

文章编号:1000-582X(2010)08-001-06

约束阻尼结构拓扑优化设计的进化算法

李以农, 谢熔炉, 王 宜, 郑 玲

(重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

摘 要:约束阻尼结构的阻尼材料优化布局是约束阻尼结构振动控制设计中的关键问题,它直接影响到振动能量耗散与全局能量流分布。在约束阻尼结构设计中引入拓扑优化渐进优化算法,以约束阻尼胞单元为设计变量,建立以模态阻尼比为目标函数,约束阻尼材料用量为约束条件的拓扑优化模型。分析结构模态阻尼比相对于阻尼胞单元位置的敏感度,导出灵敏度计算表达式。提出基于渐进优化算法的优化准则,通过逐步删除利用率低的材料,使目标模态阻尼比达到最大化,给出了数值计算的例子,理论计算结果验证了拓扑优化方法的正确性和有效性。

关键词:约束阻尼;模态阻尼比;敏感度分析;拓扑优化

中图分类号:U270.1

文献标志码:A

Topology optimization for constrained layer damping material in structures using ESO method

LI Yi-nong, XIE Rong-lu, WANG Yi, ZHENG Ling

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: Topology optimization for constrained damping material in structures is investigated in order to suppress structural vibration through the optimal placement of constrained damping material in structure. A mathematical model to describe the topology optimization problem is established. In the topology optimization approach, structural modal damping ratio is designed as objection function, while constrained damping material consumption is considered as constraint condition. The sensitivity of modal damping ratio to the place is analyzed. An evolutionary criterion for placement of constrained damping material in a structure is presented. The formula of sensitivity is derived and used to determine the optimized placement of constrained damping material in structure. The topology optimization problem is further solved by evolutionary structural optimization (ESO) method. The numerical examples are given. The results show that a stable and dramatic increase of the modal damping ratio during the course of iterations can be observed. Therefore, an optimal layout of constrained damping material in structure is obtained. The comparison of amplitude frequency characteristics with the optimal and fully covered layout validates the effectiveness of proposed topology optimized approach.

Key words: constrained damping; modal damping ratio; sensitivity analysis; topology optimization

收稿日期:2010-02-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50775225)

作者简介:李以农(1960-),男,重庆大学教授,博士生导师,主要从事汽车系统动力学及控制,(Tel)023-65106094;
(E-mail)ynli@cqu.edu.cn。

连续体结构拓扑优化是结构优化中的难点和热点问题,也是结构优化领域的前沿课题之一。拓扑优化起源于 1904 年由 Michell 提出的桁架理论,Michell 的桁架理论只能用于单工况并依赖与选择适当的应变场^[1]。1988 年, Bendsoe 与 Kikuchi 提出了基于均匀化理论的拓扑优化方法^[2]。Xie 等提出了一种“进化法”,它通过逐步删除结构中利用率低的材料得到一个满应力设计^[3]。后来,又提出了变厚度法和变密度法^[4],使连续体结构拓扑优化设计方法不断完善。其中变厚度法以基结构单元的厚度为设计变量,将连续体拓扑优化问题转换为广义尺寸优化设计问题;变密度法则以材料相对密度为设计变量,并对设计变量采取幂指数惩罚,大大减少了设计变量^[5]。为了抑制板、壳等结构的振动,常采用在结构表面敷设自由层阻尼或约束层阻尼的方法^[6-8]。在传统的阻尼材料减振设计中,阻尼材料完全覆盖于待控结构表面,结构参数设计只是确定使结构损耗因子取最大值时的阻尼材料类型、层数和厚度等。传统减振设计很难通过阻尼材料的分布,以最小的阻尼材料用量,达到最大的振动能量耗散,从而获得要求的结构动力学特性。近年来,结构动力学拓扑优化有了长足的进步,并开始应用于板、壳结构的振动控制,但由于阻尼材料在阻尼特性描述以及动力学方程处理上的困难,阻尼结构拓扑优化的研究论文尚不多见。杨德庆针对自由层阻尼结构的耗能特点,提出了阻尼胞单元和阻尼拓扑敏感度等概念,对自由阻尼层结构进行了阻尼材料优化配置^[9-10]。韦勇、陈国平研究了阻尼器在结构上的位置分布问题,提出了模态阻尼优化设计方法^[11]。Zheng 等采用遗传算法,以振动能量最小为目标,研究了约束阻尼梁的阻尼材料布局优化,但仅限于对位置参数的讨论,未给出直观的布局分布图^[12-13]。Chen 等针对约束阻尼梁的布局优化问题,建立了以模态阻尼比为主,考虑阻尼材料体积和移频率惩罚作用的目标函数和优化模型,采用拓扑几何全局优化方法,搜索了优化结果,但并未对优化方法进行描述^[14]。虽然 Zhang 和 Chen 等均对约束阻尼梁的布局进行了优化,但都不是真正意义上的拓扑优化。郭中泽等采用渐进结构拓扑优化方法(ESO),假设阻尼材料损耗因子为常数,以模态损耗因子最大化为目标函数,研究了约束阻尼板结构的拓扑优化布局问题^[15-16]。

笔者采用复模量模型描述阻尼材料的能量耗散特性,首先建立约束阻尼结构的有限元模型,研究约束阻尼结构的振动响应特性。以约束阻尼结构胞单元为设计变量,取结构模态阻尼比最大化为目标函数,以约束阻尼体积为约束条件,建立约束阻尼结构

拓扑优化模型,并推导模态阻尼比对设计变量的灵敏度表达式。基于进化算法,提出阻尼胞单元的增删原则。给出考虑不同边界条件的数值算例以验证提出的拓扑优化方法的有效性。

1 约束阻尼结构的拓扑优化模型

对于含有约束阻尼材料的结构,其动力学基本方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{0}. \quad (1)$$

对阻尼材料特性采用复模量模型,将阻尼矩阵复数化,然后合并入结构的刚度矩阵。处理之后的结构的动力学基本方程变为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \tilde{\mathbf{K}}\mathbf{X} = \mathbf{0}. \quad (2)$$

其中 $\tilde{\mathbf{K}}$ 是一个复数矩阵,表征结构的刚度矩阵。假设约束阻尼基结构单元质量和刚度矩阵分别为 $\mathbf{M}_b, \mathbf{K}_b$ 。约束阻尼结构的单元质量和刚度矩阵为 $\mathbf{M}_e = \mathbf{M}_v + \mathbf{M}_c, \mathbf{K}_e = \mathbf{K}_v + \mathbf{K}_c$ 。根据有限元的理论,在基结构不变的情况下,同时考虑约束阻尼结构的单元拓扑变量 x_i ,结构总的质量矩阵和刚度矩阵为

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{M}_b + x_i \mathbf{M}_e), \mathbf{K} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{K}_b + x_i \mathbf{K}_e). \quad (3)$$

约束阻尼结构的振动的能量消耗主要来源于阻尼材料,因此建立拓扑优化模型时考虑以结构的模态阻尼比作为目标函数,同时满足一定删除率的约束条件,以约束阻尼结构单元的拓扑变量 x_i 为设计变量。拓扑优化模型为

$$\left. \begin{aligned} & \text{find: } x_i \in (0, 1), i = 1, 2, \dots, n, \\ & \text{max: } \xi_r, r = 1, 2, 3, \\ & \text{s. t: } \sum_{i=1}^n x_i V_i - V \leq 0, V = \alpha V_0, \\ & (\mathbf{K} - \omega_j^2 \mathbf{M}) \Phi_j = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中设计变量为约束阻尼结构单元的拓扑变量,当基结构单元表面有约束阻尼材料时拓扑变量为 1,单元表面没有约束阻尼材料时拓扑变量为 0。目标函数 ξ_r 是结构的前 3 阶模态阻尼比。 Φ_j 是结构的第 j 阶特征值对应的特征向量, \mathbf{M}, \mathbf{K} 是结构的有限元质量矩阵和刚度矩阵, $V/V_0 = \alpha$ 是阻尼结构的体积约束,即保留的阻尼材料用量应小于全实体体积的 α 倍, α 这里取 0.5。

2 模态阻尼比对设计变量的灵敏度

目标函数对设计变量的灵敏度分析是拓扑优化很重要的一个过程,只有进行灵敏度分析之后才能确定设计变量的值对目标函数的影响,进而确定最

终拓扑优化的结果。根据模态应变能(MSE)的方法^[17-18],用弹性分析得到的实模态振型 Φ 近似代替复模态振型 Φ^* 可以得到结构第 i 阶模态阻尼比的近似表达式。当结构含有粘弹性材料时,结构的运动微分方程为

$$M\ddot{X} + (\mathbf{K}_R + j\mathbf{K}_I)X = 0. \quad (5)$$

其中 \mathbf{K}_R 是结构刚度矩阵的实部, \mathbf{K}_I 是结构刚度矩阵的虚部。

结构的第 r 阶模态损耗因子的表达式为

$$\eta_r = \frac{\Phi_r^T \mathbf{K}_I \Phi_r}{\Phi_r^T \mathbf{K}_R \Phi_r}. \quad (6)$$

其中, Φ_r 是结构弹性分析得到的实模态振型。考虑到 $\xi_r = \eta_r/2$, 结构的第 r 阶模态阻尼比的表达式为

$$\xi_r = \frac{1}{2} \frac{\Phi_r^T \mathbf{K}_I \Phi_r}{\Phi_r^T \mathbf{K}_R \Phi_r}. \quad (7)$$

令 ξ_r 对设计变量 x_i 求偏导, 其敏度可以计算如下

$$\frac{\partial(\xi_r)}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \frac{\Phi_r^T (\frac{\partial \mathbf{K}_I}{\partial x_i} \mathbf{K}_R - \mathbf{K}_I \frac{\partial \mathbf{K}_R}{\partial x_i}) \Phi_r}{\Phi_r^T \mathbf{K}_R^2 \Phi_r}. \quad (8)$$

当一个单元的约束阻尼材料被删除时, 结构的模态阻尼比的变化即为模态阻尼比对单元位置的灵敏度。

根据式(3)可知

$$\frac{\partial \mathbf{K}_I}{\partial x_i} = IM \sum_{e=1}^n \mathbf{K}_e, \quad \frac{\partial \mathbf{K}_R}{\partial x_i} = RE \sum_{e=1}^n \mathbf{K}_e. \quad (9)$$

将式(9)代入式(8), 有

$$\frac{\partial(\xi_r)}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \frac{\Phi_r^T (\mathbf{K}_R * IM \sum_{e=1}^n \mathbf{K}_e - \mathbf{K}_I * RE \sum_{e=1}^n \mathbf{K}_e) \Phi_r}{\Phi_r^T \mathbf{K}_R^2 \Phi_r}. \quad (10)$$

当第 i 个单元有约束阻尼材料时, 对应的拓扑变量值 $x_i = 1$, 从而在计算敏度值的时候, 对总的刚度矩阵的组集过程中需要注意的是只有第 i 个单元加约束阻尼材料的单元刚度矩阵。

在对约束阻尼结构进行拓扑优化时, 基层不变化, 只有阻尼层和约束层发生变化, 且在迭代过程中阻尼层和约束层的形状保持一致, 即阻尼层和约束层的单元同时被删除。以上是考虑第 i 阶模态阻尼比对单元的灵敏度表达式。对于一般情况, 结构的 m 阶低阶模态在响应中都占有比较大的比重, 那么在模态阻尼拓扑优化中就需要同时考虑这 m 阶模态阻尼比对单元的灵敏度。最常用的方法是按照这些模态在响应中的比重分别配置一个加权系数 β_r , 由此定义一个模态阻尼比函数:

$$f(\xi) = \sum_{r=1}^m \beta_r \xi_r, \text{ 其中: } \sum_{r=1}^m \beta_r = 1. \quad (11)$$

模态阻尼比函数对于单元的灵敏度可以表示如下

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \sum_{r=1}^m \beta_r \frac{\partial(\xi_r)}{\partial x_i}. \quad (12)$$

上式即为自由阻尼结构拓扑优化中考虑前 m 阶模态阻尼比时模态阻尼函数对设计变量的灵敏度。

3 约束阻尼结构拓扑优化算法

进化法是逐步删除结构中利用率低的材料得到一个满应力设计。这里的优化算法是在进化法的基础上提出的一种优化准则。

在已知结构尺寸和材料属性的基础上, 首先对结构进行有限元分析, 划分有限单元格, 然后分别在每个单元格表面粘贴约束材料和阻尼材料, 即每次只在一个单元格上粘贴材料, 根据式(12)计算模态阻尼比对每个单元格位置的灵敏度。确定灵敏度最大的位置然后记录, 作为下次计算的初始条件。第一次敏度计算结束并得到最大灵敏度单元格的位置之后进行第二次敏度计算, 初始结构为在上一次记录的最大灵敏度单元格位置的基结构表面粘贴约束阻尼材料。然后在剩下的没有约束阻尼材料的基结构表面依次粘贴约束阻尼材料, 同样是每次只在一个单元格上粘贴, 根据式(12)计算模态阻尼比对每个单元格位置的灵敏度。记录最大值对应的位置。以此类推, 循环迭代至所有单元格的灵敏度确定。在结构表面完全粘贴约束阻尼材料, 然后逐步删除灵敏度最低的阻尼材料和约束材料单元, 以确保剩下的材料的耗能效率最高, 并且剩下的阻尼材料最少。按上述思路, 把约束阻尼层拓扑优化的思路归纳如下:

1) 以基结构为初始结构, 计算基结构和约束层以及阻尼层的单元质量和刚度矩阵。

2) 对基结构进行有限元网格划分, 在每个单元表面分别黏贴约束阻尼材料, 然后分别组集成总的刚度和质量矩阵, 根据式(12)分别对单元格进行灵敏度计算, 确定灵敏度最大的单元格的位置并记录。

3) 在上一次记录的灵敏度最大的位置基结构表面粘贴约束阻尼材料, 更新后的结构为新的初始结构, 然后重复第 2 步, 直至所有单元格的灵敏度确定。

4) 定义删除的体积比值 α , $\alpha = 0.5$ 。

5) 在基结构表面完全粘贴约束阻尼材料, 然后逐步删除灵敏度最低的单元格中的约束材料和阻尼材料, 计算结构模态阻尼比。

6)直到删除体积比满足给定的值,停止删除。此时结构的模态阻尼比值为满足约束条件的最大值,约束阻尼材料分布也为最优的拓扑分布。

具体的优化算法流程如图 1 所示。

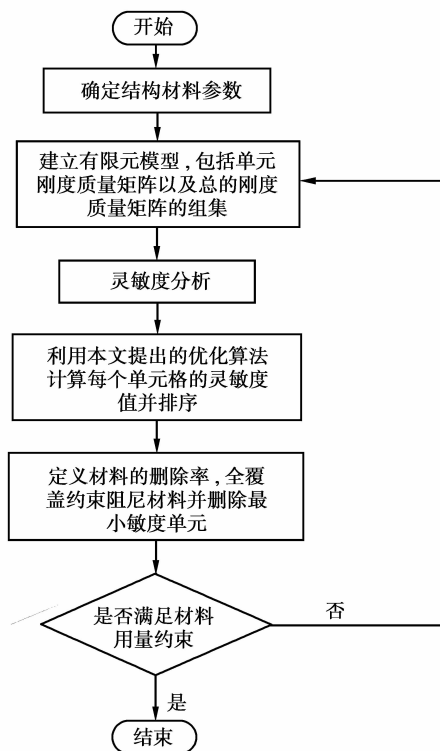


图 1 拓扑优化计算流程

4 数值算例

约束阻尼梁长 0.3 m,宽 0.03 m,基梁厚度为 0.005 m,阻尼层厚度为 0.002 5 m,约束层厚度为 0.000 5 m。基梁和约束层为同一种金属材料,参数为:密度 $7\ 800\ \text{kg/m}^3$,杨氏模量为 $20.7 \times 10^{10}\ \text{Pa}$,阻尼层的材料参数为:密度 $2\ 000\ \text{kg/m}^3$,剪切模量为 $2.615 \times 10^5\ \text{Pa}$ 。这里采用复剪切模量 $(1 + 0.38i) * 2.615 \times 10^5\ \text{Pa}$ 。梁的左端固支,右端简支,即保留水平方向滑动的自由度。约束条件为删除至少 60%的约束阻尼材料,优化目标是使结构的模态阻尼比最大。

图 2 是约束阻尼材料在基梁上的位置对前 3 阶模态损耗因子的影响曲线。由前述可知,模态阻尼比的值为模态损耗因子的一半。通过对比图 3-5,可以看到,优化结构需要粘贴约束阻尼材料的位置都为模态损耗因子对应的峰值位置。在峰值位置粘贴约束阻尼材料能够使结构模态阻尼比值最大。这可以定性验证提出的拓扑优化模型以及方法的正

确性。

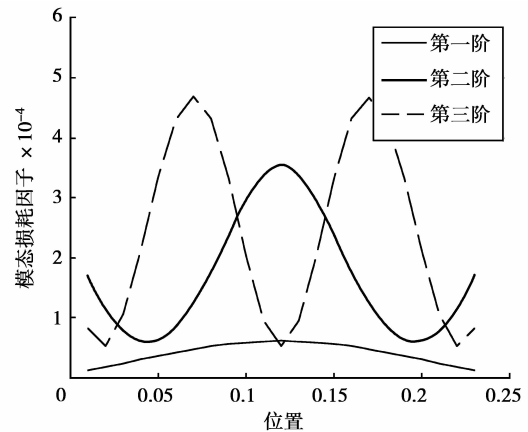


图 2 位置对各阶模态损耗因子的影响



图 3 简支梁一阶模态阻尼比拓扑优化

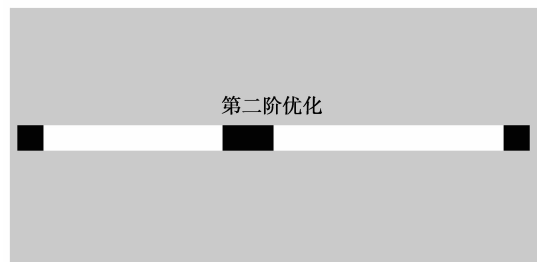


图 4 简支梁二阶模态阻尼比拓扑优化



图 5 简支梁三阶模态阻尼比拓扑优化

由于篇幅有限,只给出一阶优化结构的模态阻尼比的迭代情况。从图中可以看到,随着约束阻尼材料的删除,结构的模态阻尼比的值是稳定并逐渐增加的,在体积约束的情况下,迭代 10 次结束。

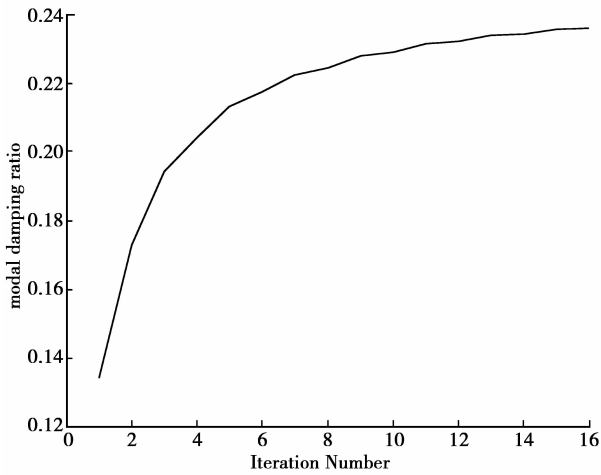


图 6 简支梁一阶模态阻尼比迭代过程

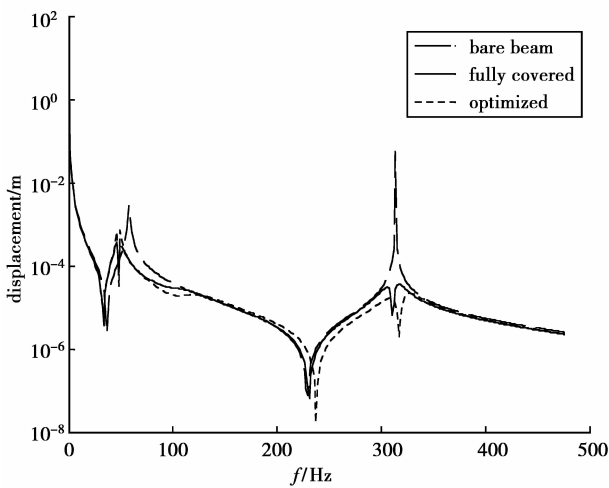


图 7 简支梁的幅频特性对比

图 7 为基梁,全覆盖阻尼梁,一阶模态阻尼比优化结构阻尼梁的幅频特性对比图,可以看出:对约束阻尼材料优化布局之后结构响应有了明显的降低,表明提出的拓扑优化方法是可行的。

改变算例 1 的边界条件。梁的左端固定,右端自由,即为悬臂梁结构。约束条件为删除至少 60% 的约束阻尼材料,优化目标是使结构的模态阻尼比最大。图 8 到图 10 是前三阶优化之后的灰度图。可见,改变边界条件后,约束阻尼材料的粘贴位置出现明显变化。图 11 是一阶模态阻尼比的迭代历史,随着迭代过程的进行,一阶模态阻尼比逐渐增加。图 12 是悬臂梁的幅频特性对比,可见布局优化之后的结构振幅明显降低,虽然在频率 81 Hz~120 Hz 频段内,优化结构响应比全覆盖梁略高一些,但在其他频段,特别是前几阶的峰值处明显低于全覆盖梁。由于约束阻尼材料仅使用了全覆盖梁的 40%,因此,相比全覆盖梁,拓扑优化布局之后,不仅节约了

大量阻尼材料,而且减振效果也是非常显著的。



图 8 悬臂梁一阶模态阻尼比拓扑优化

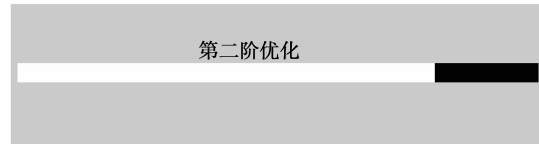


图 9 悬臂梁二阶模态阻尼比拓扑优化



图 10 悬臂梁三阶模态阻尼比拓扑优化

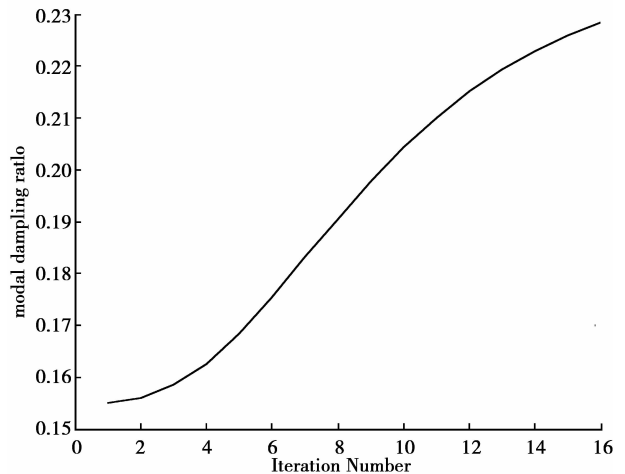


图 11 悬臂梁一阶模态阻尼比迭代过程

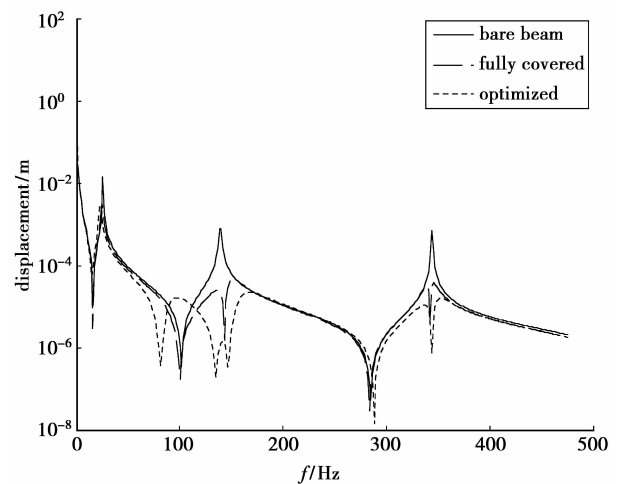


图 12 悬臂梁的幅频特性对比

5 结 论

基于进化法对约束阻尼层结构中阻尼材料和约束材料的布局进行了优化设计。建立了约束阻尼结构拓扑优化模型,推导了模态阻尼比对基结构单元位置的灵敏度。研究表明:

1)对约束阻尼材料结构的模态阻尼比的灵敏度分析能有效确定约束阻尼材料对结构振动的影响情况。提出的基于进化法的优化计算方法能有效增加结构的模态阻尼比,迭代速度快,效率高,特别适合于阻尼材料布局的优化设计。

2)通过对比基梁,全覆盖阻尼梁和优化结构阻尼梁的幅频特性,可以看出,约束阻尼材料优化布局之后,约束阻尼材料用量减小,结构耗能增加,模态振幅显著衰减,表明提出的拓扑优化方法是有效的。

在理论研究的基础上,对提出的约束阻尼结构拓扑优化方法进行实验验证,是需要进一步完成的工作。

参考文献:

- [1] MICHELL A G M. The limits of economy of material in frame structure[J]. Philosophical Magazine, 1904, 8(6): 589-597.
- [2] BENDSOE M P, KIKUCHI N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1988, 71(2): 197-224.
- [3] XIE Y M, STEVEN G P. Evolutionary structural optimization [M]. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1997.
- [4] 程耿东,张东旭. 受应力约束的平面弹性体的拓扑优化[J]. 大连理工大学学报, 1995, 35(1): 317-322.
CHENG GENG-DONG, ZHANG DONG-XU. Topological optimization of plane elastic continuum with stress constraints[J]. Journal of Dalian University of technology, 1995, 35(1): 317-322.
- [5] BENDSOE M P, SIGMUND O. Material interpolation schemes in topology optimization [J]. Archives of Applied Mechanics, 1999, 69 (9/10): 635-654.
- [6] HUANG S C, INMAN D J, AUSTEIN E M. Some design considerations for active and passive constrained layer damping treatments [J]. Journal of Smart Materials and Structures, 1995, 5(3): 301-313.
- [7] JOHNSON C D. Design of passive damping system [J]. Journal of Mechanical Design, 1995, 117(B): 171-176.
- [8] WANG H J, CHEN L W. Finite element dynamic analysis of orthotropic cylindrical shells with a constrained damping layer [J]. Finite Elements in Analysis and Design 2004, 40(7): 737-755.
- [9] 杨德庆,柳拥军. 自由阻尼层结构阻尼材料配置优化的拓扑敏感度法[J]. 振动工程学报, 2003, 16(4): 420-425.
YANG DE-QING, LIU YONG-JUN. Topological sensitivity method for the optimal placement of unconstrained damping material in structures [J]. Journal of Vibration Engineering, 2003, 16 (4): 420-425.
- [10] 杨德庆. 动响应约束下阻尼材料配置的拓扑敏感度法[J]. 上海交通大学学报, 2003, 37(8): 1109-1212, 1225.
YANG DE-QING. Topological sensitivity method for the optimal placement of unconstrained damping materials under dynamic response constraints [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2003, 37(8): 1109-1212, 1225.
- [11] 韦勇,陈国平. 一般阻尼结构的模态阻尼优化设计[J]. 振动工程学报, 2006, 19(4): 433-437.
WEI YONG, CHEN GUO-PING. Modal damping optimization for general damped structures[J]. Journal of Vibration Engineering, 2006, 19(4): 433-437.
- [12] ZHENG H, CAI C, TAN X M. Optimization of partial constrained layer damping treatment for vibrational energy minimization of vibrating beams [J]. Computers and Structures, 2004, 82(29/30): 2493-2507.
- [13] ZHENG H, TAN X M, CAI C. Damping analysis of beams covered with multiple PCLD patches [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2006, 48(12): 1371-1383.
- [14] CHEN Y C, HUANG S C. An optimal placement of CLD treatment for vibration suppression of plates[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2002, 44(8): 1801-1821.
- [15] 郭中泽,陈裕泽,邓克文,等. 基于 ESO 的约束阻尼板拓扑优化设计研究[J]. 机械设计, 2006, 23(10): 3-5.
GUO ZHONG-ZE, CHEN YU-ZE, DEN KE-WEN, et al. Study on topological optimization design of constrained damping plate based on evolutionary structural optimization[J]. Journal of Machine Design, 2006, 23(10): 3-5.
- [16] 郭中泽,陈裕泽,侯强,等. 阻尼材料布局优化研究[J]. 兵工学报, 2007, 28(5): 638-640.
GUO ZHONG-ZE, CHEN YU-ZE, HOU QIANG, et al. Damping material optimal placement in damping structure design[J]. Acta Armamentarii, 2007, 28(5): 638-640.
- [17] HOHNSON C D, KIENHOLZ D A. Finite element prediction of damping in structure with constrained viscoelastic layers[J]. AIAA Journal, 1982, 20(9): 1284-1290.
- [18] 吕刚,陆锋,张景绘. 桁架结构阻尼控制的绝对值模态应变能法[J]. 宇航学报, 1999, 20(2): 112-117.
LV GANG, LU FENG, ZHANG JING-HUI. Absolute value modal strain energy method for viscoelastic damping control of truss structure [J]. Journal of Astronautics, 1999, 20(2): 112-117.

(编辑 张小强)