

文章编号:1000-582X(2011)01-026-10

面齿轮传动系统参数激励振动特性分析

杨 振,王三民,范叶森,刘海霞

(西北工业大学 机电学院,陕西 西安 710072)

摘 要:为研究各参数对面齿轮传动系统动态特性的影响,建立了包含齿侧间隙、传动误差、时变啮合刚度、阻尼、支承和外激励等参数的系统弯-扭耦合非线性动力学模型,结合非线性动力学数值分析理论求解并得到了系统在不同参数下的分岔特性。计算结果表明,增加齿侧间隙、时变啮合刚度和传动误差会导致系统动载荷明显增大,而增加啮合阻尼则能有效降低系统的动载荷。

关键词:面齿轮传动;非线性动力学;分岔;动载系数

中图分类号:TH132.4

文献标志码:A

Vibration characteristics of face-gear transmission system with parametric excitation

YANG Zhen, WANG San-min, FAN Ye-sen, LIU Hai-xia

(School of Mechatronics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, P. R. China)

Abstract: In order to study the influences of different factors on nonlinear dynamics of face-gear transmission system, a nonlinear dynamic model is presented. This model includes backlash, general transmission error, time-varying meshing stiffness, meshing damping, bearings and external load, etc. Based on numerical analysis theory of nonlinear dynamics, the equations are solved and the bifurcation characteristics with different parameters are obtained. And the calculation results show that increasing the backlash and time-varying meshing stiffness will augment the dynamic load of system, but increasing the mesh damping will reduce the dynamic load effectively.

Key words: face-gear transmission; nonlinear dynamics; bifurcation; dynamic-load coefficient

随着航空工业的高速发展,人们对航空用齿轮传动的要求也越来越高,总体上正朝着高速、重载、轻质量的方向发展。为了满足前面的要求,一些新型齿轮越来越多地被应用在航空传动装置中,面齿轮就是其中一种。20世纪90年代 Litivin 等^[1]对面齿轮的设计加工及其在直升机传动中的应用进行了研究,发现面齿轮传动具有重合度大、对安装误差敏感及轴向无作用力等很多优点,当应用在直升机传动中时能极大地降低传动装置的质量和成本。

目前国内外学者对面齿轮传动的研究主要集中在啮合原理、齿面设计、轮齿弯曲强度、齿面接触强度、切齿及磨齿加工和面齿轮疲劳寿命实验等方面^[2-7]。而对于面齿轮传动的振动特性的研究还处于起步阶段,靳广虎等^[8]建立了包含传动误差的面齿轮线性振动模型,并讨论了传动误差对面齿轮传动的影响。

由于面齿轮传动与其他齿轮传动一样含有间隙、时变啮合刚度和齿轮误差等参数,仍然是一个强非线性系统,因此应该利用非线性动力学理论对其

收稿日期:2010-08-20

基金项目:863 计划资助项目(2009AA04Z404)

作者简介:杨振(1980-),男,西北工业大学博士研究生,主要研究方向为机械传动系统非线性动力学及可靠性分析。

王三民(联系人),男,西北工业大学教授,博士生导师,(E-mail) wangsami@nwpu.edu.cn。

振动特性进行分析,这样更接近于传动系统真实的工作状态。

为此,笔者通过建立面齿轮传动的弯-扭耦合非线性动力学模型,考虑齿侧间隙、时变啮合刚度、综合误差等内部激励,分析并讨论了在不同的参数激励下系统动态特性的变化规律。

1 系统的非线性动力学模型

图 1 所示为正交面齿轮动力学模型简图,图中两齿轮分别被处理为具有转动惯量的质量块,而支承轴也被等效处理到两齿轮的轮心 O_p, O_g 上。同时,以直齿轮轴线为 x 轴,以面齿轮轴线为 y 轴,建立全局坐标系 $\Sigma(Ox y z)$ 。根据面齿轮传动特点,当小齿轮为直齿圆柱齿轮时,小齿轮无轴向作用力,因此模型中只考虑 y, z 方向上的支承和阻尼。另外,这里未考虑两齿轮的摆振。

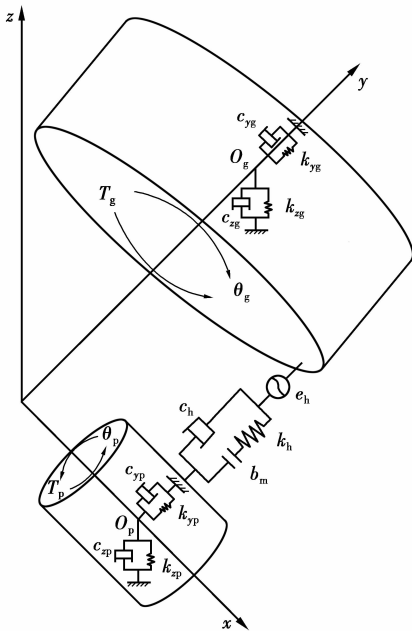


图 1 正交面齿轮传动系统非线性动力学模型

从图 1 中可以看出,整个传动系统共有 6 个自由度,分别为 $\{Y_p, Z_p, \theta_p, Y_g, Z_g, \theta_g\}^T$ 。

2 系统的振动微分方程

两齿轮啮合点间因振动和误差产生的法线方向的相对位移为

$$\lambda_n = (r_p \theta_p - r_g \theta_g + Z_p - Z_g) c_1 + (Y_p - Y_g) c_2 - e_n(t), \quad (1)$$

式中: $c_1 = \cos \alpha_n, c_2 = \sin \alpha_n$; r_p 为小齿轮的基圆半径, r_g 为面齿轮的名义半径; α_n 为齿轮啮合点处的

压力角; $e_n(t)$ 为齿轮副的综合传动误差。

则齿轮副沿啮合线方向的动载荷及其在坐标轴上的分力分别为

$$\begin{cases} F_n = k_h(t) f(\lambda_n) + c_h \dot{\lambda}_n, \\ F_y = F_n c_2, \\ F_z = F_n c_1. \end{cases} \quad (2)$$

式中: $k_h(t)$ 为时变啮合刚度; c_h 为啮合阻尼; $f(\lambda_n)$ 为间隙函数。其中 $f(\lambda_n)$ 表达式为

$$f(\lambda_n) = \begin{cases} \lambda_n - b_m, & \lambda_n > b_m; \\ 0, & |\lambda_n| \leq b_m; \\ \lambda_n + b_m, & \lambda_n < -b_m. \end{cases} \quad (3)$$

式中 b_m 为法向平均啮合间隙之半。

下面分析时变啮合刚度激励 $k_h(t)$ 和齿轮副传动误差激励 $e_n(t)$ 的表达式。

计算齿轮的时变啮合刚度时,先按照石川法计算出齿轮在单齿和双齿啮合时的啮合刚度,然后将轮齿综合啮合刚度简化成关于啮合频率的矩形波周期函数,再将其展开成傅里叶级数并略去高阶项后,得到其具体表达式为

$$k_h(t) = k_m + A_k \cos(\omega_h t + \varphi_k), \quad (4)$$

式中: k_m 为啮合刚度的平均值; A_k 为啮合刚度的波动幅值; ω_h 为齿轮副的啮合频率; φ_k 为初相位。

由于对齿轮振动影响较大的误差比较多,如基节偏差、齿距偏差、齿形误差和齿距累积误差等,在此将其统称为齿轮副的法向静态传动误差。具体的处理方法参考文献[9],将其表示为啮合频率的简谐函数

$$e_n(t) = e_0 + A_e \sin(\omega_h t + \varphi_e), \quad (5)$$

式中: e_0 为法向静态传动误差常值; A_e 为法向静态传动误差变量幅值; φ_e 为初相位。

则图 1 所示的面齿轮传动系统的振动方程为

$$\left. \begin{aligned} m_p \ddot{Y}_p + c_{yp} \dot{Y}_p + k_{yp} Y_p &= F_y, \\ m_p \ddot{Z}_p + c_{zp} \dot{Z}_p + k_{zp} Z_p &= F_z, \\ J_p \ddot{\theta}_p &= T_p - F_n r_p, \\ m_g \ddot{Y}_g + c_{yg} \dot{Y}_g + k_{yg} Y_g &= -F_y, \\ m_g \ddot{Z}_g + c_{zg} \dot{Z}_g + k_{zg} Z_g &= -F_z, \\ J_g \ddot{\theta}_g &= -T_g + F_z r_g. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 m_p, m_g, J_p, J_g 分别为两齿轮的质量和转动惯量。

为了消除系统的刚体位移,引入齿面啮合点间的法向相对位移 λ_n 作为新的自由度,并对方程组(6)进行量纲一化处理后,得到系统的无量纲方程

$$\begin{cases} \ddot{y}_p + 2\xi_{yp}\dot{y}_p - 2\xi_{hp}c_2\dot{\lambda} + k_{yp}y_p - k_{hp}f(\lambda) = 0, \\ \ddot{z}_p + 2\xi_{zp}\dot{z}_p - 2\xi_{hp}c_1\dot{\lambda} + k_{zp}z_p - k_{hp}f(\lambda) = 0, \\ \ddot{y}_g + 2\xi_{yg}\dot{y}_g + 2\xi_{hg}c_2\dot{\lambda} + k_{yg}y_g + k_{hg}f(\lambda) = 0, \\ \ddot{z}_g + 2\xi_{zg}\dot{z}_g + 2\xi_{hg}c_1\dot{\lambda} + k_{zg}z_g + k_{hg}f(\lambda) = 0, \\ -c_2\ddot{y}_p - c_1\ddot{z}_p + c_2\ddot{y}_g + c_1\ddot{z}_g + \ddot{\lambda} + 2\xi_h c_1\dot{\lambda} + k_h c_1 f(\lambda) = f_{pm} + f_{pv} + f_g + f_e. \end{cases} \quad (7)$$

式中:

$$y_j = \frac{Y_j}{b_m}; z_j = \frac{Z_j}{b_m}; \lambda = \frac{\lambda_n}{b_m};$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_m}{m_e}}; \omega_{ij} = \sqrt{\frac{k_{ij}}{m_j}};$$

$$\xi_{ij} = \frac{c_{ij}}{(2m_j\omega_n)}; k_{ij} = \frac{\omega_{ij}^2}{\omega_n^2};$$

$$\xi_{hj} = \frac{c_h}{(2m_j\omega_n)}; k_{hj} = \frac{k_h(\tau)}{(m_j\omega_n^2)};$$

$$\xi_h = \frac{c_h}{(2m_e\omega_n)}; \tau = \omega_n t;$$

$$\Omega_h = \frac{\omega_h}{\omega_n}; \Omega_F = \frac{\omega_F}{\omega_n};$$

$$k_h = \frac{k_m}{m_e b_m \omega_n^2} + a_k \frac{k_m}{m_e b_m \omega_n^2} \cos(\Omega_h \tau + \varphi_k);$$

$$a_k = \frac{A_k}{k_m}; f_p = \frac{F_p}{m_e b_m \omega_n^2};$$

$$f_g = \frac{F_g}{m_e b_m \omega_n^2};$$

$$f_e = a_e \cos(\Omega_h \tau + \varphi_e); a_e = \frac{A_e \Omega_h^2}{b_m};$$

$$f(\lambda) = \begin{cases} \lambda - \bar{b}_m, & \lambda > \bar{b}_m; \\ 0, & |\lambda| \leq 1; \\ \lambda + \bar{b}_m, & \lambda < -\bar{b}_m. \end{cases}$$

以上各式中 $i = y, z; j = p, g$ 。

3 参数对系统动态特性的影响分析

对方程组(7),用 PNF 方法^[10]对其进行求解,得到的系统响应以量纲一化的形式给出,图中 λ 表示量纲一位移, $d\lambda$ 表示量纲一速度。

系统主要参数^[8]取为:齿数 $z_p = 36, z_g = 123$;模数 $m = 4 \text{ mm}$;齿宽 $B = 30 \text{ mm}$;压力角 $\alpha_n = 20^\circ$;法向静态传动误差均值 $e_0 = 0 \text{ }\mu\text{m}$,幅值 $A_e = 15 \text{ }\mu\text{m}$,初始相位角 $\varphi_e = 0$;驱动转矩 $T_p = 300 \text{ N}\cdot\text{m}$;负载转矩 $T_g = 1\,025 \text{ N}\cdot\text{m}$;齿侧间隙 $b_m = 100 \text{ }\mu\text{m}$;啮合刚度 $k_m = 3.2 \times 10^8 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$;小直齿轮支承刚度 $k_{yp} = k_{zp} = 2.8 \times 10^8 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$,面齿轮支承刚度 $k_{yg} = k_{zg} = 5.2 \times 10^8 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ 。

3.1 间隙对系统动态特性的影响

图 2 为量纲一齿侧间隙 \bar{b}_m 从 0 增加到 6.5 时系统响应的分岔图。由图 2 可见,当齿侧间隙为 0 时,系统呈现拟周期响应,具体的变化情况如图 3 所示,此时系统的动载系数幅值为 8.2。当间隙增大到 2.0 时,系统响应为 5 周期次谐波响应(图 4),此时系统的动载系数幅值下降到 7.76。间隙继续增大到 3.0 时,系统再次进入拟周期响应(图 5),此时系统的拟周期环拓扑结构发生了变化,系统的动载系数幅值为 8.18。当间隙增大到 4.2 时,系统的拟周期环面发生破碎,由完整的环面破碎成数个小的吸引子区域(图 6),此时系统动载系数幅值为 8.3。当间隙增大到 6.0 时,系统呈现 5 周期响应(图 7)。

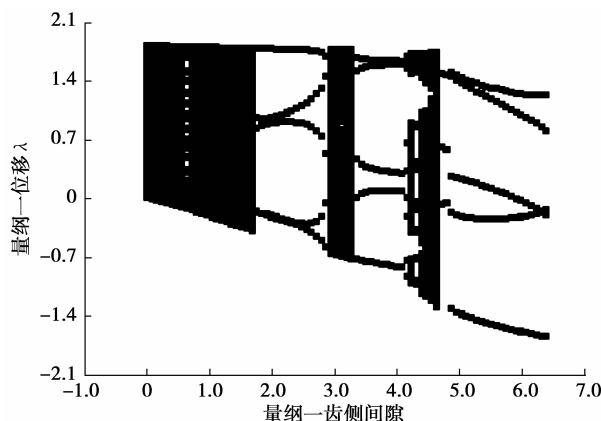
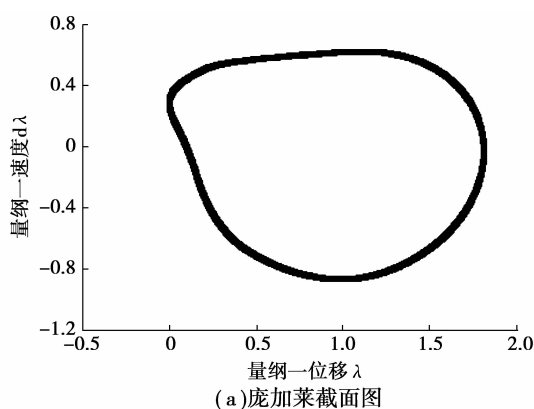
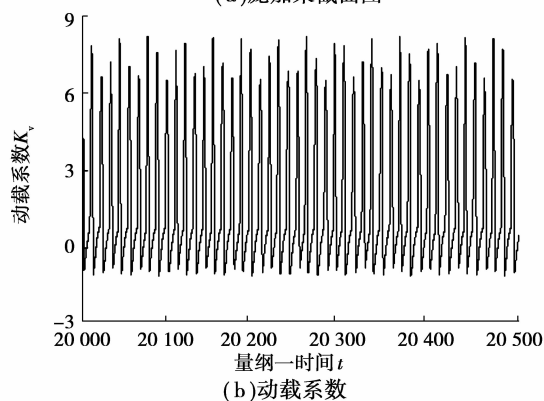


图 2 齿侧间隙 \bar{b}_m 变化时系统响应的分岔图



(a) 庞加莱截面图



(b) 动载系数

图 3 $\bar{b}_m = 0$ 时拟周期响应

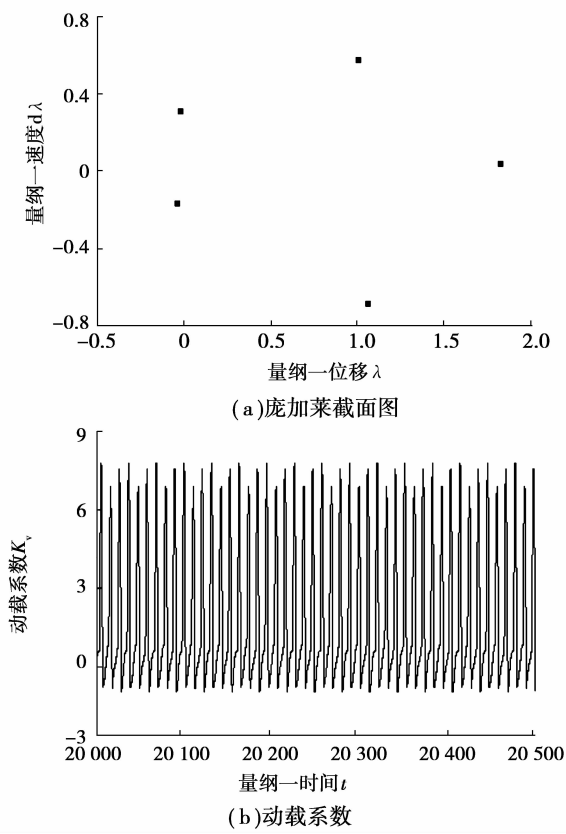


图 4 $\bar{b}_m = 2.0$ 时 5 周期响应

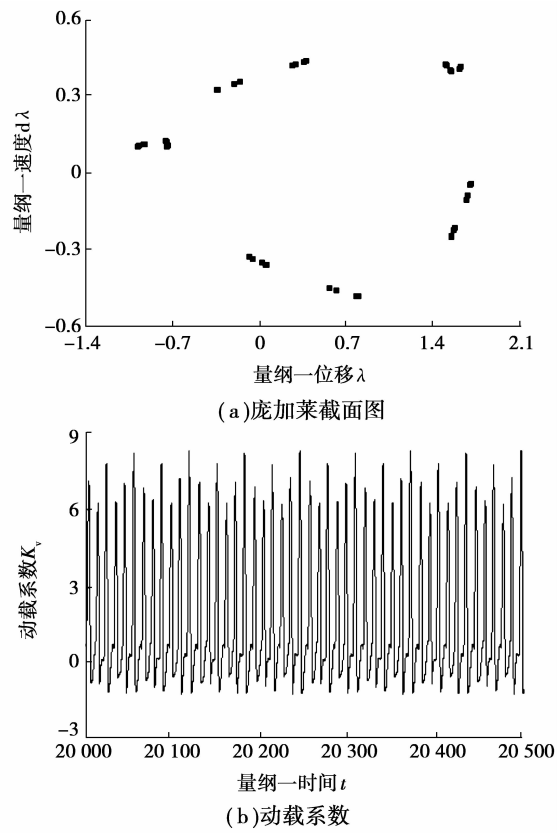


图 6 $\bar{b}_m = 4.2$ 时拟周期响应

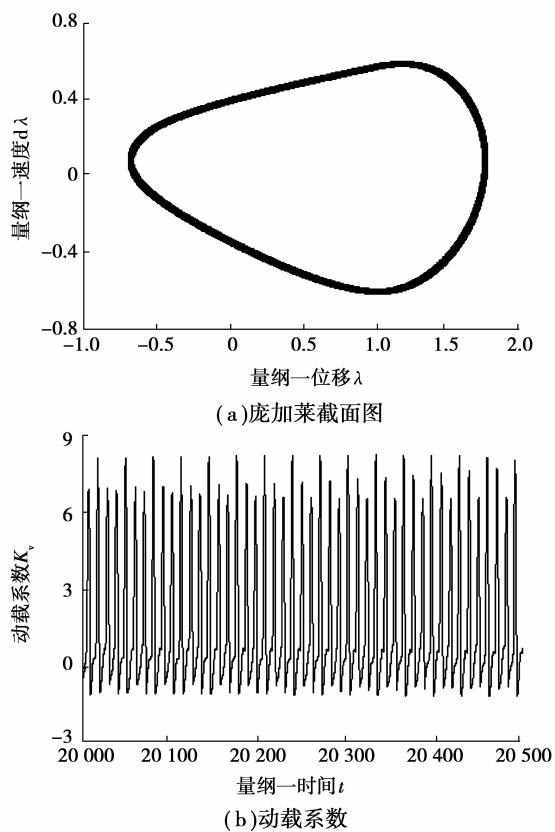


图 5 $\bar{b}_m = 3.0$ 时拟周期响应

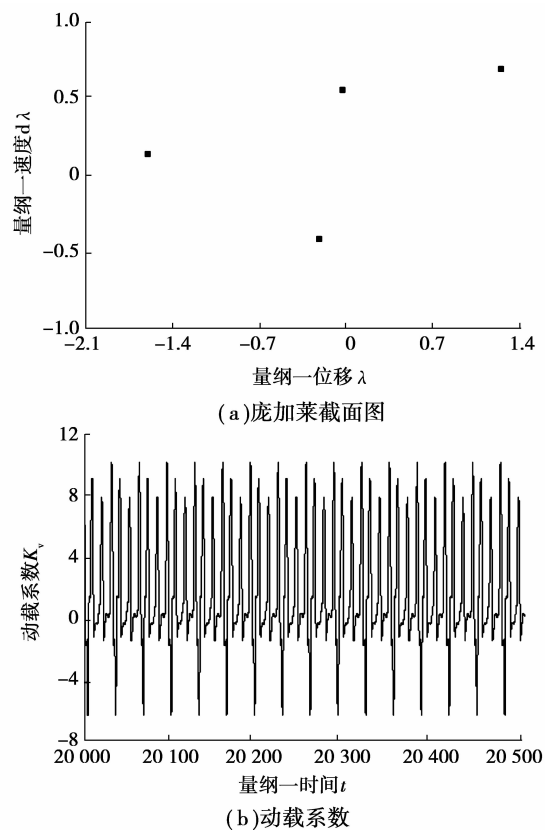


图 7 $\bar{b}_m = 6.0$ 时 5 周期响应

虽然响应特性比较简单,但是齿轮的工作状态有很大变化,齿面冲击和齿背冲击都非常大,此时系统的动载系数幅值大幅度增加到 10.1。

3.2 时变啮合刚度对系统动态特性的影响

图 8 为时变啮合刚度幅值系数 a_k 变化时系统的动态响应分岔图,由图 8 可以看出,当幅值系数比较小时,系统响应比较简单,当幅值系数增大到一定程度时,系统就会进入拟周期响应并最终进入混沌响应。

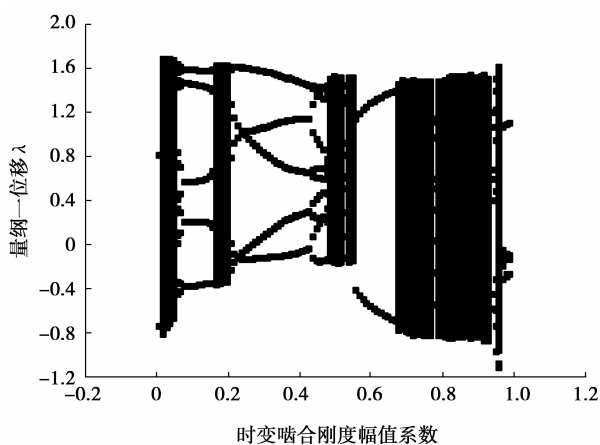
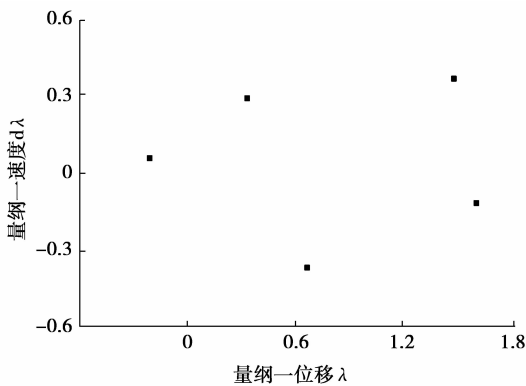


图 8 时变啮合刚度幅值 a_k 变化时系统响应的分岔图

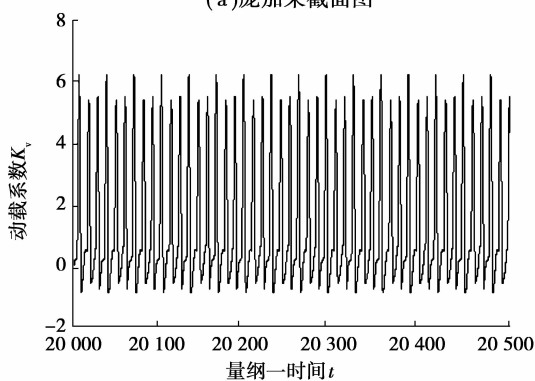
图 9 为 $a_k=0.1$ 时系统动态响应图,此时系统响应为 5 周期次谐波响应,系统动载系数幅值为 6.3。当幅值系数增大到 0.2 时,系统呈现出拟周期响应(图 10),其 Poincaré 截面为一个封闭环,此时系统动载系数幅值增大到 6.52。当幅值系数继续增大到 0.4 时,系统响应又回到了 5 周期响应(图 11),但是系统的动载系数幅值增大为 6.8。当幅值系数增大到 0.48 时,系统发生了倍周期分岔,由 5 周期分岔到 10 周期响应(图 12),系统动载系数幅值也增大到 7.0。当幅值系数继续增大到 0.6 时,系统响应变为 2 周期响应(图 13),但是此时系统的动载系数幅值较之前的周期运动大幅增加到 8.3。当幅值系数增大到 0.8 时,系统呈现出混沌响应特性(图 14),此时系统响应比较复杂,同时动载系数幅值变得非常大,达到了 14.0。

3.3 阻尼比对系统动态特性的影响

图 15 为啮合阻尼比 ξ_g 变化时系统的动态响应分岔图,由图 15 可以看出,系统响应在阻尼比较小时比较复杂,当阻尼比增大到 0.04 左右时,系统响应会发生突变进入单周期响应。

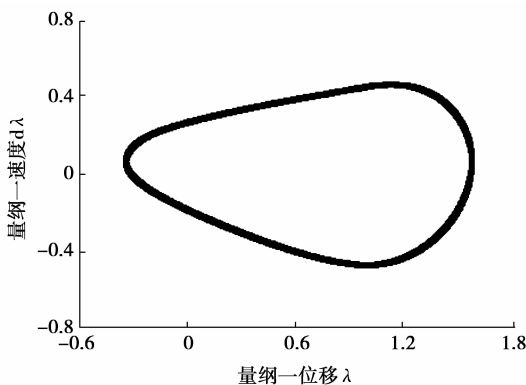


(a)庞加莱截面图

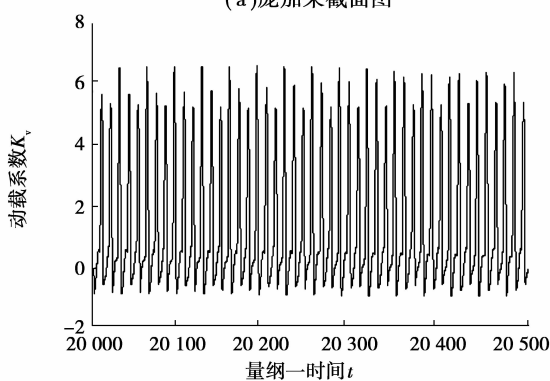


(b)动载系数

图 9 $a_k=0.1$ 时 5 周期响应



(a)庞加莱截面图



(b)动载系数

图 10 $a_k=0.2$ 时拟周期响应

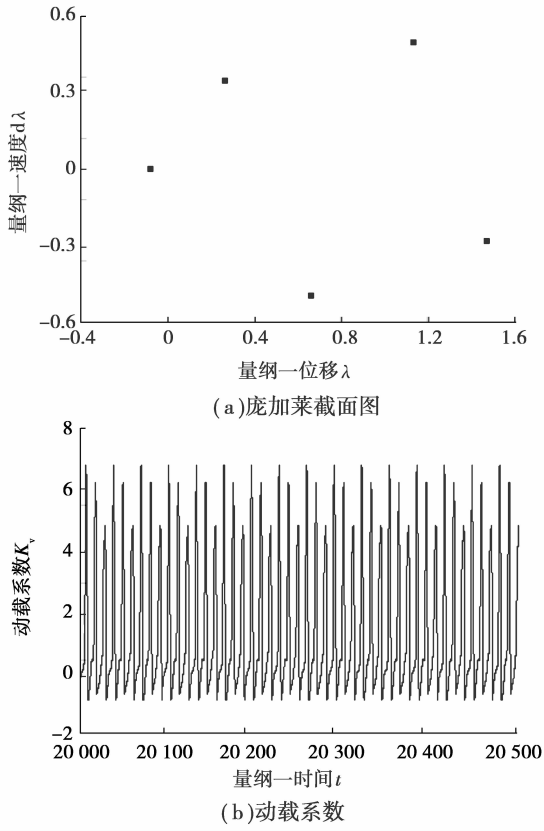


图 11 $a_k = 0.4$ 时 5 周期响应

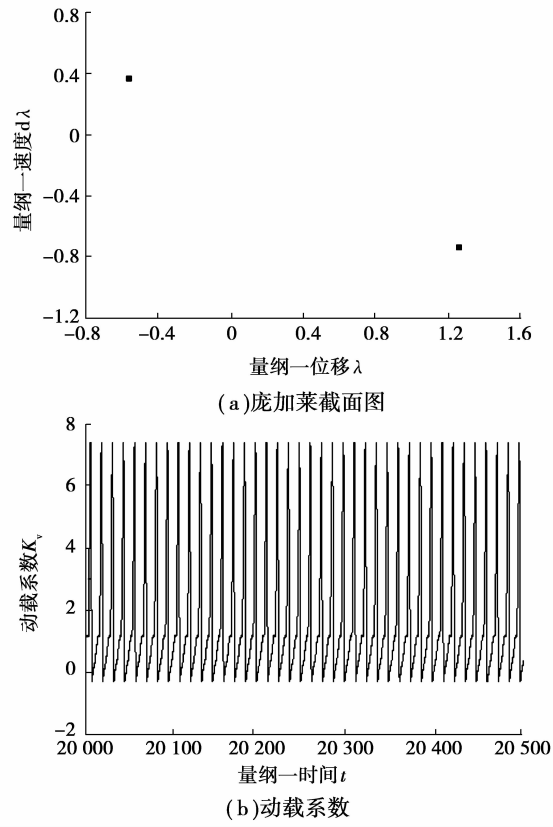


图 13 $a_k = 0.6$ 时 2 周期响应

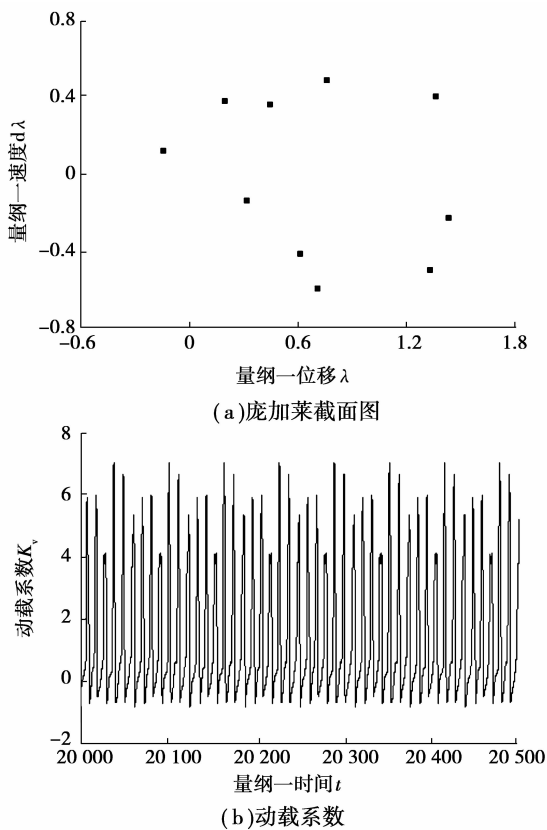


图 12 $a_k = 0.48$ 时 10 周期响应

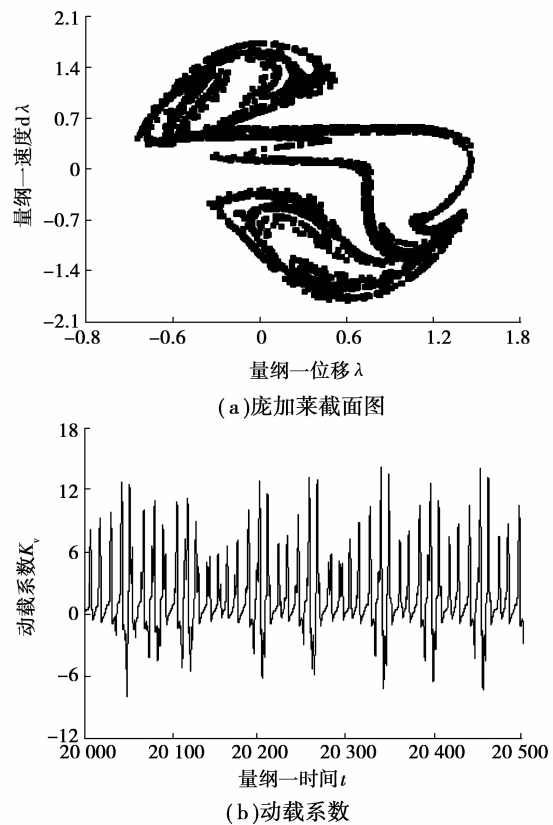


图 14 $a_k = 0.8$ 时混沌响应

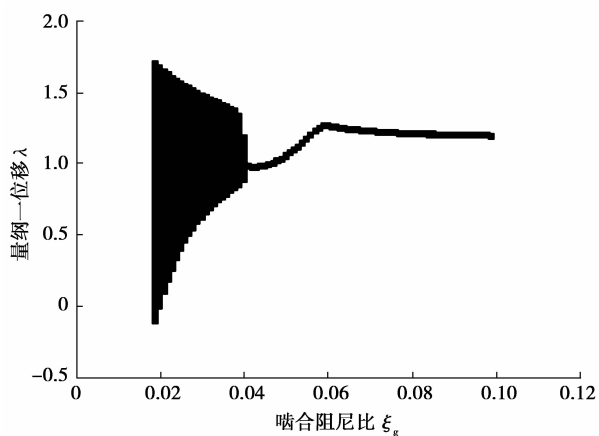
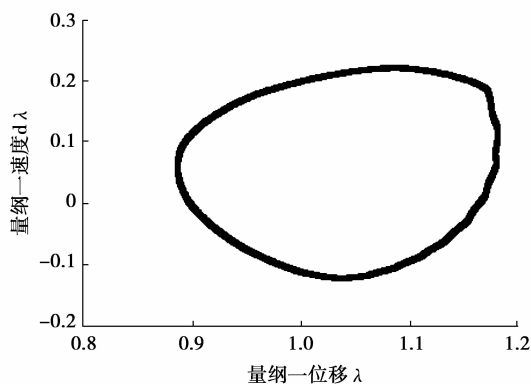
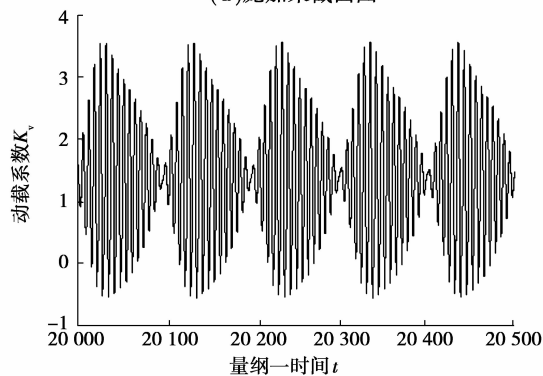
图 15 啮合阻尼比 ξ_g 变化时系统响应的分岔图

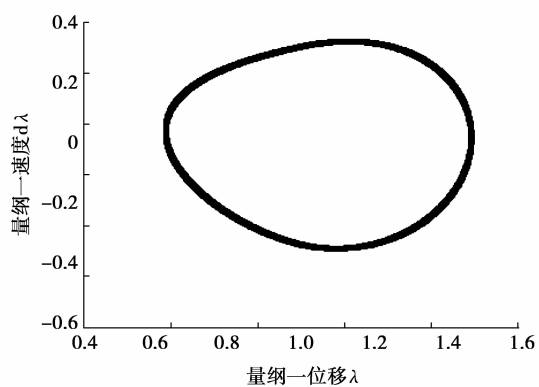
图 16、17 为阻尼比分别为 $\xi_g = 0.03$ 和 $\xi_g = 0.04$ 时系统的响应图, 此时系统均为拟周期响应, 但是动载系数幅值却呈现出降低的趋势, 分别为 4.6、3.6。当阻尼比增大到 0.06 时, 系统为单周期响应 (图 18), 此时系统的动载系数幅值为 3.0。同样, 阻尼比继续增大到 0.1 时系统依然保持单周期响应 (图 19), 不过系统的动载系数幅值继续减小到 1.9。



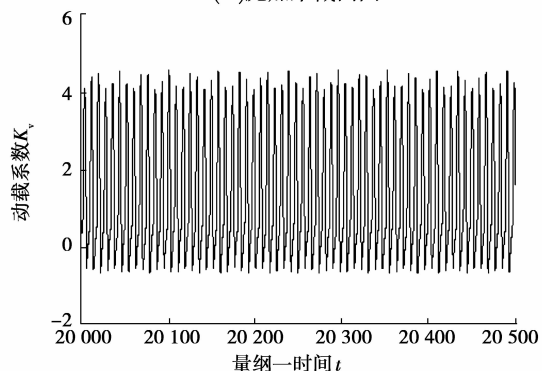
(a) 庞加莱截面图



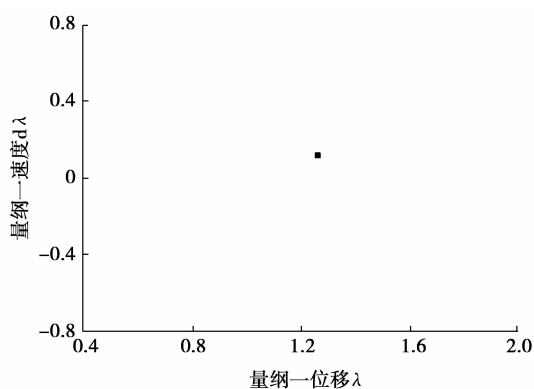
(b) 动载系数

图 17 $\xi_g = 0.04$ 时拟周期响应

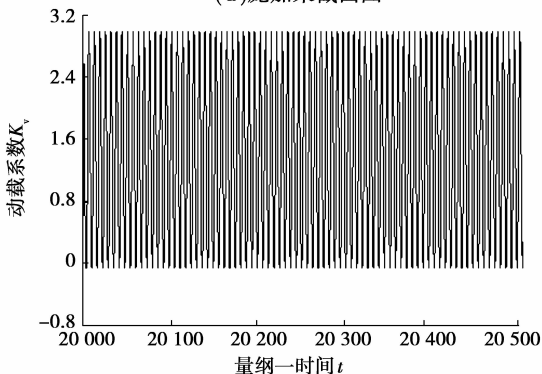
(a) 庞加莱截面图



(b) 动载系数

图 16 $\xi_g = 0.03$ 时拟周期响应

(a) 庞加莱截面图



(b) 动载系数

图 18 $\xi_g = 0.06$ 时单周期响应

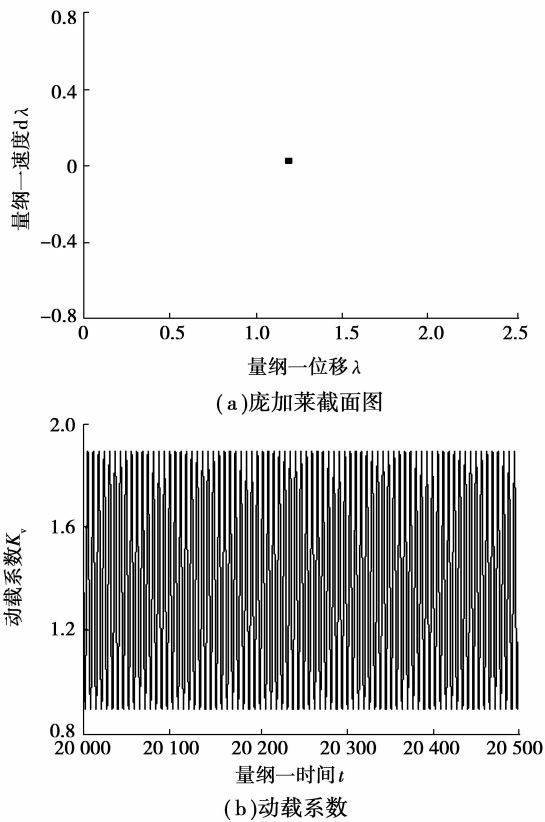


图 19 $\xi_g = 0.1$ 时单周期响应

3.4 传动误差对系统动态特性的影响

图 20 为量纲一化综合误差幅值 a_e 变化时系统的动态响应分岔图,由图 20 可以看出,系统响应在误差幅值较小时比较复杂,随着误差幅值的增大,系统响应会进入一个比较宽的周期窗口,系统响应比较简单,但是随着误差幅值的进一步增大,系统会发生分岔并最终进入混沌响应。

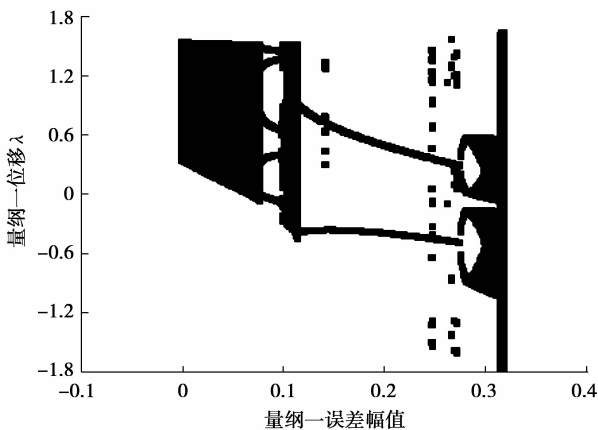


图 20 综合传动误差幅值 a_e 变化时系统响应的分岔图

图 21 为误差幅值为 0.05 时系统的响应图,此时系统为拟周期响应,动载系数幅值为 4.8。当误差幅值增大到 0.08 时,系统响应由拟周期响应变为 5 周期响应(图 22),此时系统动载系数幅值为 4.86。当误差幅值继续增大到 0.11 时,系统响应由周期响应再次分岔为拟周期响应(图 23),此时系统拟周期环的拓扑结构较之前的拟周期环有了很大改变,系统的动载系数幅值也增大到 5.3。当误差幅值增加到 0.15 时,系统处在比较宽的周期窗口内,呈现出比较简单的 2 周期响应(图 24),但是系统的动载系数幅值却继续增大到 6.1。当误差幅值进一步增大后,系统再次由周期响应分岔到拟周期和混沌响应,图 25 为 $a_e = 0.30$ 时系统的动态响应,此时系统的拟周期环有了很大改变,系统的动载系数幅值也增大到 7.4。

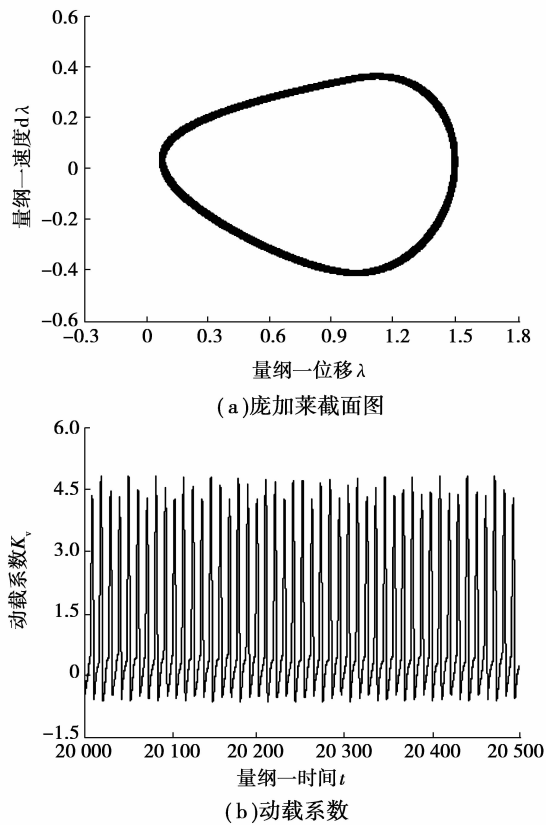


图 21 $a_e = 0.05$ 时拟周期响应

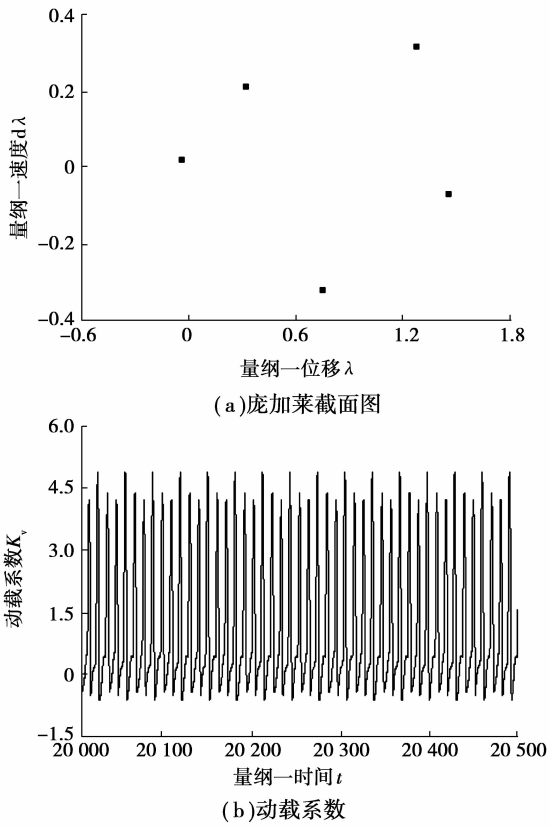


图 22 $a_c=0.08$ 时 5 周期响应

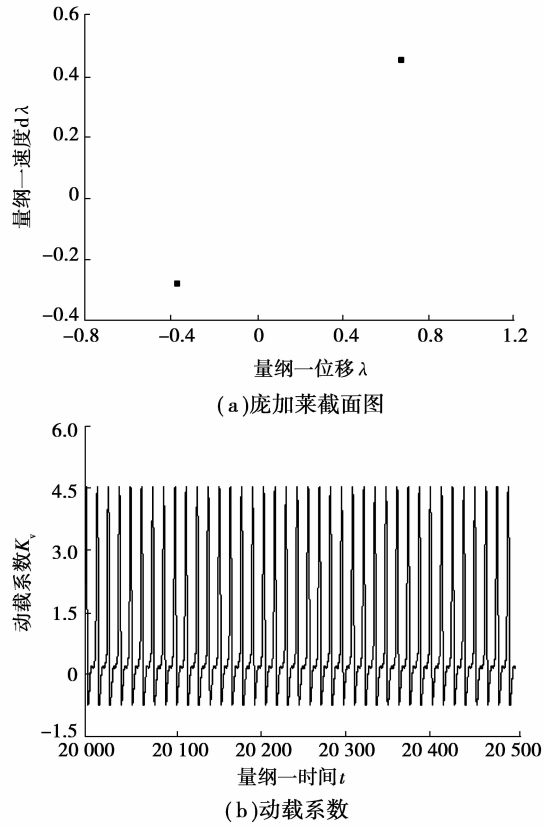


图 24 $a_c=0.15$ 时 2 周期响应

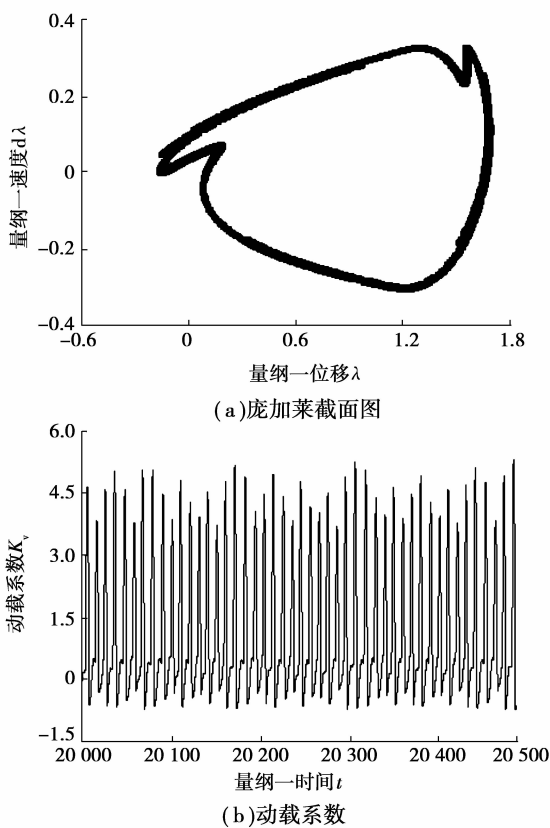


图 23 $a_c=0.11$ 时拟周期响应

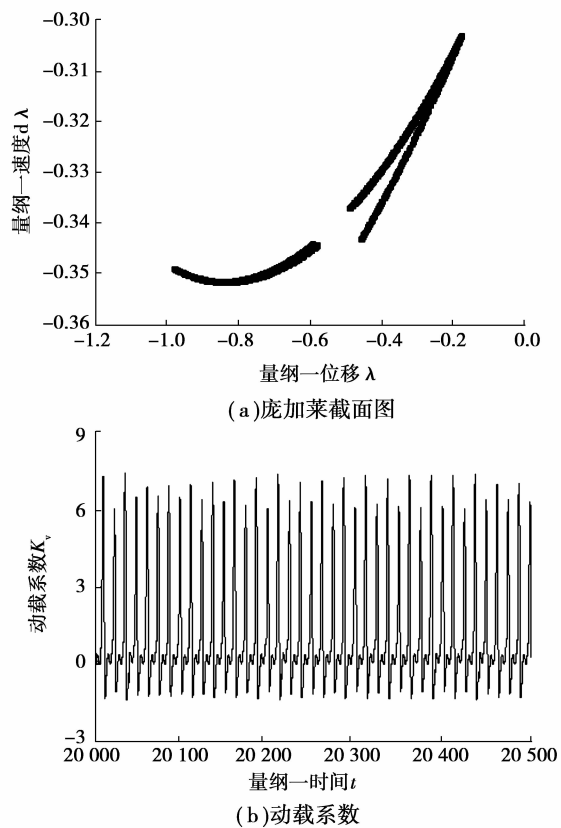


图 25 $a_c=0.30$ 时拟周期响应

4 结 论

1)增加齿侧间隙时,系统中齿轮副的啮合状态会发生很大变化,会由前期的齿面冲击演变为齿面齿背的双面冲击。当间隙增大到一定程度时系统会保持周期响应状态,此后不再发生改变,但是系统的动载系数增加明显,因此还是应该尽量减小系统的齿侧间隙。

2)时变啮合刚度幅值的增加会引起系统的倍周期分岔。当刚度幅值系数改变时,系统的动载系数会增加 2 倍以上,因此在设计和优化时必须考虑其对系统动态特性的影响。

3)当改变齿轮副的啮合阻尼比时,系统的响应特性会发生激变。随着阻尼比的增加,系统的动载系数会逐渐减小,因此对系统的振动状态进行控制时,应优先考虑系统的啮合阻尼。

4)当外载荷保持一定时,综合误差幅值的大小就代表了交变激励幅值的强度。当误差幅值越大,系统的动载也越大,因此在设计和制造时应尽可能降低面齿轮的综合传动误差。

参考文献:

- [1] LITVIN F L, WANG J C, BOSSLER R B, et al. Application of face-gear drives in helicopter transmissions [J]. Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design, 1994, 116: 672-676.
- [2] OHSHIMA F, YOSHINO H. Study on high reduction face gears (1st report, meshing analysis) [J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, 2006, 72(8): 2676-2682.
- [3] LEWICKI D G, HEATH G F, FILLER R R, et al. RDS-21 face-gear surface durability tests [C/OL] // American Helic7/TM-2007-214970. pdf.
- [4] GUNBARA H, KAWASAKI K. Geometrical design of point-contact face gear [J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, 2008, 74 (9): 2289-2293.

- [5] 李政民卿,朱如鹏. 面齿轮插齿加工中过程包络面和理论齿廓的干涉[J]. 重庆大学学报:自然科学版,2007,30(7): 55-58.
LI ZHENG MIN-QING, ZHU RU-PENG. Process method of face gear drive with spur involute pinion with the shaping machine [J]. Journal of Chongqing University : Natural Science Edition, 2007, 30(7): 55-58.
- [6] 贺鹏,刘光磊. 面齿轮传动安装误差特性研究[J]. 机械科学与技术,2008,27(1): 92-95.
HE PENG, LIU GUANG-LEI. Tooth contact analysis of face gear meshing [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2008, 27(1): 92-95.
- [7] 郭辉,赵宁. 基于接触有限元的面齿轮传动弯曲强度研究[J]. 航空动力学报,2008,23(8):1438-1442.
GUO HUI, ZHAO NING. Research on bending strength of face gear transmission based on contact finite element method [J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(8): 1438-1442.
- [8] 靳广虎,朱如鹏,朱自冰,等. 正交面齿轮传动系统的耦合振动分析[J]. 机械科学与技术,2009,29(1): 124-132.
JIN GUANG-HU, ZHU RU-PENG, ZHU ZI-BING, et al. Analysis of the coupling vibration of a face gear transmission system [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2009, 29(1): 124-132.
- [9] 唐增宝,钟毅芳. 齿轮传动的振动分析与动态优化设计[M]. 武汉:华中理工大学出版社,1994: 36-37.
- [10] 杨振,王三民,范叶森. 转矩分流式齿轮传动系统的非线性动力学特性[J]. 机械工程学报,2008,44(7): 52-57.
YANG ZHEN, WANG SAN-MIN, FAN YE-SEN. Nonlinear dynamics of split-torque gear transmission system[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 52-57.

(编辑 张 苹)