

文章编号:1000-582X(2011)01-015-06

谐波小波解调法在齿轮箱故障诊断中的应用

刘小峰, 彭永金, 李 慧

(重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

摘 要:在研究谐波小波频段分解与 Hilbert 解调分析的基础上,提出了基于谐波小波包变换的解调分析法,并详述了其具体实现过程。该方法根据齿轮箱频谱特征与齿轮箱故障特征频率的理论计算值,确定所需提取的特征啮合分量,并在此基础上选择谐波小波包分解层数与所需提取的频带带宽;通过傅里叶变换及其反变换提取出相应的特征啮合分量,然后借助 Hilbert 算子对提取出的啮合分量进行包络解调分析。采用这种方法对存在磨损及点蚀故障的齿轮箱振动信号进行了分析,结果表明,基于谐波小波包的包络解调法具有精确提取任意频段调制信息的能力,能够为齿轮箱故障源的准确定位及故障程度提供可靠的判断依据。

关键词:谐波小波; Hilbert 变换; 故障诊断; 频带分解; 包络解调

中图分类号: TH133.3; TP395.02

文献标志码: A

Harmonic wavelet demodulation for gearbox fault diagnosis

LIU Xiao-feng, PENG Yong-jin, LI Hui

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: On the basis of partial decomposition in frequency domain with harmonic wavelet package method and Hilbert demodulation, the demodulation based on harmonic wavelet package transform is introduced. The Fourier spectra analysis is carried out after preprocessing, and the depth of decomposition and frequency band are determined by the analysis of frequency band distribution and the theoretic computation of gear box characteristic frequency. Then with FFT and IFFT the corresponding meshing component is extracted. Finally, the modulation information is extracted via Hilbert envelop analysis approach. With the proposed method, wear and notch faulty gearbox are tested and analyzed by experiment, respectively. The results prove that this method can locate gearbox fault precisely and provide corresponding basis for judging fault cause and degree.

Key words: harmonic wavelet package; Hilbert transform; gearbox fault; partial decomposition of frequency band domain; envelop demodulation

从机械表面拾取的振动加速度信号,特别是齿轮箱故障振动信号,大多具有明显的调幅调频的调制现象,在频谱上表现为在啮合频率或固有频率两侧出现间隔均匀的调制边频。从信号中提取调制信

息,分析其强度和频率大小就可以判断零件损伤的程度和部位,因此解调分析成为机械状态监测与故障诊断的一种重要方法^[1]。由于来自机械表面的加速度信号具有多载波多调制信息的特性,所以目前

收稿日期:2010-08-03

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51005261);重庆市科委自然科学基金计划资助项目(CSTS,2009BB0355 和 2009BB319)

作者简介:刘小峰(1980-),女,重庆大学副教授,博士,研究方向为虚拟仪器和设备状态检测与诊断,

(E-mail) liuxfeng0080@126.com。

大多数研究都是,先对齿轮箱信号进行滤波处理,再完成解调分析。例如,文献[1]利用小波包分解出能量集中的频段,然后利用 Hilbert 解调提取出齿轮箱的低频调制故障特征。文献[2]利用经验模态分解的方法将齿轮箱振动信号的特征频段分解出来,然后再进行解调分析。文献[3]采用 Smith^[4]提出的局部均值分解法对齿轮故障振动信号进行分解,然后提取出各个分量的调制信息。文献[5]采用二阶循环谱密度函数将调频信号信息分成了低频调频和高频载波频段两个循环频率域,然后再提取出相应的调制信息。但要指出的是,小波包分解作为解调的前置滤波处理会降低提取分量的频率分辨率,从而直接影响解调效果;经验模态分解受噪声影响大,在分解时会出现一些伪故障分量,造成故障状态的误判;局部均值法还有许多如迭代终止条件等理论问题有待完善和解决,会造成分解出来的分量没有真实的物理意义;循环解调方法只能进行高频和低频的划分,无法自适应地选取特征频带进行调制信息提取。

以上分析可知,滤波方法选取对调制信息的提取至关重要,有效的滤波方法对齿轮故障诊断具有较大的意义。谐波小波包变换是一种全新的时频滤波方法,可实现信号频带的无重叠的任意划分^[5]。选定合适的分解层数对振动信号进行谐波小波包分解,就可以把机械信号各个故障特征频率所在调制频带都提取出来加以分析,从而将所有不同严重程度的损伤都检测出来。因此,笔者采用基于谐波小波包变换来完成信号频域上的多带通滤波,然后采用 Hilbert 算子进行包络解调分析,并详细探讨了该方法在齿轮箱的故障诊断中的应用。

1 谐波小波与谐波小波包变换

小波分析实际上是一种相关分析方法。信号 $s(t)$ 的小波变换系数定义为

$$a(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\omega^*(t-\tau)dt, \quad (1)$$

式中 $\omega^*(t)$ 为小波函数 $\omega(t)$ 的复共轭。当 $s(t)$ 与 $\omega(t-\tau)$ 相关程度较高时, $a(t)$ 的值较大;而当它们相关程度较低时, $a(t)$ 的值就很小。

谐波小波是由 Newland 提出的一种正交小波^[6],它在频域具有严格的盒形谱特性,其频域表达式为

$$W_{m,n}(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{(n-m)2\pi}, & 2\pi m \leq \omega < 2\pi n; \\ 0, & \text{其他。} \end{cases} \quad (2)$$

式中 m, n 为实数(不必为整数)。从式(2)可以看出,谐波小波在频域中,仅在相应的频段内具有恒定的幅值,而在频段外全为 0。这表明谐波小波具有很好的带通滤波功能。由式(2)进行逆傅里叶变换(IFFT)就得到谐波小波的时域表达式为

$$\phi_{m,n}(t) = (e^{i2\pi nt} - e^{i2\pi mt})/i2\pi(n-m)t. \quad (3)$$

对于离散的数字信号,取离散时间 t 的步长为 $1/(n-m)$,将式(3)平移 k 步后得到

$$\phi_{m,n}\left(t - \frac{k}{n-m}\right) = \frac{e^{i2\pi n\left(t - \frac{k}{n-m}\right)} - e^{i2\pi m\left(t - \frac{k}{n-m}\right)}}{i2\pi(n-m)\left(t - \frac{k}{n-m}\right)}. \quad (4)$$

当式(4)中 $m=0, n=1$ 时就是谐波小波的表达式。对于离散信号 $s(r), r=0, 1, \dots, N-1$,由小波变换可知其离散的谐波小波变换为

$$\omega_s(m, n, k) = \frac{(n-m)}{N} \sum_{r=0}^{N-1} s(r) \bar{\phi}_{m,n}\left(r - \frac{k}{n-m}\right), \quad (5)$$

相应的离散傅里叶变换(DFT)为

$$\hat{\omega}_s(m, n, \omega) = \hat{s}(\omega) \bar{\phi}_{m,n}(\omega), \quad (6)$$

其中 $\bar{\phi}_{m,n}$ 是 $\phi_{m,n}$ 的复共轭。

从以上分析可知,谐波小波是具有实部和虚部的复小波,具有相位的锁定功能和良好的滤波性能,使得其他的频率成分在变换后被屏蔽,只有所分析频段的频率成分才能通过^[7]。由于谐波小波没有尺度函数,由 m 和 n 的可调性将信号分解到所需的频带内,这样不仅可以有良好的滤波效果,而且信号变换后的各个频带仍然具有与原信号相同的频率分辨率,分解后的点数不减少,克服了 Mallat 算法小波包分解的问题^[8]。同其他小波变换一样,二进谐波小波分析的特点是随着分解层数的增加,分析频段逐渐趋于高频,有若干频段不能在同一分解层内得到,不能任意选取感兴趣的分析频段。谐波小波包变换弥补了上述不足,它能在振动信号的分析中自适应地“无限细分”整个频带以提取信号中的有用频率成分,实现对频带的任意细分^[9]。令式(4)中的分析频带带宽为

$$B = f_h/2^j, \quad (7)$$

而令分析频带的上、下限为

$$\begin{cases} m = sB, \\ n = (s+1)B, \end{cases} \quad s = 1, 2, \dots, 2^j - 1. \quad (8)$$

式中 f_h 为信号的最高分析频率。随着分解层数 j 的逐渐增大,就可以应用谐波小波包 $\{W_{m,n}(t)\}$ 对信号的整个频带进行无限细分。谐波小波包的频带分解图^[10]如图 1 所示。

j=0层	s= 0															B=f _h	
j=1层	s= 0							1								B=f _h /2	
j=2层	s= 0				1				2				3			B=f _h /4	
j=3层	s=0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	B=f _h /8
j=4层	s=0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	B=f _h /16
.....

图 1 谐波小波包的频带分解图

从图 1 可以看出,如果对信号的哪个频带感兴趣,就可以将信号分解到相应的层上,并由式(7)和式(8)确定所要分析频带的上、下限,然后通过循环卷积运算(4)-(5)求出小波系数,就实现了相应频带上的谐波小波包分解。正是由于谐波小波选择频带的灵活性,使其在工程中的应用日益广泛。

2 基于谐波小波包变换的解调分析

设被分析信号 $s(t)$ 的谐波小波包变换系数为 $w(t)$,则 $w(t)$ 的 Hilbert 变换为

$$w'(t) = H\{w(t)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w(\tau)}{t-\tau} d\tau, \quad (9)$$

实信号 $w(t)$ 与 Hilbert 变换 $w'(t)$ 组成解析信号

$$z(t) = w(t) + jw'(t), \quad (10)$$

则信号 $w(t)$ 的包络为

$$A(t) = \sqrt{w^2(t) + w'^2(t)}. \quad (11)$$

对包络信号作 DFT 分析,即可得到包络信号的包络解调谱。采用 Hilbert 包络解调方法,Hilbert 变化得到的解析信号实部为实信号本身,虚部为其 Hilbert 变换,解析信号的模即为信号的包络。由于共振解调波与齿轮箱故障冲击存在一一对应关系,因此,只有齿轮箱存在故障时,解调谱中才有谱线,无故障则无谱线;而且解调谱的幅值与齿轮箱故障冲击强度成正比,因此可以用来度量故障的程度大小^[11]。

一般说来,正常运行状态与故障状态下的机器的输出信号各频带成分是不同的,可以根据这些频率分量的变化确定故障是否发生并找出故障原因^[12]。对于齿轮故障信号而言,各频带的调制信息代表了不同的故障特征,通过解调分析提取出各频带的调制信息,就可以判断齿轮故障所在。因此,提出了基于谐波小波变换的解调法,以解决齿轮故障状态的辨识问题。具体步骤如下:

1) 经过预处理后的信号必须先进行频谱分析,通过频率观察并结合齿轮箱故障特征频率的理论计算,确定调制频带的中心频率及带宽。

2) 在进行小波包分解前,先对信号进行 3 次样条插值,其目的在于提高小波包分解出的频带的调制规则性和时间分辨率,使得 Hilbert 解调效果更

佳。用 3 次样条函数联系离散时间序列的相邻点,相邻样条函数在衔接点不仅有相同的函数值而且具有相同的切线和曲率,因此非常光滑。整个插值函数由这些分段 3 次样条链接而成,具体算法可参见文献[13]。

3) 根据感兴趣的调制频带带宽,由式(7)确定小波频谱分解层数。根据调制频带中心频率,由式(8)确定,感兴趣的中心频率落在第 s 个窄带,再确定 m, n 值。

4) 找出 m, n 值对应于被分析信号离散频谱上的点 m_k, n_k 。

5) 由式(2)确定谐波小波在频域 $2\pi m_k \leq \omega < 2\pi n_k$ 的表达式,即在此频率段里的小波频域值 $\hat{\psi}_{m_k, n_k}(\omega)$, 并取 $\hat{\psi}_{m_k, n_k}(\omega)$ 的复共轭对称到整个 f_s 范围内。

6) 对离散信号 $s(r), r=0, 1, \dots, N-1$ 进行快速傅里叶变换,求得离散傅里叶值 $\hat{s}(\omega)$, 并根据式(6)求得 $\hat{w}_s(m, n, \omega)$ 。

7) 求 $\hat{w}_s(m, n, \omega)$ 的逆傅里叶变换 IFFT, 就得到了谐波小波包变换的结果 $\hat{w}_s(m, n, t)$ 。

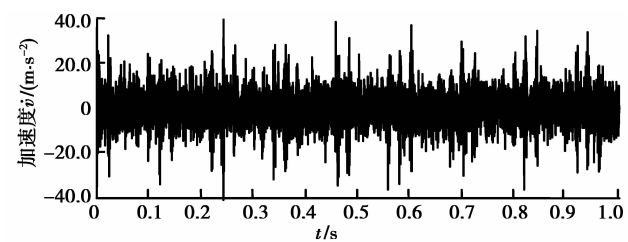
8) 按照式(9)计算 $\hat{w}_s(m, n, t)$ 的 Hilbert 变换 $\hat{w}'_s(m, n, t)$, 并按照式(10)组成相应的解析信号 $\hat{w}_z(m, n, t)$ 。

9) 按照式(11)计算 $\hat{w}_z(m, n, t)$ 的包络 $\hat{w}_A(m, n, t)$, 并进行必要的频谱分析,得到最后的谐波小波包解调分析谱。

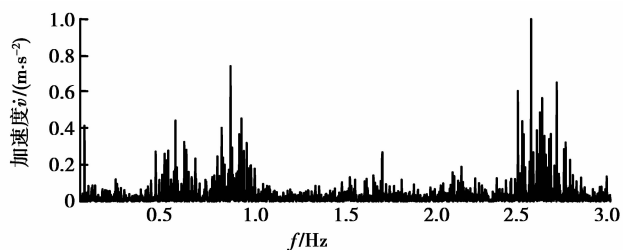
3 应用

对于正常运行的齿轮,振动信号主要成分是啮合频率及其谐波分量。当齿轮存在磨损、疲劳裂纹等早期故障时,则会出现以齿轮所在轴的转频及其倍频对啮合频率及谐波进行调制的现象,通过分析调制频率即可发现故障所在。要直接测量啮合齿轮本身的振动是非常困难的,只能用安装在变速箱箱体上的振动传感器来测量。齿轮的振动信号必须经过齿轮、轴、轴承和箱体才能到达传感器,但由于啮合齿轮与传感器之间的传递路径是固定不变的,可以假定传递函数对齿轮振动信号的影响可以忽略不计^[14-15]。实验对象为 2 个存在故障的 5S-111GPA 型汽车齿轮变速箱。通过安装在箱体表面上的加速度传感器,用 30 kHz 的采样频率测得两变速箱分别在 II 挡和 III 挡运行时的振动信号,为去除高次谐波的影响,模拟滤波器上限截止频率为 3 000 Hz,然后利用笔者提出的方法对振动信号进行分析以诊断其故障所在。

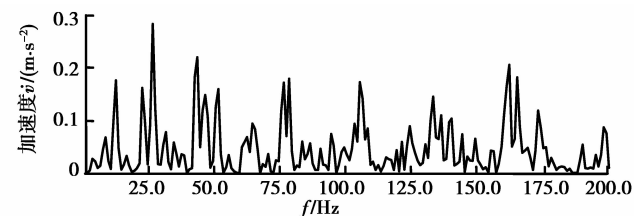
挂 II 挡时,动力经 I 轴(转频 $f_I = 25$ Hz)输入, II 轴(转频 $f_{II} = 14.19$ Hz)输出, III 轴(转频 $f_{III} = 20.73$ Hz)为副轴。齿轮 1 安装在轴 I 上,齿轮 2、3 安装在 III 轴上,齿轮 4 安装在 II 轴。齿轮 1 和齿轮 2 的啮合频率 $f_{1,2m}$ 为 850.00 Hz, 齿轮 3 与齿轮 4 的啮合频率 $f_{3,4m}$ 为 538.98 Hz。图 2(a)为采集到时域信号,其相应的频谱见图 2(b)。频谱中,齿轮 1、2 的啮合频率及其 3 倍频的幅值,齿轮 3、4 的啮合频率及其 5 倍频都比较突出,边频多且复杂,无法根据调制边频来判断故障所在。直接应用 Hilbert 算子对振动信号进行解调分析,得到的解调谱图 2(c)中,谱峰密集,出现了许多非故障频率成分,无法进行正确的故障诊断。采用笔者提出的方法对齿轮 1、2 啮合分量进行解调分析,首先对原始信号进行 3 次样条插值,再将插值信号分别分解至 4 层。选定频宽为 $B = 187.5$ Hz, $m = 750$, $n = 937.5$, 找出 750、937.5 对应于离散频谱上的点,按照步骤 5)–6)计算出 $\hat{\omega}_s(750, 937.5, \omega)$ 如图 3(a)所示。从图 3(a)可看出谐波小波包变换提取出的频段内的频率峰值几乎与图 1 中的原始频谱图相符。再按照步骤 7)–9)得到解调谱如图 3(b)所示。



(a) II 挡齿轮的振动信号时域波形

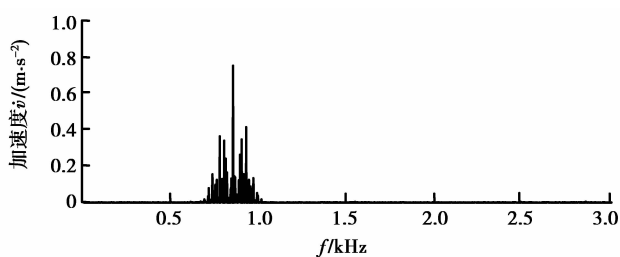


(b) II 挡齿轮振动信号频谱图

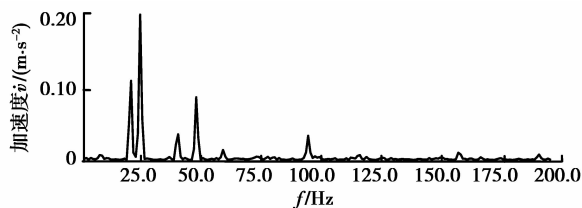


(c) II 挡齿轮振动信号 Hilbert 解调谱

图 2 II 挡齿轮振动信号分析实例



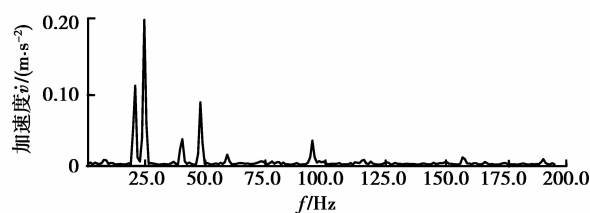
(a) 齿轮信号分解在 [750, 937.5] 频带的结果



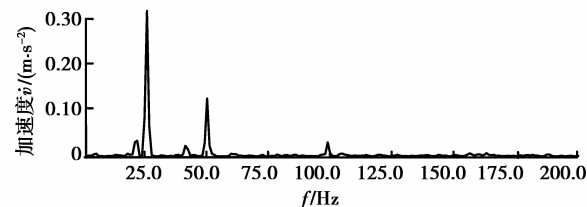
(b) [750, 937.5] 频带的解调谱

图 3 齿轮 1、2 啮合频率 $f_{1,2m}$ 的解调分析

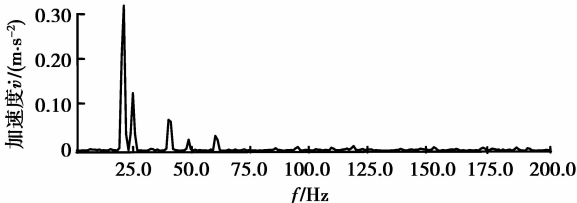
同理,对齿轮信号进行谐波小波包分解,将分析频率分解为 3 层 8 个频带,因为齿轮信号的 3、4 齿轮拟合频率 $f_{3,4m}$, $3f_{1,2m}$ 及 $5f_{3,4m}$ 主要集中在第 2 个、第 7 个及第 8 个频段,按照步骤 5)–9)得到的这 3 个频带的解调谱如图 4 所示。从图 2(b)及图 3 的解调谱中,可以看到在 4 个解调谱中,都明显存在频率为 21 Hz 和 25 Hz 及它们的倍频谱线。因而判断故障发生在齿轮 1、2 上,由解调谱的峰值突出可看出故障程度较大,拆开齿轮箱查看,齿轮 1 和齿轮 2 均存在严重的裂纹故障,诊断结果与事实相符。



(a) [375, 750] 频段信号的解调分析



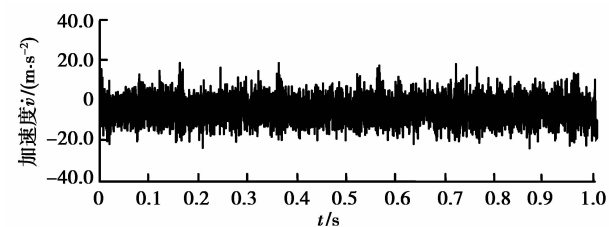
(b) [2 250, 2 625] 频段信号的解调分析



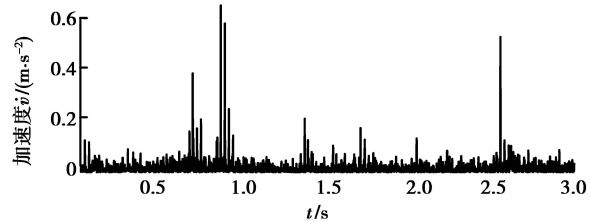
(c) [2 625, 3 000] 频段信号的解调分析

图 4 II 挡齿轮信号提取频带的解调分析谱

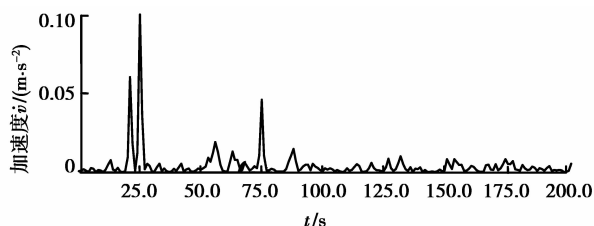
挂Ⅲ挡时,动力轴Ⅰ的转频与挂Ⅱ挡时相同($f_1 = 25.00$ Hz),输出轴Ⅱ转频 $f_{II} = 19.43$ Hz,副轴Ⅲ转频 $f_{III} = 20.73$ Hz。齿轮 1 安装在轴Ⅰ上,齿轮 2、5 安装在Ⅲ轴上,6 齿轮安装在Ⅱ轴。齿轮 1 和齿轮 2 的啮合频率仍为 850 Hz,齿轮 5 与齿轮 6 的啮合频率为 680.09 Hz。图 5(a)为采集到的时域波形,相应的频谱图见图 5(b),图 5(c)为其 Hilbert 包络谱。频谱中,由于边带微弱,几乎被噪声淹没,无法判断故障所在,在 Hilbert 包络谱中,25.00 Hz 处峰值最为突出,对应着Ⅰ的转频;21 Hz 处峰值也较突出,对应着轴Ⅲ的转频。通常,这预示着轴Ⅰ、Ⅲ或相应齿轮发生故障,故而引起两轴调制振动信号。然而用笔者提出的分析法,对图 5(a)进行插值处理后,再用谐波小波包变换将其分解至 3 层,取[375,750],[750,1 125]频段信号进行解调分析,得到的解调谱如图 6(a)、(b)所示。从图 5 可看出,2 个解调谱中 25 Hz 非常突出且噪声干扰小。因此,可以判定故障出现在齿轮 1 上或轴Ⅰ上,经查证,齿轮 1 一齿面有微小凹坑。



(a) Ⅲ挡齿轮的振动信号时域波形

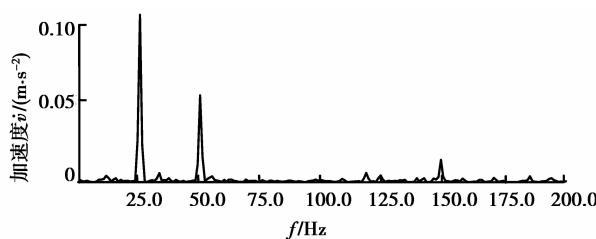


(b) Ⅲ挡齿轮振动信号频谱图

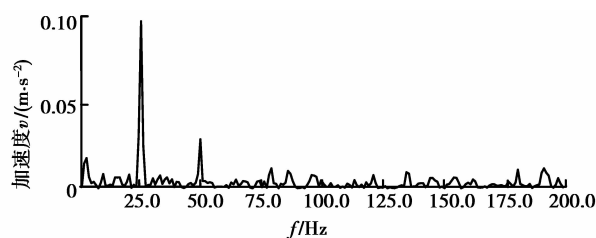


(c) Ⅲ挡齿轮振动信号 Hilbert 解调谱

图 5 Ⅲ挡齿轮振动信号分析实例



(a) [375,750]频段信号的解调分析



(b) [750,1 125]频段信号的解调分析

图 6 Ⅲ挡齿轮信号提取频带的解调分析谱

从以上分析可知,谐波小波包与 Hilbert 解调相结合的方法可在整个分析频率范围内进行任意频带划分,满足特定频段的解调分析需求,并且可以准确地判断故障信号中所含的调制成分,从而对故障类型及故障程度作出正确的判断。对齿轮箱故障的成功识别表明,该方法是一种有效的频域信号分析和故障识别的工具,具有十分广阔的应用前景。

4 结 语

在齿轮箱故障诊断中,故障信号常常会对啮合频率及固有频率等进行调制,检测出振动信号中特征频带的调制信息对于齿轮箱状态检测和早期的故障诊断具有十分重要的意义。笔者采用谐波小波解调法对存在磨损和点蚀故障的齿轮箱振动信号进行分析。结果证明,将谐波小波包分解与解调分析相结合,可以使齿轮箱故障分量的故障特征更加突出,便于实现齿轮箱状态的准确辨识,是一种较为理想的多分量信号调制特征提取方法。要指出的是,与其他滤波解调方法一样,谐波小波解调方法所采用的谐波小波包分解割裂了信号各分量之间的关系,而且对分量中的噪声干扰一起处理,信号分量调制特征在噪声影响下会被掩盖亦或产生畸变。如果能够根据有用信号成分的具体特征设计谐波小波函数,准确地分解出特征信号分量,就可以弥补上述缺陷,这个问题还有待进一步的研究。

参考文献:

[1] 吴亚辉,陈东海,冷军发.基于小波包与 Hilbert 解调谱的矿用齿轮箱故障诊断[J].机械传动,2009,33(2):

- 61-98.
- WU YA-HUI, CHEN DONG-HAI, LENG JUN-FA. Fault diagnosis of mine gear box based on the wavelet packet and Hilbert demodulation spectrum [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2009,33(2):61-98.
- [2] 李勇,孙广. 基于 EMD 分解的齿轮箱故障诊断研究[J]. *煤矿机械*, 2009,30(7):208-209.
- LI YONG, SUN GUAN. Based on EMD decomposition of gearbox fault diagnosis [J]. *Coal Mine Machine*, 2009,30(7):208-209.
- [3] 程军圣, 杨宇, 于德介. 局部均值分解方法及其在齿轮故障诊断中的应用[J]. *振动工程学报*, 2009,22(1):71-86.
- CHENG JUN-SHENG, YANG YU, YU DE-JIE. The local mean decomposition method and its application to gear fault diagnosis [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2009,22(1):71-86.
- [4] SMITH J. The local mean decomposition and its application to EEG perception data[J]. *Journal of the Royal Society Interface*, 2005,2(5):443-454.
- [5] INOUE T, SUEOKA A, KANEMOTO H, et al. Detection of minute signs of a small fault in a periodic or a quasi-periodic signal by the harmonic wavelet transform [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007,21(5):2041-2055.
- [6] HOU S M, LI Y R, WANG Z G. A resonance demodulation method based on harmonic wavelet Transform for rolling bearing fault diagnosis [J]. *Structural Health Monitoring*, 2010,9(4):297-308.
- [7] YAN R Q, GAO R X. An efficient approach to machine health diagnosis based on harmonic wavelet packet transform [J]. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 2005,21(4/5):291-301.
- [8] MORSE W G, EL-HAWARY M E. Suitable mother wavelet for harmonics and inter-harmonics measurements using wavelet packet transform[C] // *Canadian Conference of Electrical and Computer Engineering*, Vancouver, BC, April 22-26, 2007[2007-07-30]. http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=4232851&tag=1.
- [9] NARASIMHAN S V, HARISH M, HARIPRIYA A R, et al. Discrete cosine harmonic wavelet transform and its application to signal compression and subband spectral estimation using modified group delay [J]. *Signal, Image and Video Processing*, 2009,3(1):85-99.
- [10] 张文斌, 周晓军, 林勇, 等. 基于谐波小波包方法的旋转机械故障信号提取[J]. *振动与冲击*, 2009,28(3):87-90.
- ZHANG WEN-BIN, ZHOU XIAO-JUN, LIN YONG, et al. Harmonic wavelet package method used to extract fault signal of rotation machinery [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2009,28(3):87-90.
- [11] 程发斌, 汤宝平, 何启源. 虚拟式 Hilbert-Huang 变换信号分析仪的研制[J]. *重庆大学学报:自然科学版*, 2007,30(6):1-5.
- CHENG FA-BIN, TANG BAO-PING, HE QI-YUAN. Virtual analyzer based on Hilbert-Huang transform[J]. *Journal of Chongqing University: Natural Science Edition*, 2007,30(6):1-5.
- [12] JAKSCH I, FUCHS P. Demodulation analysis for exact rotor faults detection under changing parameters[C] // *IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, Cargese*, August 31-September 3, 2009[2009-10-23]. http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=5292800.
- [13] LIU Z W, CHEN J Q, CHEN R S. Adaptive sampling approach based on cubic-spline for fast monostatic RCS calculation [C] // *IEEE Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for wireless communications*, August 16-17, 2007, Hangzhou. [S.l.]: IEEE, 2007: 872-875.
- [14] 丁康, 李巍华, 朱小勇. 齿轮及齿轮箱故障诊断实用技术[M]. 北京:机械工业出版社, 2005.
- [15] TANG G J, YE J S, ZHANG R P, et al. Harmonic wavelet packets method and its application to signal analysis of rotating machinery [C] // *International Conference on Image Analysis and Signal Processing*, Taizhou, April 11-12, 2009[2009-06-02]. http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=5054574.