

文章编号:1000-582X(2010)10-001-06

高阶椭圆锥齿轮的传动模型与干涉检查的运动仿真

林 超,侯玉杰,冉小虎,刘 刚,丘 华,阮小勇

(重庆大学 机械传动国家重点实验室,重庆 400044)

摘 要:高阶椭圆锥齿轮是一种典型的非圆锥齿轮传动形式。以空间传动的啮合原理为基础,建立了该锥齿轮传动的空间球面啮合坐标系。分析了节曲线、齿廓及啮合线之间的变化关系;运用空间坐标变换的矩阵法创建了该齿轮的齿面方程。对该非圆锥齿轮的传动比、模数及齿数等基本参数进行了设计,详细分析了偏心率对相关参数的影响变化关系及其规律。应用离散数值法及三维软件,建立了该非圆锥齿轮齿廓的数学模型及虚拟实体模型,并进行了运动仿真及干涉检查。获得了该非圆锥齿轮齿形的设计计算及生成方法,通过实验验证了该方法的正确性。

关键词:齿轮;非圆锥齿轮;齿廓;数值方法

中图分类号:TH132.4

文献标志码:A

Transmission model of higher-order elliptical bevel gearing and motion simulation for interference checking

LIN Chao, HOU Yu-jie, RAN Xiao-hu, LIU Gang, QIU Hua, RUAN Xiao-yong

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: Higher-order elliptical bevel gear is a typical form of the noncircular bevel gear transmission. Space spherical coordinate system of the bevel gear meshing is set up based on the meshing theory of space transmission. The varying relationship among the pitch curve, tooth profile and mesh lines are analyzed, and the equation of the gear tooth surface is developed with matrix method based on space coordinate transformation. The basic parameters of the noncircular bevel gear such as transmission ratio, modulus and the number of teeth are designed, and detailed analysis of the influence of the eccentricity on the relevant parameters is carried out as well. By using discrete numerical method and three-dimensional software, the mathematical model of the tooth profile and virtual physical model of the noncircular bevel gear are established, and then simulation on its motion and interference checking are performed. Finally, the approach for design, calculation and generation of the tooth profile is obtained and its correction has been verified by experiment.

Key words: gear; noncircular bevel gear; tooth profile; numerical method

在机械传动领域中,齿轮传动是应用最为广泛的一种传动形式。齿轮传动的普遍原理为:圆柱齿轮传动为一对相切圆柱面的纯滚动;非圆齿轮传动为一对相切非圆柱面的纯滚动。圆柱齿轮和非圆齿轮只能实现两平行轴之间的传动。圆锥齿轮传动为

一对相切圆锥面的纯滚动,可以实现两相交轴间匀速比传动。而非圆锥齿轮为一对相切的非圆节锥面的纯滚动,可实现两相交轴之间非匀速比传动。现有传递两相交轴之间的非匀速比运动的技术,通常采用非圆齿轮与圆锥齿轮的组合机构或其他组合机

收稿日期:2010-05-30

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50875269)

作者简介:林超(1958-),男,重庆大学教授,博士,主要从事机械设计计算机辅助工程,齿轮传动系统的设计、分析与制造,新型齿轮传动的研究,(Tel)023-65106043;(E-mail) linchao@cqu.edu.cn。

构,但此种机构呈现出体积较大、动平衡较差、结构复杂、效率低等缺点。而非圆锥齿轮则可以传递相交轴之间非匀速比的运动和动力,可实现相交轴间特殊运动的要求,具有体积小、结构紧凑、运动平稳、传动效率高等优点。但由于非圆锥齿轮是一种新型的齿轮传动形式,还处于探索阶段,其一般性研究,分析与设计计算方法,才刚刚起步,还不成熟,国内外相关研究文献相对较少。主要成果包括国外的 Jiqiang Xia 等在 ASME 中提出了一种变传动比相交轴锥齿轮副的几何设计方法,实现给定传动比关系和轴间夹角的相交轴锥齿轮副的参数设计及齿形的几何计算^[1]。国内主要有贾巨民、赵玉民等,应用微分几何的曲面定理,引入当量齿轮和当量节曲线的概念,将空间啮合问题转换为平面问题,给出了齿形的设计计算方法^[2-3];姜虹、王小椿等提出了一种非圆锥齿轮的当量设计方法^[4];同时重庆大学、北京航空航天大学、北京交通大学等发明了相关的专利^[5-6]。这些研究成果为非圆锥齿轮的设计、加工制造及其普遍推广提供了理论依据和技术支撑。

高阶椭圆锥齿轮是非圆锥齿轮体系中一种典型的传动形式,该齿轮的球面大端节曲线为高阶椭圆,即阶数高于 2 的椭圆体系。这里由高阶椭圆锥齿轮的空间球面啮合坐标系出发,分析其基本啮合原理,讨论传动比、模数、齿数等基本参数的确定方法及变化关系,并通过离散数值法和三维软件实现了该锥齿轮的虚拟实体模型及运动仿真干涉检查。

1 高阶椭圆锥齿轮啮合原理

高阶椭圆锥齿轮传动时,由一个齿轮的齿廓推动另一个齿轮的齿廓,这两个齿廓在任一瞬时都相切接触,称为共轭齿廓。瞬时接触点在固定空间中的轨迹称为啮合线。其瞬心位置在传动过程中是不断变化的,这是其与圆锥齿轮的本质区别。结合非圆齿轮及圆锥齿轮的啮合原理,建立该非圆锥齿轮传动的空间球面啮合坐标系,该坐标系分为一个定坐标系 $O(xyz)$,三个动坐标系 $O_1(x_1y_1z_1)$ 、 $O_2(x_2y_2z_2)$ 及 $P_0(x_3y_3z_3)$,如图 1 所示。

设球 O 半径为 R ,以球心 O 为原点,建立全局固定坐标系 $O(xyz)$,非圆锥齿轮 1、2 刚性固接动参考标架 $O_1(x_1y_1z_1)$ 、 $O_2(x_2y_2z_2)$ 。设在起始位置(ϕ_1

$=0, \phi_2=0$),两齿轮的节曲线相切于 P_0 点,则 P_0 即为此瞬时的瞬心。又设此时有一与两齿轮都啮合的公共齿条,它的节曲线也和两齿轮的节曲线相切于 P_0 。以 P_0 为原点,作动参考标架 $P_0(x_3y_3z_3)$ 并与齿条固联。其中 x_3 方向与大圆弧 $\widehat{O_1P_0O_2}$ 相切, y_3 方向与 y 方向一致, z_3 方向垂直于平面 $x_3P_0y_3$,也即 O_1P_0 的径矢方向。

由齿轮啮合原理知,瞬心 P_0 一定位于大圆弧(过球心的平面与球面的交线)上的较小弧 $\widehat{O_1O_2}$ 上,且向径弧 $\widehat{O_1P_0}=r_1, \widehat{P_0O_2}=r_2$ 。

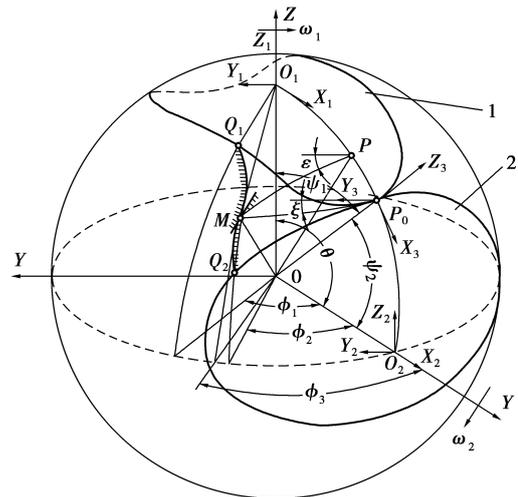


图 1 啮合原理图

如图 1 所示,齿轮 1 转过周向角 ϕ_1 ,相应的齿轮 2 转过周向角 ϕ_2 ,设此过程中齿条 3 平移了距离 l 。由空间坐标变换公式可求得动参考标架 O_1 变换到固定坐标系 O 的变换矩阵 M_{01} 及固定坐标系 O 变换到动参考标架 O_2 的变换矩阵 M_{20} 为

$$M_{01} = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & -\sin \phi_1 & 0 & 0 \\ \sin \phi_1 & \cos \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$M_{20} = \begin{bmatrix} \cos \phi_2 & \cos \theta \sin \phi_2 & -\sin \theta \sin \phi_2 & 0 \\ -\sin \phi_2 & \cos \theta \cos \phi_2 & -\sin \theta \cos \phi_2 & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

同时可求得参考标架 O_1 变换到动参考标架 O_2 的变换矩阵 M_{21} 为:

$$M_{21} = M_{20}M_{01} = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 \cos \phi_2 & -\sin \phi_1 \cos \phi_2 & -\sin \theta \sin \phi_2 & 0 \\ + \cos \theta \sin \phi_1 \sin \phi_2 & + \cos \theta \cos \phi_1 \sin \phi_2 & -\sin \theta \sin \phi_2 & 0 \\ -\cos \phi_1 \sin \phi_2 & \sin \phi_1 \sin \phi_2 & -\sin \theta \sin \phi_2 & 0 \\ + \cos \theta \sin \phi_1 \cos \phi_2 & + \cos \theta \cos \phi_1 \cos \phi_2 & -\sin \theta \sin \phi_2 & 0 \\ \sin \theta \sin \phi_1 & \sin \theta \sin \phi_1 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

齿条上的动参考标架 P_0 变换到固定坐标系 O 的变换矩阵为:

$$M_{03} = \begin{bmatrix} \cos \psi_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -l \\ 0 & 0 & \sin \psi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

由以上坐标变换矩阵即可求得 4 个坐标系之间的数据转换关系。

令起始位置时非圆锥齿轮 1 的齿廓通过瞬心 P_0 , 则 P_0 必然是啮合弧线 $\widehat{P_0M}$ 上的一点。 $\widehat{P_0M}$ 的弧长可以由球面弧长公式(5)计算得出^[1]:

$$W = R \cdot \int_0^{\phi_3} \sqrt{\sin^2 \psi + \psi'^2(\phi)} d\phi \quad (5)$$

以 P_0 为原点,把啮合弧线的球面极坐标方程表示为 $\chi = \chi(L, \xi)$, ξ 的方向由 y_3 轴的正方向顺时针计量。

齿轮 1 转过 ϕ_1 角后,瞬心移动到了 P 点, $\widehat{O_1P} = r_1(\phi_1)$; 齿轮 1 和 2 上节曲线上的起点,由 P_0 移动到了 Q_1 及 Q_2 处;而共轭齿廓的切点,也由 P_0 移动到了 M 点,设弧 $\widehat{P_0M}$ 的长度为 L , \widehat{PM} 的弧长为 L_p , ϵ 表示 y_3 的正方向与弧 \widehat{PM} 的夹角;同时把齿条平移距离以 y_3 轴的方向投影到球面上,得齿条球面平移弧长 l' ,由以上分析得齿廓 M 点在 (x_3, y_3, z_3) 坐标为

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= L \sin(\xi) - \Delta L, \\ y_3 &= L_p \cos(\epsilon) + l' = L \cos \xi + l', \\ z_3 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中: ΔL 即为弧 $\widehat{PP_0}$ 的长度

$$\epsilon = \arctan\left(\frac{L \sin \xi + \Delta L}{L \cos \xi}\right)$$

l' 求法:把齿条移动距离分解到定坐标系的三坐标中,通过球面的参数方程求得其在球面上的投影参数,由式(5)计算即可。

最后通过坐标变换矩阵 M_{03} 把 M 点的坐标变换到固定坐标系 $O(xyz)$ 中,即可求得高阶椭圆锥齿轮齿廓上的任意点,从而求出整个齿廓。

2 模型参数

建立高阶椭圆锥齿轮的齿廓模型,主要参数为传动比、模数及齿数。其他各项参数,如齿顶高系数、齿顶隙系数、齿形角及齿宽等可以参照直齿圆锥齿轮的标准来选取。

2.1 传动比

用来传递回转运动的高阶椭圆锥齿轮副,节曲线都应该是封闭曲线。齿轮 1、2 节曲线封闭的条件是:传动比函数 i_{12} 必须为转角 ϕ_1 (或 ϕ_2) 的周期函

数,且满足转角 ϕ_1 (或 ϕ_2) 在 $0 \sim 2\pi$ 范围内, i_{12} 变化的周期数为整数(以 n_1 或 n_2 表示)^[7]。即:

$$T = \frac{T_1}{n_1} = \frac{T_2}{n_2} \quad (7)$$

式中: n_1 、 n_2 为正整数,即齿轮 1、2 的阶数; T 为传动比函数周期; T_1 为主动齿轮节曲线周期; T_2 为从动齿轮节曲线周期。此处所讨论的高阶椭圆中, $n_1 = n_2 = n$, ($n \geq 2$)。

由图 1 知,齿轮副的回转轴夹角为 θ ,以 O_1 、 O_2 及球心组成的平面与球面交成一个大圆,设其上的较小弧 $\widehat{O_1O_2}$ 弧长为 λ ,即齿轮副大端节曲线的球面中心距,则

$$\lambda = R \cdot \theta \quad (8)$$

当主动轮 1 的转角为 ϕ_1 ,瞬时角速度为 ω_1 ;从动轮 2 的转角为 ϕ_2 ,瞬时角速度为 ω_2 。则齿轮副的传动比 i_{12} 为

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sin \psi_2}{\sin \psi_1} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\lambda - r_1}{r_1} \quad (9)$$

这里讨论 $\phi_1 + \phi_2 = \pi/2$,因此齿轮 1 的节锥角为

$$\psi_1 = \arctan\left(\frac{1}{i_{12}}\right) \quad (10)$$

以高阶椭圆锥齿轮的大端节曲线为研究对象,其传动比为

$$i_{12} = \frac{1 - 2k \cos(n\phi_1) + k^2}{1 - k^2} \quad (11)$$

此时 $\phi_2 = \int_0^{\phi_1} \frac{1}{i_{12}} d\phi_1$, 即

$$\phi_2 = \frac{2}{n} \arctan\left[\frac{1+k}{1-k} \cdot \tan\left(\frac{n\phi_1}{2}\right)\right] \quad (12)$$

其中: k 为偏心率。

当 $k = [0.1, 0.2]$, $n = [2, 3]$ 时,其传动比 i_{12} 跟随转角 ϕ_1 的变化曲线如图 2 所示。

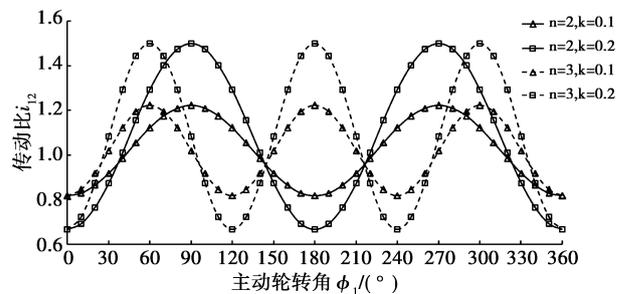


图 2 传动比曲线

由图 2 可知,高阶椭圆锥齿轮的传动比为连续变化的余弦曲线。其最大传动比在 $\phi_1 = (2i-1)\pi/n$ 处,即主动轮节锥母线长轴与从动轮节锥母线短轴啮合处;最小传动比出现在 $\phi_1 = 2(i-1)\pi/n$ (其中 i 为正整数, n 为阶数)处,即主动轮节锥母线短轴与

从动轮节锥母线长轴啮合处。主动轮转动一周,传动比变化 n 个周期。偏心率 k 越大,传动比变化范围越大,其节锥的非圆性越强烈。

当传动比 i_{12} 不断变化时,其瞬心的位置及 r_1, r_2 也是随动变化的。瞬心在齿轮 1、2 回转球面上的轨迹,即为两齿轮的瞬心线,也是齿轮的节曲线。当传动比 i_{12} 为一定值时,高阶圆锥齿轮就演化成直齿圆锥齿轮传动。

2.2 模数

应用当量齿轮的概念,可以将圆柱齿轮的啮合原理近似地应用到圆锥齿轮上。高阶圆锥齿轮由于其节锥角在 2π 范围内是不断变化的,不能如圆锥齿轮一样展成一个当量圆柱齿轮,但是就其某一个瞬时,可以进行当量展开运算。无论该齿轮的节曲线如何变化,其齿顶高、齿根高、齿厚及齿宽都不随传动比的改变而改变。

图 3 所示为齿轮 1 某一瞬时的剖面, δ_m 为模数角^[5],即齿顶高所对应的球心角,其大小为一个齿所对应的节曲线球面弧长除以 π ; R_v 为当量圆柱齿轮分度圆半径。由模数角的定义可得

$$\delta_m = \frac{L_{\text{节}}}{z \cdot \pi}, \quad (13)$$

其中: z 为齿数(预取值), $L_{\text{节}}$ 可以由公式(5)求得。

在此瞬时,设锥齿轮 1、2 的当量齿轮模数为 m_v ,由图 2 几何关系可得

$$\tan \delta_m = \frac{h_a^* \cdot m_v}{R}. \quad (14)$$

其中: h_a^* 为齿顶高系数(一般取 1)。

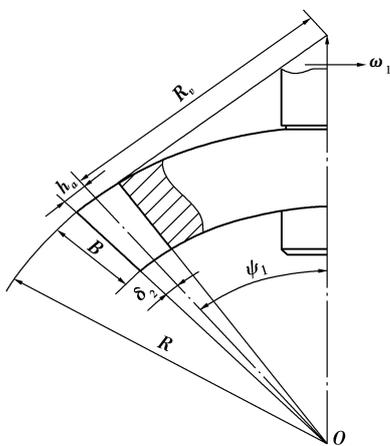


图 3 模数分析图

综合式(13)、(14)可得瞬时当量齿轮的模数为

$$m_v = \frac{R}{h_a^*} \cdot \tan \frac{L_{\text{节}}}{z \cdot \pi}. \quad (15)$$

由于齿数及传动比已经给定,该齿轮副的模数只是球面半径的函数,可以根据锥齿轮各处的受力

极限情况来确定最小球面半径,此时的瞬时模数是个定值。因此可以得到结论:高阶圆锥齿轮的当量模数在给定传动比,齿数及球面半径大小的情况下是一定值,不随传动比及节锥的变化而变化。

由图 3 几何关系得,瞬时当量齿轮的分度圆半径为

$$R_v = \frac{m_v \cdot z}{2 \cos \psi}. \quad (16)$$

由式(16)可见,当量齿轮的分度圆半径具有瞬时性,其随传动比的不断改变而改变。针对 $k=[0.1, 0.2]$, $n=[2, 3]$, 并选择适当的 $R=37.64 \text{ mm}$, $z=[22, 27]$, 可求得: $m_v = \begin{bmatrix} 2.44 & 2.04 \\ 2.52 & 2.22 \end{bmatrix}$, R_v 随主动轮转角变化的曲线如图 4 所示。

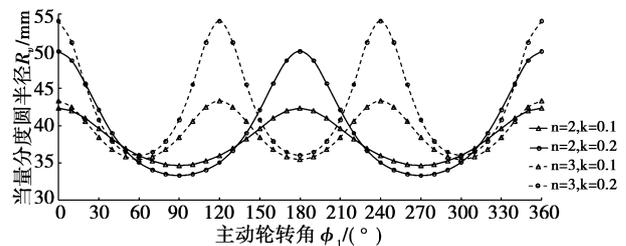


图 4 当量齿轮分度圆半径曲线

由图 4 知,瞬时当量齿轮半径与传动比做反趋势变化,其最小当量半径在 $\phi_1 = (2i-1)\pi/n$ 处,最大当量半径出现在 $\phi_1 = 2(i-1)\pi/n$ (其中 i 为正整数, n 为阶数)处,主动轮转动一周,当量半径变化 n 个周期。偏心率 k 越小,当量半径变化幅度越小,该种锥齿轮越接近于直齿圆锥齿轮。

2.3 齿数

由于齿数 z 为预取值,需要返回验证几次,才可以由轮齿的受力极限状况得出比较适当的数值。一旦确定了 δ_m 的数值 ($\delta_m = h_a/h_a^*$),则不发生根切的最小齿轮 z_{\min} 应满足^[2]

$$z_{\min} = \frac{h_a^* \cdot \int_0^{2\pi} \sqrt{\sin^2 \psi + \psi'^2(\phi)} d\phi}{\pi \cdot \delta_m}, \quad (17)$$

瞬时当量齿数为

$$z_v = \frac{z}{\cos \psi}, \quad (18)$$

其变化规律与当量半径一致。

3 模型检测与仿真

由高阶圆锥齿轮传动的基本啮合原理出发,二阶锥齿轮每转一周传动比变化两个周期,而三阶锥齿轮每转一周传动比变化三个周期。根据实际传动比、传动性能及承载能力的需要来选择椭圆的阶

数。本文结合各种参数的选取,针对 $n=2$ 及 $n=3$ 两种典型的高阶椭圆传动形式,选择适当的 $R=37.64\text{ mm}$, $k=0.2$,建立其节锥、面锥、根锥及齿廓的数学模型,结合数学软件,采用离散数值法编制数学模型的应用程序,获得该锥齿轮球面大端的节曲线、齿顶曲线、齿根曲线及齿廓的离散数值解,如图 5 所示。

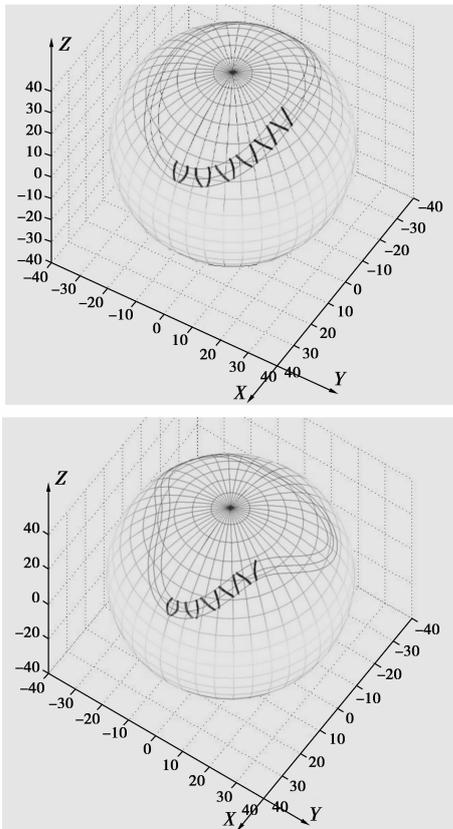


图 5 齿廓数学模型

将数学模型得到的面锥、根锥及齿廓等的数值点导入到三维实体软件中,分别建立两种高阶椭圆锥齿轮副的虚拟实体模型,并进行实体的装配、运动仿真及干涉检查。特别注意装配时,由于高阶椭圆锥齿轮副的初始传动位置是固定的,稍有偏差,在干涉检查过程中,就会出现碰齿现象,使运动过程终止。最终生成的齿形及装配仿真模型如图 6 所示。

基于三维实体模型,进行了数控铣削加工及对滚检查实验,实验所应用的高阶椭圆锥齿轮副及实验结果如图 7 所示。通过转速扭矩传感器测出输入/输出轴的转速,其比值即为所测传动比。由于加工制造误差以及安装调试误差,致使传动比的实验与理论数据存在一定的差异。由图可以看出,实验结果与虚拟实体模型、装配、运动及干涉检查等理论分析结果相一致,表明本文建立的高阶椭圆锥齿轮副齿形的设计计算、生成方法及虚拟实体模型的正确性。

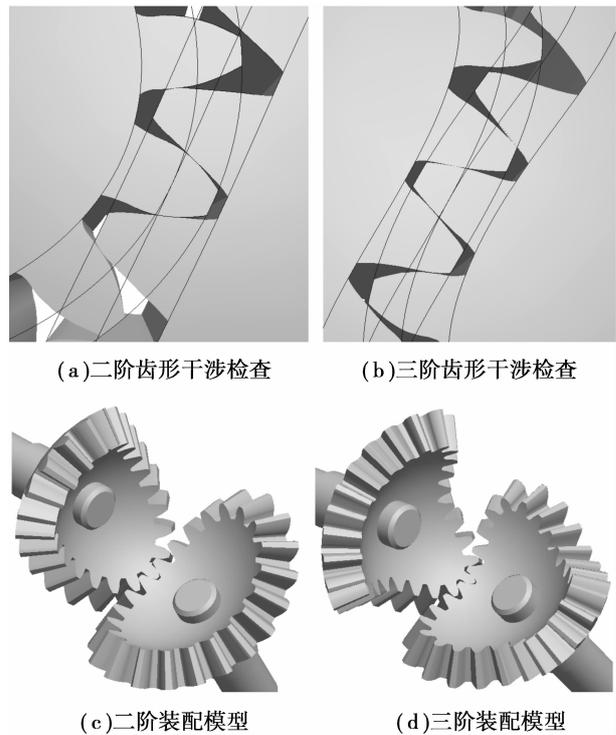


图 6 齿形干涉检查及实体装配模型

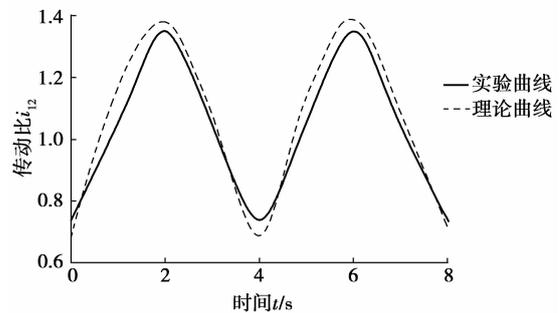
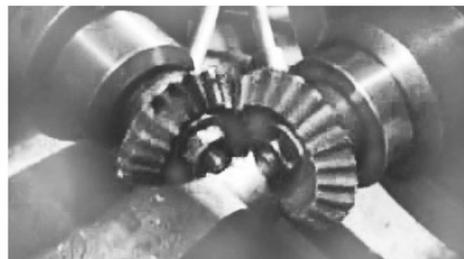


图 7 装配、运动检查实验及结果

4 结 论

1)由空间传动的啮合原理出发,建立了空间球面啮合坐标系,通过分析节曲线、齿廓及啮合线三者之间的变化关系,获得了高阶椭圆锥齿轮的齿面方程。

2)确定了建立实体模型所需的传动比、模数、齿

数等基本参数,并对锥齿轮的传动比、当量模数、当量齿轮半径及当量齿数进行了设计分析,详细讨论了偏心率对各个参数的影响关系。

3)应用离散数值法建立了该锥齿轮的数学模型,生成了齿轮的齿形及虚拟实体,进行了运动仿真及干涉检查。

4)获得了高阶椭圆锥齿轮齿形的设计计算方法及其传动的基本运动规律。若以虚拟实体为基础,对高阶椭圆锥齿轮的加工制造将会十分方便和精确。

5)利用五轴联动数控机床建立专用的加工平台和刀具,用展成的方法可大大提高加工精度和效率,实现批量生产,从而降低成本。

参考文献:

- [1] XIA JI-QIANG, LIU YUAN-YUAN, GENG CHUN-MING, et al. Noncircular bevel gear transmission with intersecting axes[J]. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2008, 130(5): 1-6.
- [2] 贾巨民,高波,赵德龙.基于保测地曲率的非圆锥齿轮传动设计分析方法[J].*机械工程报*,2008,44(4):54-57.
JIA JU-MIN, GAO BO, ZHAO DE-LONG. Analysis method for noncircular bevel gearing based on geodesic curvature preserving mapping[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2008, 44(4): 54-57.
- [3] 赵玉民,马延会,华林,等.非圆锥齿轮节曲线的平面展开算法研究[J].*中国机械工程*,2008,19(17):2046-2049.
ZHAO YU-MIN, MA YAN-HUI, HUA LIN, et al. Planar unfolding algorithm of noncircular bevel gears[J]. *China Mechanical Engineering*, 2008, 19(17): 2046-2049.
- [4] 姜虹,王小椿.三周节变传动比限滑差速器设计与试验[J].*农业机械学报*,2007,38(4):31-34.
JIANG HONG, WANG XIAO-CHUN. Research on design and working principles of three-pitch fluctuating gear ratio limited-slip differential[J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery*, 2007, 38(4):31-34.
- [5] 林超,冉小虎.卵形锥齿轮副:中国,200510020261.0[P].2005-08-03.
LIN CHAO, RAN XIAO-HU. Oval bevel gears: China, 200510020261.0[P]. 2005-08-03.
- [6] 夏继强,耿春明,宋江滨,等.变传动比相交轴直齿锥齿轮副几何设计方法:中国,200410009582.6[P].2006-03-29.
XIA JI-QIANG, GENG CHUN-MING, SONG JIANG-BIN, et al. Geometry gesign method of intersecting axes straight bevel gear with variable transmission ratio: China, 200410009582.6[P]. 2006-03-29.
- [7] F L 李特文.齿轮几何学与应用理论.上海:上海科学技术出版社[M],2008.
LITVIN. *Gear geometry and applied theory* [M]. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 2008.
- [8] DANIELI G A, MUNDO D. New developments in variable radius gears using constant pressure angle teeth[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2005, 40: 203-217.
- [9] ZHAO L G, ZUO D W, FAN L, et al. The design of noncircular gear of constant pressure angle and the realization of its wire-electrode cutting [J]. *Key Engineering Materials*, 2006, 315-316: 215-219.
- [10] 张瑞,吴序堂,聂钢,等.高阶变性椭圆齿轮的研究与设计[J].*西安交通大学学报*,2005,39(7):726-730.
ZHANG RUI, WU XU-TANG, NIE GANG, et al. Study and design on high-order deformed elliptic gears [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2005, 39(7):726-730.
- [11] ZHANG RUI, WU XU-TANG. Design of noncircular gears with discontinuous pitch curve [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering: English Edition*, 2006, 19(4): 594-599.
- [12] LI JIAN-GANG, WU XU-TANG, MAO SHI-MIN. Numerical computing method of noncircular gear tooth profiles generated by shaper cutters [J]. *Int J Adv Manuf Technol*, 2007, 33: 1098-1105.
- [13] ZUO D W, FAB L, CHEN R F, ET AL. The design of noncircular gear of constant pressure angle and the realization of its wire-electrode cutting [J]. *Key Engineering Materials*, 2006, 315-316: 215-219.
- [14] SALVADOR C F, LLUÏSA JORDI NEBOT. The design of noncircular gear of constant pressure angle and the realization of its wire-electrode cutting [J]. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2007, 129(9): 981-985.
- [15] WU XU-TANG, MAO SHI-MIN. Design of noncircular gears with discontinuous pitch curve [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2007, 33(11-12): 1098-1105
- [16] SALVADOR C F, LLUÏSA JORDI NEBOT. Study of the base curve and formation of singular points on the tooth profile of noncircular gears [J]. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2007, 129(5): 538-545.

(编辑 张小强)