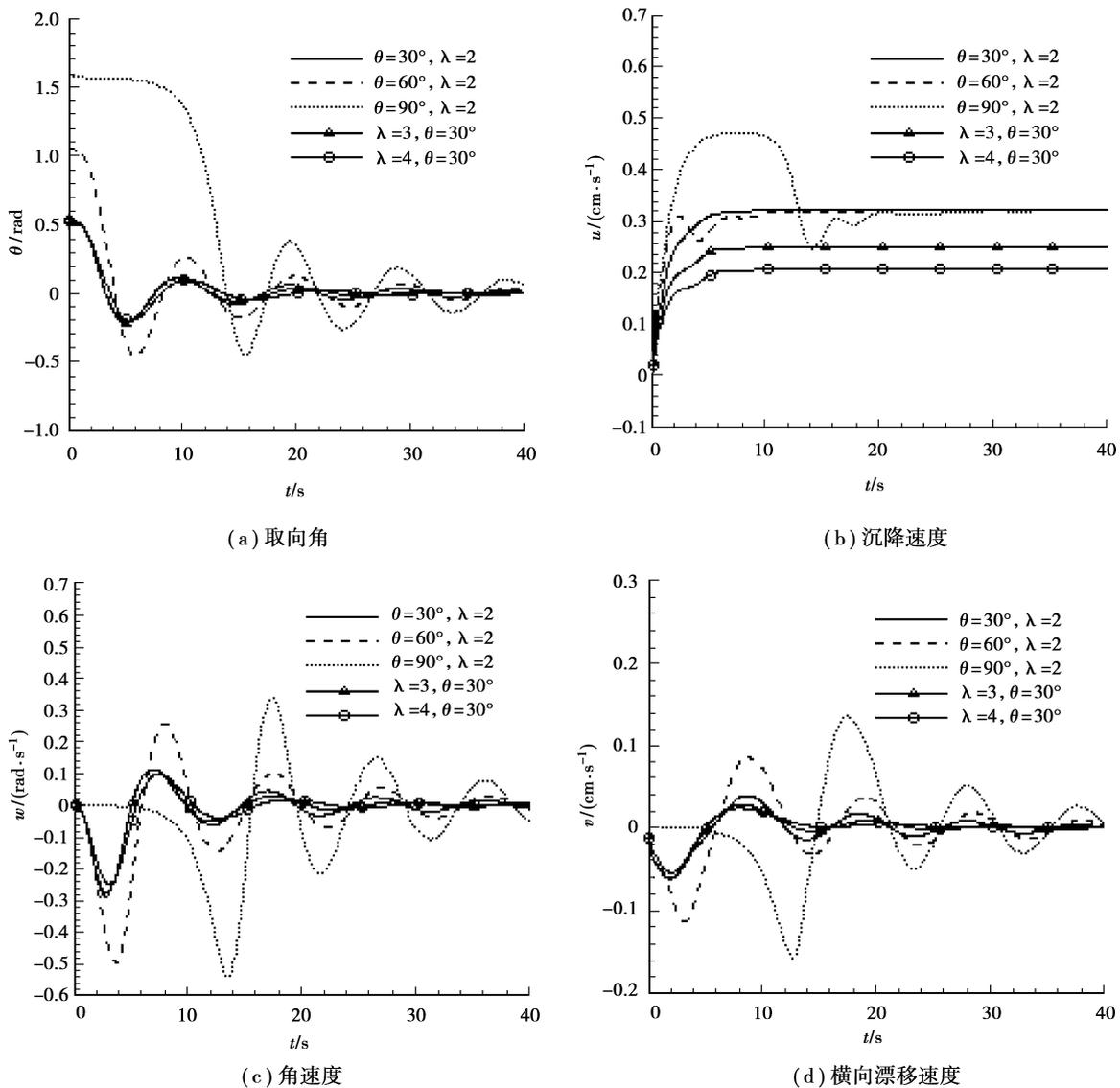


图 4 颗粒取向角、沉降速度、角速度和横向漂移速度随时间的变化

的初始取向角,在沉降开始阶段,长轴方向和沉降方向的夹角较小,加速要更快一些。由图 4(c)和图 4(d)还可以看出,颗粒角速度和横向漂移速度的振幅随着初始取向角的增大而增大,且需要更多的时间达到平衡状态。

### 3.1.2 长宽比对沉降过程的影响

图 4 对保持颗粒长度不变,宽度变化时, $\lambda$  为 2, 3, 4 的模拟结果进行比较。图 5 对保持颗粒宽度不变,长度变化时, $\lambda$  为 2, 3 的模拟结果进行比较。其它计算参数见表 2。

从图 4 可以观察到,当长宽比增大时,颗粒的最终沉降速度相应减小。但是,相对大的长宽比,颗粒取向角、横向漂移速度和转动角速度在沉降过程中

变化的相位并没有明显的改变,变化幅度却稍有减小。从图 5 中可以看出,当长宽比增大时,颗粒的最终沉降速度也相应减小。同时,因为相对大的长宽比,颗粒转动时的惯性更大些,因此,沉降速度的变化也不再是那样单调地趋向于最大值,而是出现了小幅的振荡。而且,相对大的长宽比,颗粒的取向角随时间的变化幅度增大,而变化的相位则相对超前。 $\lambda = 0.75/0.25 = 3$  与  $\lambda = 0.5/0.167 = 3$  对颗粒沉降过程影响的模拟结果有所不同。原因在于  $\lambda = 0.75/0.25 = 3$  与  $\lambda = 0.5/0.167 = 3$  相比,通道宽度依然保持为 2 时,由于通道宽度不变,相比之下,通道较窄,此时的通道宽度对颗粒的沉降规律也有一定的影响。

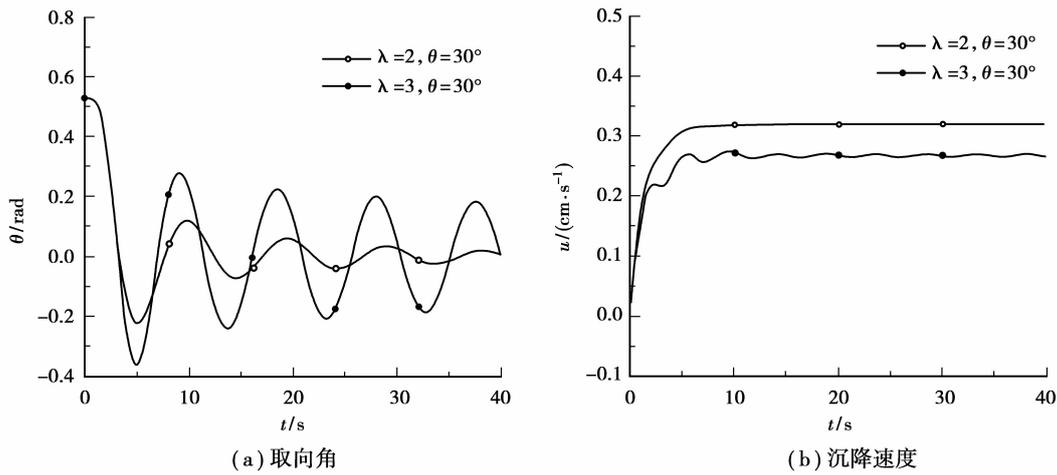


图 5 颗粒取向角和沉降速度随时间的变化

3.1.3 雷诺数对沉降过程的影响

取向性是方形颗粒的一个重要特性。惯性对颗粒取向有很重要的作用,因为在沉降过程中,惯性会在颗粒上产生一个扭转力矩,从而决定颗粒的择优取向角。通过对  $\lambda=2, \omega=4a$ , 初始取向角为  $30^\circ$ ,  $Re$  分别为 3.13, 10.7, 30.54 三种情况进行计算, 不同

雷诺数下的计算参数见表 3。计算得到颗粒在每种情况下的横向漂移及取向角随时间变化的曲线图, 如图 6 和图 7 所示, 图中分别用实线、虚线和点线表示  $Re$  为 3.38, 10.7, 30.54 的情况。图 8 显示了不同雷诺数下,  $t=20$  s 时的流线图以及涡量分布图, 维持颗粒振荡的驱动力可以从图中得到解释。

表 3 不同雷诺数下的计算参数

$Re$	$\omega \times L / (\text{cm} \times \text{cm})$	$(a, b) / \text{cm}$	$\rho_s / (\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	$\rho_f / (\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	$(x, y) / \text{cm}$	$\mu / \text{g} \cdot (\text{cm} \cdot \text{s})^{-1}$
3.38	$2 \times 20$	(0.5, 0.25)	1.02	1.0	(5, 1.0)	0.1
10.7	$2 \times 20$	(0.5, 0.25)	1.001	1.0	(5, 1.0)	0.01
30.54	$2 \times 20$	(0.5, 0.25)	1.01	1.0	(5, 1.0)	0.01

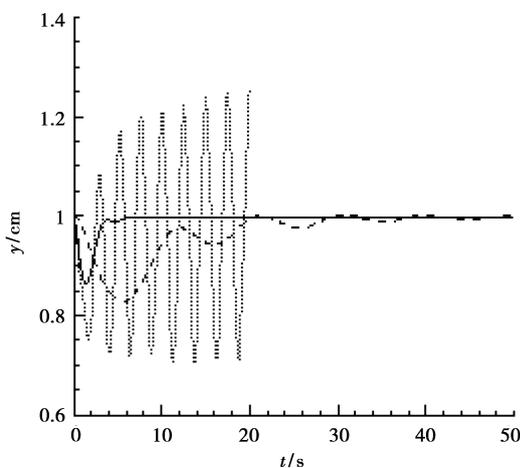


图 6 不同雷诺数下, 颗粒横向漂移随时间的变化

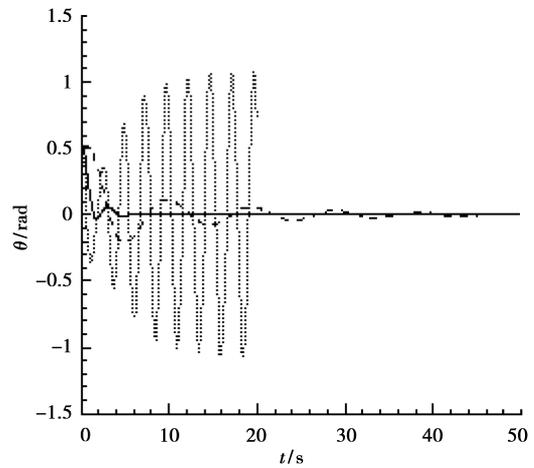


图 7 不同雷诺数下, 颗粒取向角随时间的变化

由图 6 和图 7 可见, 颗粒的横向漂移和取向角随时间的变化很相似且有紧密的联系。当雷诺数小于某个临界值时, 颗粒最终会稳定沉降。最终的平衡位置在垂直通道的中心处, 这是由于壁面的影响

使得颗粒向通道中心位置移动, 且颗粒最终以取向角  $0^\circ$  稳定沉降。当雷诺数较小时 ( $Re=3.38$ ), 尽管由于升力的作用, 横向漂移出现了大的振荡, 但并没有越过中心线。当雷诺数增大时 ( $Re=10.7$ ), 惯性增大,

颗粒的横向漂移和取向角都出现了过冲。此时的振荡还是惯性效应,几个周期后由于粘性的作用会逐渐衰减。由图 8 可见,当雷诺数比较小时( $Re=3.38$  和  $Re=10.7$ ),颗粒的尾流还没有周期性地脱落,到平衡状态后,颗粒的尾流是左右对称分布的。当雷诺数继

续增大时( $Re=30.54$ ),颗粒的横向漂移和取向角都出现了持久振荡。这是因为,雷诺数较大时,出现了涡脱落现象。由于周期性涡脱落的影响,颗粒在通道中呈“Z”字形下降,而且,颗粒的摇摆和振荡的等平衡位置并不会偏离通道的中心线。

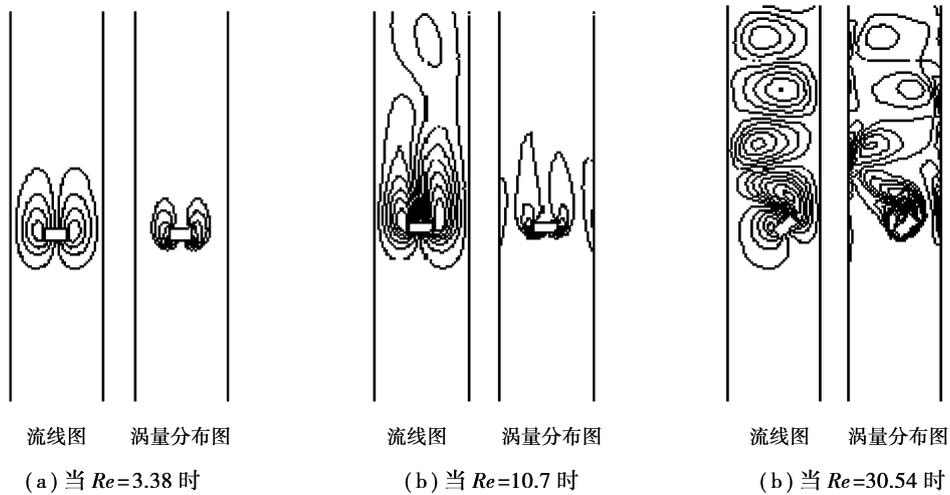


图 8 不同雷诺数下,颗粒周围的流线图和涡量分布图

### 3.2 多个方形颗粒的沉降过程

为了研究多个方形颗粒在沉降过程中的相互作用,分别对 2 个颗粒及 8 个颗粒的沉降过程进行了直接数值模拟。图 9 所示为 2 个方形颗粒在沉降过程中不同时刻的相对位置和涡量分布图。由于在该算例中计算区域是随着颗粒的下降而移动的,所以,图中的颗粒看起来好像没有动。由图可见,在沉降过程中,2 个方形颗粒发生碰撞且出现了典型的倒“T”形结构<sup>[11]</sup>( $t=12.5$  s),之后逐渐分开( $t=20$  s),

相互作用的影响减弱,方形颗粒最终趋向于水平状态( $t=30$  s)。图 10 所示为 8 个方形颗粒在沉降过程中不同时刻的相对位置和流线图。由图可见,初始时刻有规律地排列在通道上部的颗粒在开始沉降后,当  $t=12$  s 时,出现倒“T”形结构。之后基本以无规律的方式沉降,颗粒间相互作用明显,一些颗粒处于另一些颗粒的尾流区中。随着时间的推移,颗粒逐渐趋于水平位置( $t=50$  s)。

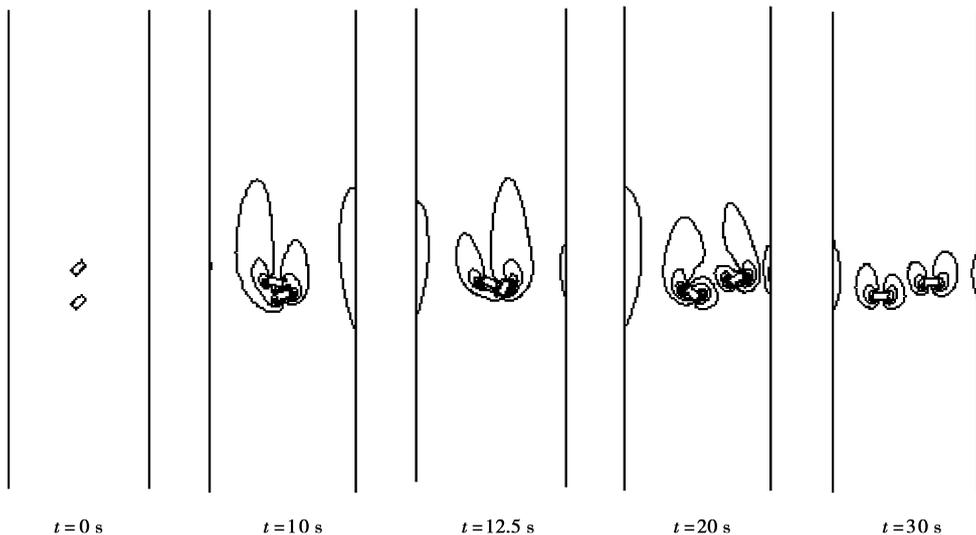


图 9 不同时刻颗粒的相对位置及涡量分布图

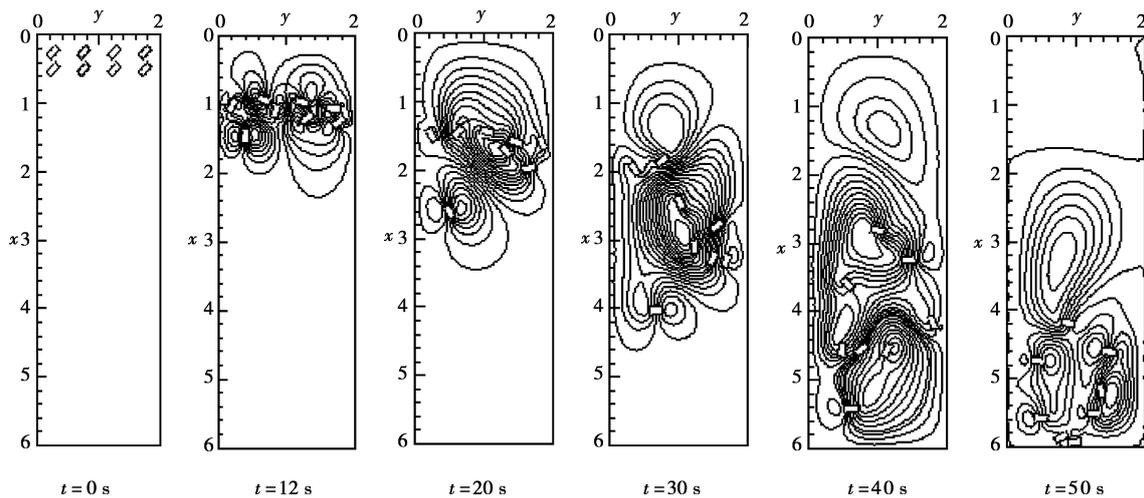


图 10 不同时刻颗粒的相对位置及流线图

## 4 结 论

应用有限元任意拉格朗日—欧拉(ALE)法对单个及多个方形颗粒在二维垂直通道中的沉降过程进行了直接数值模拟,模拟结果表明:

1)在一定雷诺数下,方形颗粒的初始取向角对其沉降过程有较大影响。初始取向角增大,则颗粒的横向漂移速度、取向角、沉降速度以及转动角速度的振荡幅度都将增大。

2)长宽比对颗粒沉降过程有一定影响。长宽比增大,颗粒最终沉降速度将相应减小。当颗粒的长度不变,宽度变化时,长宽比增大对颗粒的取向角、横向漂移速度和角速度并没有较大影响。当宽度不变,长度变化,长宽比增大时,颗粒的取向角随时间的变化幅度增大,而变化的相位则相对超前。由此也可以看出通道宽度对颗粒的沉降规律有一定的影响。

3)雷诺数对颗粒沉降也有较大影响。当雷诺数小于某个临界值时,颗粒最终会稳定沉降;当雷诺数较大时,由于周期性涡脱落的影响,颗粒的横向漂移和取向角会出现持久振荡。

4)由于颗粒之间的相互作用,多个方形颗粒在沉降过程中会出现典型的倒“T”形结构,并且随着时间的推移,逐渐趋向于水平位置。

### 参考文献:

[1] FENG J, H H HU, JOSEPH D D. Direct simulation of initial value problems for the motion of solid bodies in a newtonian fluid [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, 261:95-134.

[2] SHAO X M, LIU Y, YU Z S. Interactions between two sedimenting particles with different sizes [J]. *Applied Mathematics and Mechanics: English Edition*, 2005, 26(3):407-414.

[3] 邵雪明,余钊圣,孙光明. 基于 DLM/FD 方法的三维圆球粒子运动的直接数值模拟[C] // 第二十届全国水动力学研讨会论文集. 太原: 海洋出版社, 2007: 256-263.

[4] 孙光明. 圆球粒子沉降的数值模拟及实验研究[D]. 浙江: 浙江大学, 2006.

[5] 张妍. 球形粒子沉降运动的 DLM/FD 模拟[D]. 浙江: 浙江大学, 2006.

[6] 仇供, 由长福, 祁海鹰, 等. 用无网格伽辽金法模拟流场中的颗粒运动[J]. *化工学报*, 2006, 57(6):1323-1328.

QIU YI, YOU CHANG-FU, QI HAI-YING, et al. Direct numerical simulation of gas-particle flows using EFG method [J]. *Journal of Chemical Industry and Engineering*, 2006, 57(6):1323-1328.

[7] 由长福, 仇供, 祁海鹰, 等. 多颗粒系统的无网格法直接数值模拟[C]. 北京: 中国力学学会学术大会, 2005.

[8] WANG J S, QI H Y, YOU C F. Experimental study of sedimentation characteristics of spheroidal particles [J]. *Particuology*, 2009 (7):264-268.

[9] 王则力, 罗坤, 樊建人. 修正内嵌法对颗粒运动的直接模拟[J]. *工程热物理学报*, 2008, 29(1):99-101.

WANG ZE-LI, LUO KUN, FAN JIAN-REN. Direct simulation of particulate flow using modified immersed boundary method [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2008, 29(1):99-101.

[10] LIN J Z, WANG Y L. A sedimentation of rigid cylindrical particles with mechanical contacts [J]. *Chinese Physics Letters*, 2005, 22(3):628-631.

[11] LIN J Z, LINAG X Y. A review of research on

- cylindrical particulate flows[J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 2010, 36(2): 93-99.
- [12] 邵雪明,张征宇. 方形粒子沉降运动特性的研究[J]. *浙江大学学报:工学版*, 2005, 39(3): 453-460.  
SHAO XUE-MING, ZHANG ZHENG-YU. Research on sedimentation of rectangular particle [J]. *Journal of Zhejiang University: Engineering Science*, 2005, 39(3): 453-460.
- [13] HU H H, PATANKAR N A, ZHU M Y. Direct numerical simulation of fluid-Solid systems using the arbitrary lagrangian-euerian technique [J]. *Journal of Computational Physics*, 2001, 169(2): 127-462.
- [14] GLOWINKSI R, PAN T W, HESLA T I, et al. A fictitious domain approach to the direct numerical simulation of incompressible viscous flow past moving rigid bodied: application to particulate flow [J]. *Journal of Computational Physics*, 2001, 169(2): 363-426.
- [15] WANG Z L, FAN J R, LUO K. Combined muti-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles [J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 2008, 34(3): 283-302.

(编辑 陈移峰)

~~~~~

(上接第 76 页)

- [14] KAISER J. Erkenntnisse und folgerungen aus der messung von geräuschen bei zugbeanspruchung von metallischen werkstoffen [J]. *Archiv fur das Eisenhüttenwesen*, 1953, 24(1/2): 43-45.
- [15] 武晋文, 万志军, 赵阳升, 等. 高温三轴应力下花岗岩声发射中的噪声分析[J]. *科学技术与工程*, 2008, 8(8): 2 119-2 122.  
WU JIN-WEN, WAN ZHI-JUN, ZHAO YANG-SHENG, et al. Noise analysis of granite acoustic emission at high temperature triaxial stress[J]. *Science Technology and Engineering*, 2008, 8(8): 2 119-2 122.
- [16] LAVROV A, VERVOORT A, WEVERS M, et al. Theoretical investigation of the kaiser effect manifestation in rocks after true triaxial pre-loading[J]. *Archives of Mining Sciences*, 2001, 46(1): 47-65.
- [17] STUART C E, MEREDITH P G, MURRELL SAF, et al. Anisotropic crack damage and stress-memory effects in rocks under triaxial loading[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, 1993, 30(1): 937-941.
- [18] 余贤斌, 谢强, 李心一, 等. 直接拉伸、劈裂及单轴压缩试验下岩石的声发射特性[J]. *岩石力学与工程学报*, 2007, 26(1): 137-142.  
YU XIAN-BIN, XIE QIANG, LI XIN-YI, et al. Acoustic emission of rock under direct tension, brazilian and uniaxial compression[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(1): 137-142.
- [19] LAVROV A, VERVOORT A, WEVERS M, NAPIER J A L. Experimental and numerical study of the kaiser effect in cyclic Brazilian tests with disk rotation[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2002, 39(3): 287-302.
- [20] 谢强, Carlos Dinis da Gama, 余贤斌. 细晶花岗岩的声发射特征试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2008, 30(5): 745-749.  
XIE QIANG, CARLOS DINIS DA GAMA, YU XIAN-BIN. Acoustic emission behaviors of aplite granite[J]. *Chinese Journal of Geoenineering*, 2008, 30(5): 745-749.

(编辑 陈移峰)