

文章编号:1000-582X(2010)07-123-06

## 应用 XFEM 模拟研究钻杆裂纹扩展过程

林铁军<sup>1</sup>, 练章华<sup>1</sup>, 曾晓健<sup>2</sup>, 陈 勇<sup>3</sup>, 刘晓峰<sup>4</sup>

(1. 西南石油大学 油气藏地质与开发国家重点实验室, 四川 成都 610500; 2. 石油工程西南有限公司, 四川 德阳 618000; 3. 西部钻探工程有限公司 克拉玛依钻井工艺研究院, 新疆 834000; 4. 西南分公司工程技术研究院, 四川 德阳 618000)

**摘 要:** 钻杆裂纹扩展是一个典型的不连续问题, 采用常规有限元方法难以实现裂纹扩展过程的仿真模拟, 而扩展有限元法(XFEM)是近年来发展起来的分析断裂问题的一种有效方法。在介绍了扩展有限元法的基本原理的基础上, 建立了基于 XFEM 的含不同深度初始裂纹的 5in 钻杆在拉力和扭矩共同作用下的裂纹扩展模型。通过钻杆裂纹扩展过程的分析后发现, 钻杆的初始裂纹深度小于 1mm 时, 裂纹不易扩展, 但初始裂纹深度超过 2mm 时裂纹会在相对较低的外载荷下扩展, 且扩展面较大并与初始裂纹面存在一定夹角, 最终造成钻杆断裂失效。通过对钻杆裂纹的扩展过程仿真模拟, 展示了 XFEM 在钻具断裂失效分析方面的独特优势, 并为这方面的研究提供了一种新方法。

**关键词:** XFEM; 裂纹扩展; 钻杆; 失效; 动态模拟

**中图分类号:** TE242

**文献标志码:** A

## Simulation on crack growth of drill pipe with XFEM

LIN Tie-jun<sup>1</sup>, LIAN Zhang-hua<sup>1</sup>, ZENG Xiao-jian<sup>2</sup>, CHENG Yong<sup>3</sup>, LIU Xiao-feng<sup>4</sup>

(1. State Key Laboratory of Oil and Gas Reservoir Geology and Exploitation, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, P. R. China; 2. Branch of Petroleum Engineering Southwest Company, Deyang 618000, P. R. China; 3. Drilling Technology Research Institute of Karamay, Western Drilling Engineering Company, Karamay 834000, P. R. China; 4. Institute of Drilling Engineering, Southwest Branch, Deyang 618000, P. R. China)

**Abstract:** Crack growth of drill pipe is a typical discontinuous problem. It is difficult to simulate with conventional finite element method and extended finite element method (XFEM) is developed in recent years for the problem. With the introduction of XFEM, the XFEM model of 5 inch drill pipe was proposed with different depth initial cracks under combined action between torque and tension. Based on the simulation, It is found that the smaller cracks is not easy to grow, whilst the crack of depth more than 2mm could grow under relatively lower external load and larger growth surface, eventually leads to pipe fracture failure. Through this simulation on crack growth of drill pipe, it is showed that the XFEM is appropriate in analysis of fracture failure.

**Key words:** XFEM; crack growth; drill pipe; failure; dynamic simulation

收稿日期: 2010-01-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50774063); 国家重大专项资助项目(2008ZX05022-005-004HZ)

作者简介: 林铁军(1980-), 男, 西南石油大学博士, 主要从事欠平衡钻井、气体钻井、石油管柱力学以及现代 CAE/CFD 技术方向的研究, (E-mail) cwctltj@swpu.edu.cn.

据统计,我国各油田每年发生钻杆事故约五六百起<sup>[1]</sup>,而且随着钻井技术向深井和超深井的快速发展,钻杆失效的情况会更加严重。据国内外大量统计分析发现,从钻杆外表面开始发生的破坏,一般与钻杆表面的伤痕和初始裂纹有关<sup>[2]</sup>,当钻杆存在缺陷后,继续在井内承受钻井动态轴向拉力、扭矩、弯矩和摩擦等外载荷作用时,使得钻杆表面裂纹扩展,最终造成钻杆断裂失效<sup>[3]</sup>。

钻杆裂纹的扩展研究对弄清楚钻杆如何失效是很有意义的,通常,人们采用有限元方法进行仿真模拟。但是常规有限元法进行裂纹扩展模拟时要求单元内部形状函数连续,必须将裂纹面设置为单元的边,裂纹尖端设置为单元的结点,在裂纹尖端附近的高应力区需要网格加密,在模拟裂纹生长时需要网格进行重新剖分,使模拟研究变得复杂且难以收敛<sup>[4]</sup>。为此,以 Belytschko 教授为代表的课题组提出的扩展有限元方法(XFEM)以解决不连续问题为着眼点<sup>[5-6]</sup>,为裂纹问题的求解提出了近乎完美的解决方案。国内学者在此基础上进行了大量的研究和创新<sup>[7-11]</sup>,并在混凝土、重力坝的开裂等方面得到了应用<sup>[12-14]</sup>,也为钻杆裂纹的扩展仿真研究提供了新方法和新思路,但应用 XFEM 模拟钻杆裂纹扩展过程的文献几乎没有。因此,利用扩展有限元新方法建立钻杆在拉扭联合作用下的裂纹扩展模型并对其起始裂纹扩展外载、裂纹扩展面进行分析,为建立气体钻井钻柱管理系统提供理论依据。

## 1 XFEM 的基本原理

XFEM 与常规有限元的最根本区别在于 XFEM 所使用的网格与结构内部的几何或物理界面无关<sup>[15]</sup>,从而克服了在诸如裂纹尖端等高应力和变形集中区进行高密度网格剖分所带来的困难,进行模拟裂纹扩展时也无需对网格进行重新剖分。也就是说,在模拟钻杆裂纹扩展时, XFEM 不考虑裂纹的任何内部细节,采用水平集法确定裂纹的实际位置并跟踪裂纹的生长,改进裂纹影响区内单元的形状函数<sup>[4]</sup>,利用“单位分解”特性<sup>[16]</sup>,使得扩展有限元的刚度矩阵形式和常规有限元一样。下面对 XFEM 的基本原理作简单介绍。

### 1.1 水平集法(LSM)

水平集法(LSM)<sup>[17]</sup>是一种跟踪界面移动的数值技术,它将界面的变化表示成比界面高一维的水平集曲线,在 XFEM 中可用来确定裂纹界面的位置和跟踪其生长<sup>[4]</sup>。水平集函数常取下列符号距离函数表示,即

$$\varphi(x, t) = \pm \min_{x_r \in \Gamma} \|x - x_r\| \quad (1)$$

如果  $x$  位于  $\Gamma(t)$  所定义的裂纹上方(见图 1),那么式(1)前面的符号取正,否则取负。

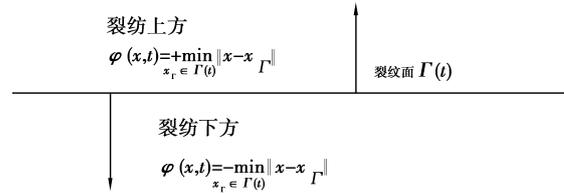


图 1 裂纹面所处水平集函数

裂纹生长可由  $\varphi(x, t)$  的演化方程得到

$$\varphi_t + F \|\nabla \varphi\| = 0, \quad (2)$$

其中:  $F(x, t)$  是界面上  $x \in \Gamma(t)$  点在界面外法线方向的速度。

对于裂纹静态几何界面可以描述为  $\varphi(x, 0) = 0$ , 在裂纹附近区域内任一点  $x$  处的  $\varphi$  可用有限元形函数插值计算得到, 即

$$\varphi(x) = \sum_i N_i(x) \varphi_i, \quad (3)$$

其中:  $N_i(x)$  是常规有限元形函数,  $\varphi_i$  是水平集函数的节点值。

### 1.2 XFEM 的位移模式

XFEM 利用常规有限元形函数构造出求解域上的一组单位分解函数, 将节点相邻单元组成的节点影响区域看作一组覆盖, 并定义每一组的位移模式<sup>[9]</sup>, 那么相应的全域位移可以近似描述成<sup>[4-11]</sup>

$$u^h(x) = \sum_i N_i(x) \left( \sum_{a=1}^M \psi_a(x) a_i^a \right), \quad (4)$$

其中,  $\psi_a$  为裂纹尖端改进函数, 对于各向同性弹性体,  $\psi_a$  可表示为

$$\psi_a(x, a = 1 \sim 4) = \sqrt{r} \left[ \sin \frac{\theta}{2}, \cos \frac{\theta}{2}, \sin \theta \sin \frac{\theta}{2}, \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \right], \quad (5)$$

其中,  $r$  和  $\theta$  为裂纹尖端局部坐标系中的极坐标。

对于单个裂纹,  $\Gamma_c$  为裂纹表面,  $\Lambda_c$  为裂尖, 裂纹轮廓为  $\Gamma_c = \Gamma_c \cup \Lambda_c$ , 见图 2。因此, 对于二维裂纹, 位移可以近似的写为

$$u^h(x) = \sum_{i \in K} N_i(x) \left( u_i + \underbrace{H(x) a_i}_{i \in \kappa_\Gamma} + \underbrace{\sum_{a=1}^4 \psi_a(x) b_i^a}_{i \in \kappa_\Lambda} \right), \quad (6)$$

其中,  $u_i$  为节点位移向量连续部分,  $H(x)$  为 Heaviside 函数, 当所考察点在裂纹的上方时  $H(x)$

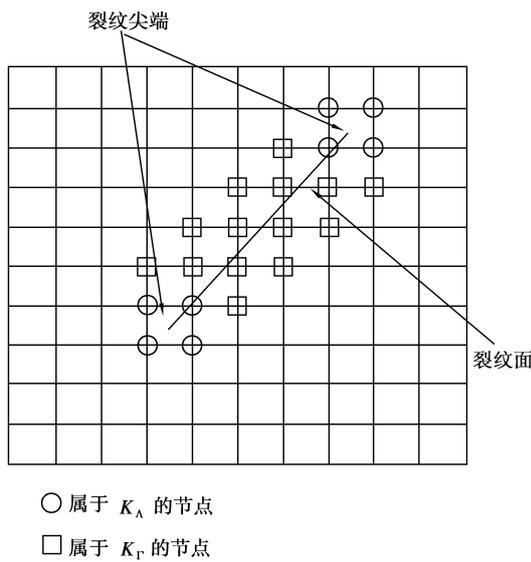


图 2 XFEM 改进函数节点选取

取 1,而在裂纹的下方时  $H(x)$ 取-1。 $K_\Gamma$ 是被裂纹面  $\Gamma_c$ 切割的单元内节点的集合, $K_A$ 是裂纹尖端所在单元内节点的集合。

1.3 XFEM 离散方程的建立

对于线性静力学问题,XFEM 离散形式为<sup>[4]</sup>

$$\int_{\Omega} \sigma \delta \varepsilon^h d\Omega = \int_{\Omega} b \cdot \delta u^h d\Omega + \int_{\Gamma_c} \Gamma_i \bar{P} \cdot \delta u^h d\Gamma, \quad \forall \delta u^h \in U_0^h, \quad (7)$$

其中, $b$ 为体力, $\bar{P}$ 为面力, $u^h \in U^h, \delta u^h \in U_0^h$ 分别为 XFEM 的逼近试探函数和检验函数。利用节点变分的任意性,其离散线性方程组与常规有限元一样可表示为

$$Kd = f, \quad (8)$$

其中, $d$ 为节点位移列向量,对于常规的节点, $\{d\}_i = \{u_i\}$ ;对于裂纹尖端  $\phi_a$  函数加强的节点, $\{d\}_i = \{u_i, d_i^1, d_i^2, d_i^3, d_i^4\}$ ;对于裂纹面上 Heaviside 函数加强的节点, $\{d\}_i = \{u_i, a_i\}$ 。 $K$ 为整体刚度矩阵, $f$ 为等效节点力列向量,分别由单元刚度矩阵  $K_{ij}^e$  和单元等效节点力集合  $f_i^e$  组装而成

$$K = \begin{bmatrix} k_{ij}^{uu} & k_{ij}^{ua} & k_{ij}^{ub} \\ k_{ij}^{au} & k_{ij}^{aa} & k_{ij}^{ab} \\ k_{ij}^{bu} & k_{ij}^{ba} & k_{ij}^{bb} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$f_i^e = \{f_i^u \quad f_i^a \quad f_i^{b1} \quad f_i^{b2} \quad f_i^{b3} \quad f_i^{b4}\}^T, \quad (10)$$

上述式(9)、(10)出现的子矩阵和外力矢量分量表示如下

$$k_{ij}^{rs} = \int_{\Omega^h} (B_i^r)^T D B_j^s d\Omega, (r, s = u, a, b), \quad (11)$$

$$f_i^u = \int_{\Omega^h} N_i b d\Omega + \int_{\Gamma_c} N_i \bar{P} d\Gamma, \quad (12)$$

$$f_i^a = \int_{\Omega^h} H b d\Omega + \int_{\Gamma_c} N_i H \bar{P} d\Gamma, \quad (13)$$

$$f_i^{ba} = \int_{\Omega^h} N_i \phi_a b d\Omega + \int_{\Gamma_c} N_i \phi_a \bar{P} d\Gamma, \quad (14)$$

其中, $D$ 为弹性本构矩阵, $B_i^u, B_i^a, B_i^b$ 和  $B_i^{ba}$ 为形函数的变分矩阵,分别为

$$B_i^u = \begin{bmatrix} N_i & 0 \\ 0 & N_i^i \\ N_i^i & N_i \end{bmatrix}, \quad B_i^a = \begin{bmatrix} (N_i H)_{,x} & 0 \\ 0 & (N_i H)_{,y} \\ (N_i H)_{,y} & (N_i H)_{,x} \end{bmatrix},$$

$$B_i^b = [B_i^{b1} \quad B_i^{b2} \quad B_i^{b3} \quad B_i^{b4}],$$

$$B_i^{ba} = \begin{bmatrix} (N_i \phi_a)_{,x} & 0 \\ 0 & (N_i \phi_a)_{,y} \\ (N_i \phi_a)_{,y} & (N_i \phi_a)_{,x} \end{bmatrix} (a = 1 \sim 4).$$

2 模拟钻杆裂纹扩展过程

以某 6 500 m 超深直井用钢级为 S135 的 5 in 钻杆为例建立了在 1 000 m 井深附近处的 5 in 钻杆本体上含横向初始裂纹 a 的 XFEM 模型,见图 3。在这个模型中,为了考察钻杆裂纹的扩展情况,假设钻杆初始裂纹深度 a 为 0.5、1、1.5、2 和 2.5 mm 5 种情况,并承受最大拉力 F 为 1 800 kN 和最大扭矩 M 为 44 kN·m 成比例线性加载的共同作用。在设定了 S135 钻杆的材料参数和对 XFEM 模型进行网格划分、边界条件设置后,就可以计算得到含不同深度的初始裂纹的钻杆裂纹扩展结果。

不同初始裂纹的钻杆在扭矩 M 和拉力 F 的共

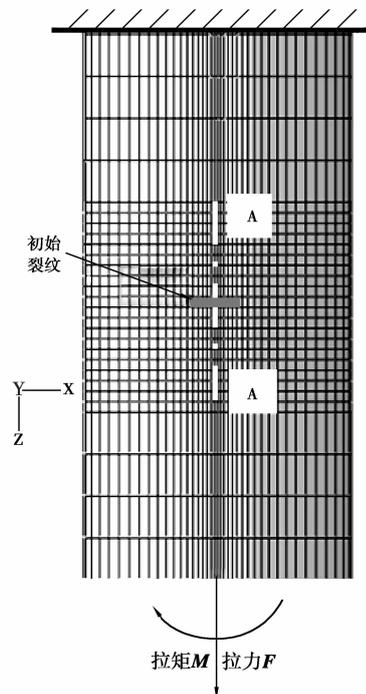


图 3 含裂纹钻杆的 XFEM 模型

同作用下,其裂纹的扩展情况见表 1 所示,从表 1 中可知,钻杆的初始裂纹深度  $a$  小于 1 mm 时,裂纹不扩展,当裂纹初始深度  $a$  为 1.5、2 和 2.5 mm 时裂纹发生扩展,1.5 和 2 mm 深度的裂纹开始扩展的外载荷比较接近,2.5 mm 深度的裂纹开始扩展所需的外载荷明显更小。说明随着初始裂纹深度的增加,钻杆裂纹开始扩展时的扭矩和拉力值越小,钻杆发生扩展并最终断裂失效的几率更大。

表 1 不同初始裂纹深度  $a$  的钻杆裂纹扩展结果

$a/\text{mm}$	$M/(\text{kN} \cdot \text{m})$	$F/\text{kN}$
0.5	决有	扩展
1.0	没有	扩展
1.5	41.81	1 710
2.0	41.69	1 705
2.5	36.18	1 480

由于裂纹深度 0.5 和 1 mm 的钻杆没有扩展,

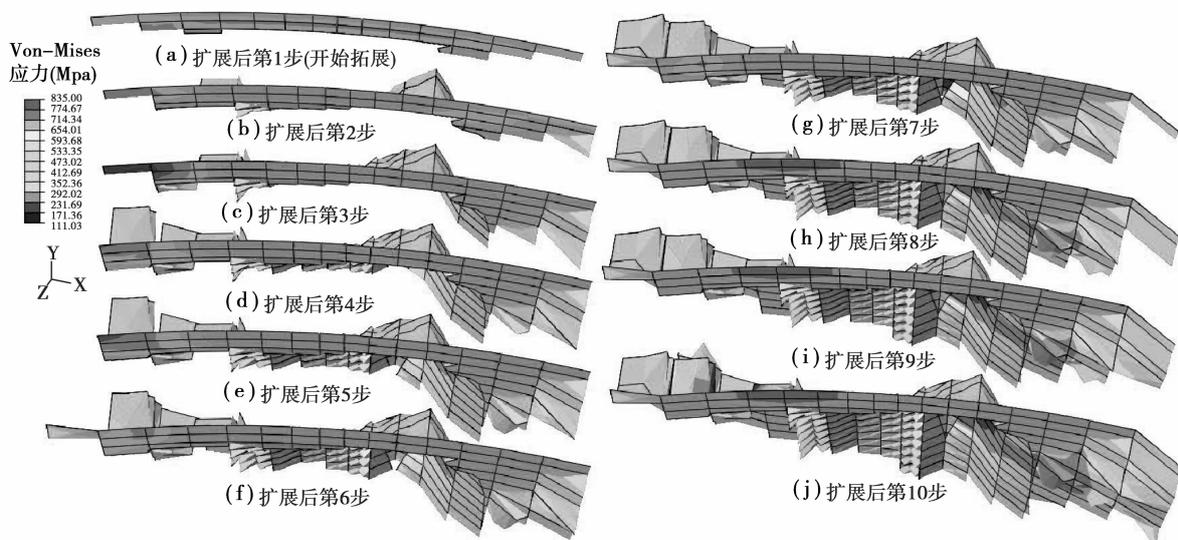


图 4 初始裂纹  $a$  为 2 mm 深度的钻杆的裂纹面扩展过程

的裂纹向横向发生了扩展,并与初始裂纹面存在一定的夹角,与钻杆的位移矢量有关。结合图 7 和图 4(j)可知,随着钻杆初始裂纹深度  $a$  的增加,在相同的拉扭外载荷作用下的扩展面也越大,钻杆越可能发生断裂失效。

### 3 结 论

1) XFEM 是一种基于单位分解理论的有限元方法,无需预设开裂路径和调整网格,为钻杆裂纹扩展模拟研究提供了有效的解决方法。

2) 基于 XFEM 理论建立了含不同深度初始裂

而且其它 3 种情况的裂纹扩展过程类似,因此下面主要分析初始裂纹深度  $a$  为 2 mm 的钻杆裂纹扩展过程,见图 4、5。图 4 是钻杆裂纹面随着外载荷的不断增大而不断扩展的过程,裂纹开始扩展时向钻杆纵向深度方向发展,在拉力和扭矩的共同作用下,其裂纹扩展面并不是平整的。图 5 是 AA 剖面上裂纹的扩展过程,从图中可见,裂纹从外表面开始扩展时不是竖直向内部扩展的,而是先沿钻柱轴线方向扩展后再向钻杆内部扩展。

为了比较含不同深度裂纹的钻杆在同样大小的拉扭作用下的裂纹扩展结果,提取如图 6 和图 7 所示的裂纹形态和裂纹面。从图 6 可知,初始裂纹深度  $a$  为 1.5 mm 的钻杆在最大拉力  $F$  和最大扭矩  $M$  的共同作用下,钻杆外表面的裂纹没有发生横向扩展,初始裂纹深度  $a$  为 2 和 2.5 mm 时钻杆外表面上

纹钻杆在拉扭作用下的裂纹扩展模型,该模型能够模拟钻杆裂纹扩展过程,为建立气体钻井钻柱管理系统提供理论依据。

3) 通过裂纹扩展模拟分析发现,钻杆的初始裂纹深度小于 1 mm 时,裂纹在受到较大外载荷作用后不会扩展,但裂纹深度超过 2 mm 时裂纹会在相对较低的外载荷下扩展,且扩展面较大,最终造成钻杆断裂失效。钻杆在扭矩和拉力的共同作用下,钻杆外表面的扩展裂纹面与初始裂纹面存在一定夹角,造成钻杆断面不平整。

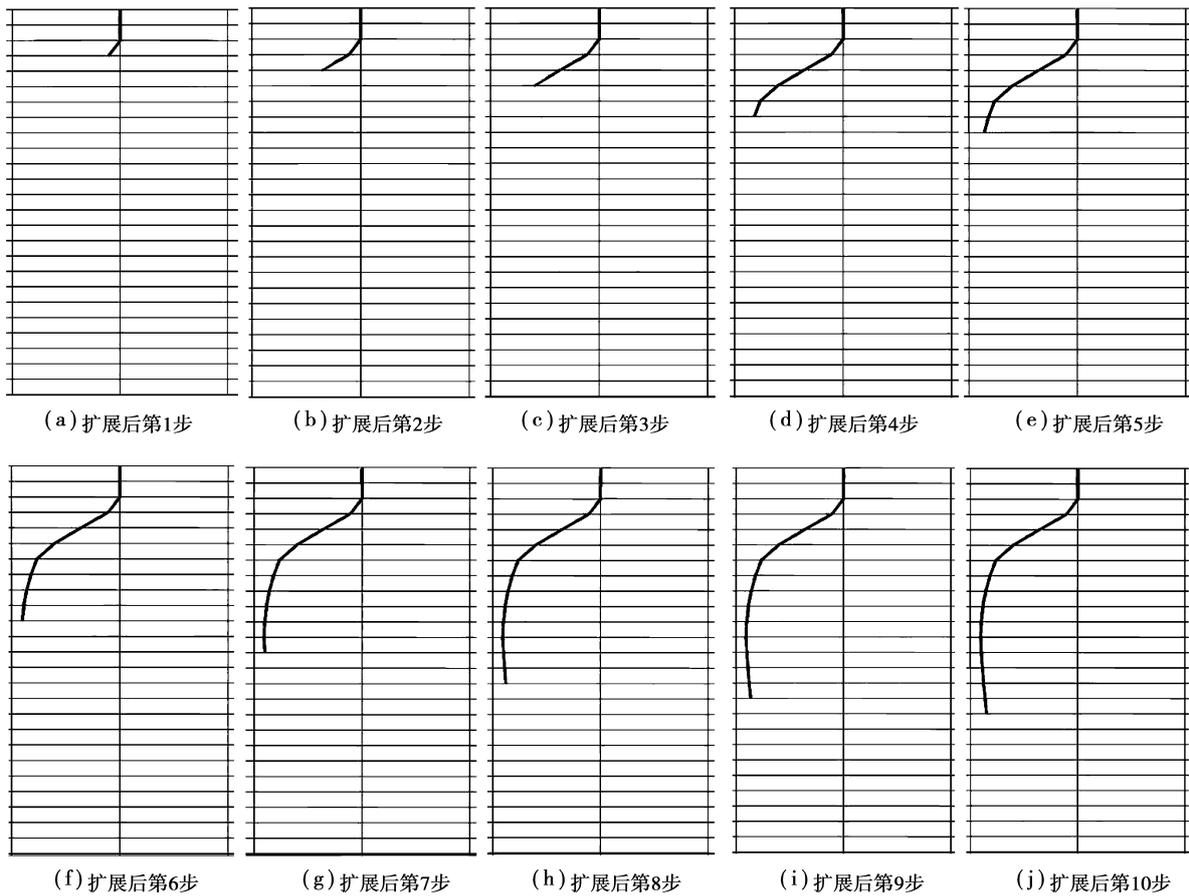


图 5 含 2 mm 深度初始裂纹钻杆 AA 剖面上的裂纹扩展过程

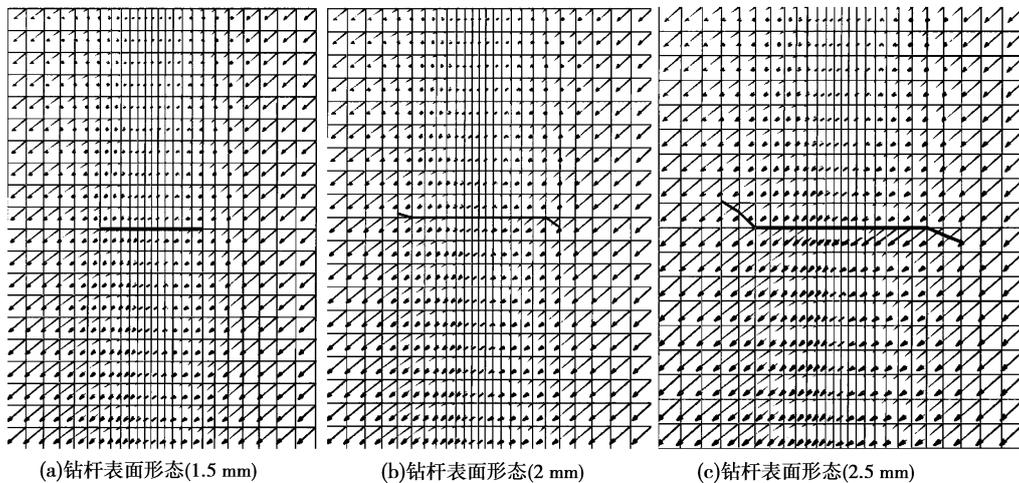


图 6 含不同深度裂纹  $a$  的钻杆外表面裂纹扩展后的形态及其位移矢量图

参考文献:

[ 1 ] 陈伟. 钻杆失效原因分析[J]. 科教论坛, 2008(6): 121.  
 CHENG WEI. Failure analysis of drill pipe [J].  
 Science and Education Forum, 2008(6): 121.

[ 2 ] 肖芳淳. 断裂力学在石油管柱中的应用[M]. 北京: 石油  
 工业出版社, 1986.

[ 3 ] 林铁军. 气体钻井钻具失效机理研究[D]. 成都: 西南石油  
 大学, 2009.

[ 4 ] 李录贤, 王铁军. 扩展有限元法 XFEM 及其应用[J]. 力  
 学进展, 2005, 35(1): 5-20.

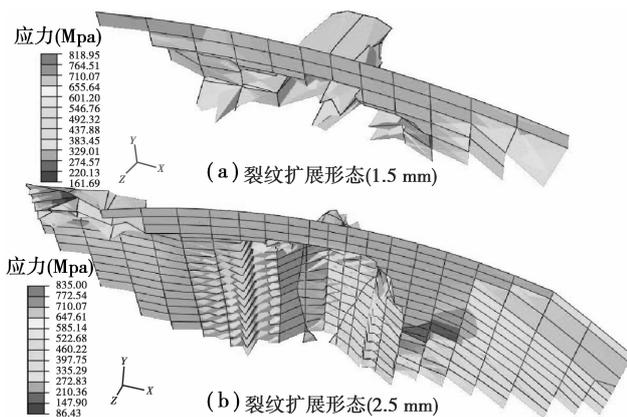


图7 深度  $a$  为 1.5 和 2.5 mm 的裂纹在拉扭作用下的裂纹扩展面

LI LU-XIAN, WANG TIE-JUN. The extended finite element method and its applications: a review [J]. *Advances in Mechanics*, 2005, 35(1):5-20.

- [5] MOES N, DOLBOW J. A finite element method for crack growth without remeshing [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, 46(1):131-150.
- [6] DAUX C, MOES N, DOLBOW J, et al. Arbitrary branched and intersecting cracks with the extended finite element method [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2000, 48(12):1741-1760.
- [7] 俞树荣, 严志刚, 曹睿. 有限元软件模拟裂纹扩展的方法探讨[J]. *甘肃科学学报*, 2003, 15(4):15-20.  
YU SHU-RONG, YAN ZHI-GANG, CAO RUI. Study about the method of crack growth modeled by finite element method [J]. *Journal of Gansu Sciences*, 2003, 15(4):15-20.
- [8] 方修君, 金峰, 王进廷. 基于扩展有限元法的粘聚裂纹模型[J]. *清华大学学报: 自然科学版*, 2007, 476(3):344-347.  
FANG XIU-JUN, JIN FENG, WANG JIN-TING. Cohesive crack model based on extended finite element method [J]. *Journal of Tsinghua University Science and Technology*, 2007, 476(3):344-347.
- [9] 方修君, 金峰. 基于 ABAQUS 平台的扩展有限元法[J]. *工程力学*, 2007, 24(7):6-10.  
FANG XIU-JUN, JIN FENG. Extended finite element method based on ABAQUS [J]. *Engineering Mechanics*, 2007, 24(7):6-10.
- [10] 黄献海. 扩展有限元法计算裂纹问题的研究[J]. *山西建筑*, 2008, 34(31):3-4.  
HUANG XIAN-HAI. Research of calculating crack problem with extended finite element method [J]. *Shangxi Architecture*, 2008, 34(31):3-4.
- [11] 余天堂. 裂纹扩展仿真分析[J]. *系统仿真学报*, 2009, 21(6):1756-1759.  
YU TIAN-TANG. Simulation of crack growth [J]. *Journal of System Simulation*, 2009, 21(6):1756-1759.
- [12] 方修君, 金峰, 王进廷. 用扩展有限元方法模拟混凝土的复合型开裂过程[J]. *工程力学*, 2007, 24(增刊1):46-52.  
FANG XIU-JUN, JIN FENG, WANG JIN-TING. Simulation of mixed-mode fracture of concrete using extended finite element method [J]. *Engineering Mechanics*, 2007, 24(Sup. 1):46-52.
- [13] 董玉文, 任青文. 基于 XFEM 的混凝土开裂数值模拟研究[J]. *重庆交通大学学报: 自然科学版*, 2009, 28(1):36-40.  
DONG YU-WEN, REN QING-WEN. Study on numerical simulation of crack growth of concrete based on XFEM [J]. *Journal of Chongqing Jiaotong University*, 2009, 28(1):36-40.
- [14] 董玉文, 任青文, 余天堂. 扩展有限元法在重力坝断裂分析中的应用研究[J]. *重庆建筑大学学报*, 2008, 30(3):36-39.  
DONG YU-WEN, REN QING-WEN, YU TIAN-TANG. Application of extended finite element method to fracturing analysis of gravity dam [J]. *Journal of Chongqing Jianzhu University*, 2008, 30(3):36-39.
- [15] SUKUMAR N, PREVOST J H. Modeling quasi-static crack growth with the extended finite element method, part I: computer implementation [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, 40(26):7513-7537.
- [16] MELENK J M, BUBSKA I. The partition of the unity finite element method: basic theory and applications [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1996, 139(1/4):289-314.
- [17] SETHIAN J A. Level set methods and fast marching methods: evolving interfaces in computational geometry [M]. UK: Cambridge University Press, 1999.

(编辑 赵静)