

文章编号:1000-582X(2011)06-036-06

# 采用振荡参数策略的粒子群优化算法

张治俊,罗辞勇,张帆,卢斌

(重庆大学输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室,重庆 400044)

**摘要:**提出了一种新的振荡参数策略(OPS),用以提高粒子群优化算法在指定代数后的收敛性能。为了有效控制局部搜索并收敛于全局最优解,OPS在整个搜索过程中通过振荡惯性权重和加速度系数来交替进行全局搜索和局部挖掘。惯性权重和加速度系数振荡变化既能提高早期的全局搜索能力,又不会早熟收敛,并使粒子最终趋于全局最优。实验仿真显示,对于大多测试函数,OPS 优于时变惯性权重、随机惯性权重、时变加速度系数等策略。

**关键词:**进化计算;粒子群优化;振荡参数策略;时变参数

中图分类号:TP18 1

文献标志码:A

## Particle swarm optimization with oscillating parameter strategy

ZHANG Zhi-jun, LUO Ci-yong, ZHANG Fan, LU Bin

(State Key Laboratory of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology,  
Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

**Abstract:** A novel oscillating parameter strategy (OPS) is proposed for the particle swarm optimization algorithm to improve its performance after a predefined number of generations. To efficiently control the local search and convergence to the global optimum solution, the OPS method alternates exploration and exploitation many times during the whole optimization course. For implementing the alternative of exploration and exploitation, the inertia weight and acceleration coefficients are oscillated during the search process. The oscillating inertia weight and acceleration coefficients can enhance the global search in the early part and not fall into premature status. This also encourages the particle to converge toward the global optima at the end of the search. Empirical simulations showed that the OPS method outperformed all the methods considered in this investigation for most of the functions.

**Key words:** evolutionary algorithms; particle swarm optimization; oscillating parameter strategy; time-varying parameter

PSO(particle swarm optimization)优化算法是由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出的一种基于种群搜索的自适应进化计算技术<sup>[1]</sup>。算法受到飞鸟和鱼类活动的规律启发,用社会行为作为进化算法的自然选择机制,通过种群间个体的协作来实现对

问题最优解的搜索。PSO 中的粒子拥有  $d$  维位置向量  $\mathbf{x}$  和  $d$  维速度向量  $\mathbf{v}$ , 第  $i$  个粒子的位置表示为  $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id}]$ , 它的速度表示为  $\mathbf{v}_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id}]$ ,  $i=1, 2, \dots, N$ , 其中  $N$  是粒子总数。原始 PSO 算法中个体速度和位置由式(1)–(2)决定。

收稿日期:2010-12-06

基金项目:国家“111”计划资助项目(B08036);重庆市自然科学基金资助项目(CSTC2008BB6163);输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室自主研究项目(2007DA10512709203)

作者简介:张治俊(1954-),重庆大学高级工程师,主要从事电机电器及控制方向研究,(E-mail)doublepass@sina.com。

$$\begin{aligned} v_i(t) &= v_i(t-1) + c_1 r_1 (\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i(t-1)) + \\ &\quad c_2 r_2 (\mathbf{p}_g - \mathbf{x}_i(t-1))。 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_i(t) = \mathbf{v}_i(t) + \mathbf{x}_i(t-1)。 \quad (2)$$

其中,加速度系数  $c_1$  和  $c_2$  是正的常数,  $r_1$  和  $r_2$  是  $[0, 1]$  间的随机数, 它们服从均匀分布。 $\mathbf{p}_i$  是第  $i$  个个体的最优位置, $\mathbf{p}_g$  代表整个群体最优粒子的位置。

PSO 具有快速收敛的特性, 但也容易陷入早熟收敛。早熟收敛是由于群体多样性的快速丢失造成的。在 PSO 改进算法中, 主要有 2 种策略来增加群体的多样性<sup>[3]</sup>。第一种是采用不同的参数策略来更新速度和位置, 如采用线性变化的动态惯性权重。该策略的主要特点是忠实于文献[1]中 PSO 的原始思想, 速度和位置的更新由粒子自身经验和群体经验作指导<sup>[4]</sup>。第二种是通过引入变异算子<sup>[5]</sup>。变异操作能够提高粒子群算法的开拓能力并克服早熟收敛。但是选择对收敛性能有显著提升的变异算子是十分困难的。如何变异, 变异概率, 何时变异, 变异位置等问题难以确定。已被采用的变异方法有多种<sup>[6-7]</sup>。然而, 也有些没有采用变异而获得较好性能的改进方法<sup>[3]</sup>。

笔者基于第一种方式, 提出了振荡参数策略(oscillating parameter strategy, OPS)。惯性权重和加速度系数不是单纯的线性上升或者线性下降, 而是在搜索过程中振荡变化。算法的主要思想是平衡局部搜索和全局搜索, 避免早熟收敛并提高收敛质量。通过 4 个 Benchmark 函数进行仿真实验。实验结果表明 OPS 在收敛快速性和收敛值两个指标上优于时变惯性权重、随机惯性权重、时变加速度系统等策略。

## 1 三种时变参数策略

从 1995 年至今在原始 PSO 的基础上有大量的改进研究。这里, 介绍 3 种基于第一种方式典型的 PSO 改进算法。这些算法也被用来与振荡参数策略比较。Shi 和 Eberhart 引入惯性权重  $w$ , 来平衡局部和全局搜索<sup>[8]</sup>。其速度更新由式(3)给出。位置更新依然由式(2)决定

$$\begin{aligned} v_i(t) &= w v_i(t-1) + c_1 r_1 (\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i(t-1)) + \\ &\quad c_2 r_2 (\mathbf{p}_g - \mathbf{x}_i(t-1))。 \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)中的惯性权重  $w$  起初是固定的常数。后来, Shi 和 Eberhart 采用时变惯性权重(TVIW)<sup>[4]</sup>使 PSO 的性能显著提高。TVIW 主要是根据不同的搜索阶段调整惯性权重, 通常需要高的多样性来充分搜索初期的搜索空间; 在后期, 当算法收敛到较

优解, 倾向于进行局部挖掘<sup>[2]</sup>。大惯性权重适合于全局搜索, 而小惯性权重有利于局部挖掘。惯性权重随迭代次数线性下降如式(4)

$$w = w_i + (w_f - w_i) \times \text{iter/MAXITER}。 \quad (4)$$

其中:  $w_f$  和  $w_i$  是惯性权重的初值和终值, iter 是当前代数, MAXITER 是最大迭代数。

Eberhart 和 Shi 发现 TVIW 对于动态系统不是很有效<sup>[9]</sup>。对于非线性动态系统, 在有限时间内, 不知道究竟是选择大的惯性权重展开全局搜索, 还是选择小的惯性权重进行局部挖掘。因此, 提出了一种新的算法, 使得惯性权重随机变化(算法记为 RANDIW)。其数学表示如式(5)

$$w = 0.5 + \text{Rnd}/2.0。 \quad (5)$$

其中, Rnd 是在  $[0, 1]$  间均匀分布的随机数。式(5)中惯性权重在  $0.5 \sim 1.5$  间随机变化, 这个范围参考了 Clerc 和 Kennedy 的收缩系数, 加速系数都设置为 1.494<sup>[10-11]</sup>。通过实例验证, RANDIW 在优化过程的早期阶段它的收敛速度明显加快。但是, 在后期, 在多个测试函数中所表现出的收敛性能却并不理想<sup>[2]</sup>。

在时变惯性权重基础上, Ratnaweera 等专注于加速度系数的影响。在式(3)中, 其第二部分作为个体认知部分, 代表了每个粒子的思索。该部分鼓励粒子走向迄今为止发现的自己的最佳位置。式(3)的第三部分, 作为社会认知部分, 它代表粒子的协同效应。社会分量总是将群体引向迄今为止发现的全局最佳粒子。Kennedy 和 Eberhart<sup>[1]</sup>指出, 加强个体认知系数将导致群体的过度徘徊; 而加强社会认知系数可能会导致粒子快速的陷入早熟收敛。因此他们建议, 加速系数应为同一常数, 来平衡两者的作用。这已被广泛用于大多数研究中, 直至 Ratnaweera 提出加速度系数随时间变化的策略(TVAC)。

虽然, TVIW 和 TVAC 形式不同, 但目的是相同的, 在搜索初期突出全局搜索能力, 而在搜索后期突出局部挖掘能力。TVAC 方法随迭代数的增加减少个体认知系数, 提高社会认知系数。在搜索初期, 采用较大的个体认知系数和较小的社会认知系数, 有利于群体搜索整个空间, 而不是集中于群体最优。在搜索后期, 较小的个体认知系数和较大的社会认知系数有利于群体收敛于全局最优。TVAC 数学模型可以描述如下

$$c_{1i} = c_{1i} + (c_{1f} - c_{1i}) \times \text{iter/MAXITER}, \quad (6)$$

$$c_{2i} = c_{2i} + (c_{2f} - c_{2i}) \times \text{iter/MAXITER}。 \quad (7)$$

其中  $c_{1i}$  和  $c_{1f}$  是个体认知系数的初值和终值,  $c_{2i}$

和  $c_{2f}$  是社会认知系数的初值和终值。

TVIW 和 TVAC 均是将优化过程分为 2 个阶段。在初期,鼓励探索,以提高粒子多样性;在后期,局部挖掘有助于群体更好地收敛于最优解。但是,如果在前一阶段没有搜索到真正最优解的附件,后期的局部挖掘可能会是无效的。所以,整个搜索过程中只调整一次全局搜索和局部挖掘策略是危险的。考虑到这个问题,笔者提出一种对粒子群参数自动调整的振荡参数策略。并采用 TVIW, RANDIW 和 TVAC 与该策略比较。

## 2 振荡参数策略

粒子群优化技术源于对动物社会行为的仿效,如对鱼类和鸟类的社会行为模拟。Kennedy 和 Eberhart 精心设计了粒子群优化的原始模型。Millonas<sup>[12]</sup>提出了人工生命的应用模型,并阐述了群体智能的 5 个基本规律<sup>[13]</sup>:1)接近规律。种群能够做基本的空间和时间计算。2)质量规律。种群不仅应该考虑空间和时间的花费,也要考虑食物的质量和所在地的安全。3)多样性规律。种群不应支配它所有的资源沿着过度狭窄的线路进行分布。应该分配它的资源选择多种模式来应对环境波动的突然变化。4)稳定性规律。种群在环境发生波动的时候,不应轻易改变自己的行为模式,由于这些改变需要能量消耗,可能不会对投资产生 1 个合理的回报。5)作为稳定性规律的反面是适应性规律。文献[1]中的 PSO 遵守 Millonas 建议的 5 个规律。对个体最优和全局最优的平衡,体现多样性规律。群体遵循适应性原则在全局最优不再改变时也能改变其状态。群体是自适应的,因为它随全局最优而改变。

社会动物的其它行为机制也应该得到关注。有时,鸟群会在天上有节奏地盘旋。一旦一只鸟找到了食物,整个鸟群将很快向它聚集并盘旋在其周围而不顾是否太拥挤。然后,由于食物匮乏或者过于拥挤,鸟群中的很大一部分,会突然改变方向,杂乱的飞行。鸟群不断进行着分散和重组的过程<sup>[14]</sup>。Bonabeau 等提出了社会群体自组织的 4 个性质<sup>[15]</sup>。笔者注重于前 2 个属性。第一是正反馈:正反馈强化协作行为,如一只蜜蜂召唤其他蜜蜂共同开发某一食物源。二是平衡属性,是与正反馈相抵触的负反馈,如当蜜蜂过度拥挤于食物源时,阻止他们的协作。这 2 个属性可以解释鸟群时而分散、时而聚集的交替现象。

启发于社会群体中常发生的分散和重组的交替现象,形成了一种振荡参数策略(OPS),目的是

使全局搜索和局部挖掘在优化过程中交替。Shi 和 Eberhart 建议全局搜索对应大的惯性权重,局部挖掘对应小的惯性权重。Ratnaweera 等建议,全局搜索对应大的个体认知系数,小的社会系数的值;局部挖掘则相反。为了实现全局搜索和局部挖掘的交替,OPS 策略在搜索过程中不断地振荡惯性权重和加速度系数。OPS 策略可以用数学表示如下:

$$w = w_i + (w_f - w_i)(\text{mod}(\text{iter}, \text{SI})/\text{SI}), \quad (8)$$

$$c_1 = c_{1i} + (c_{1f} - c_{1i})(\text{mod}(\text{iter}, \text{SI})/\text{SI}), \quad (9)$$

$$c_2 = c_{2i} + (c_{2f} - c_{2i})(\text{mod}(\text{iter}, \text{SI})/\text{SI}). \quad (10)$$

其中  $w_i$  和  $w_f$  是每一阶段惯性权重的初值和终值的,  $c_{1i}$  和  $c_{1f}$  是每一阶段个体认知系数的初值和终值,  $c_{2i}$  和  $c_{2f}$  分别是每一阶段社会系数的初值和终值,  $\text{iter}$  为当前迭代次数, SI 是每一个阶段的迭代次数。  $\text{mod}(x, y)$  表示取模计算。

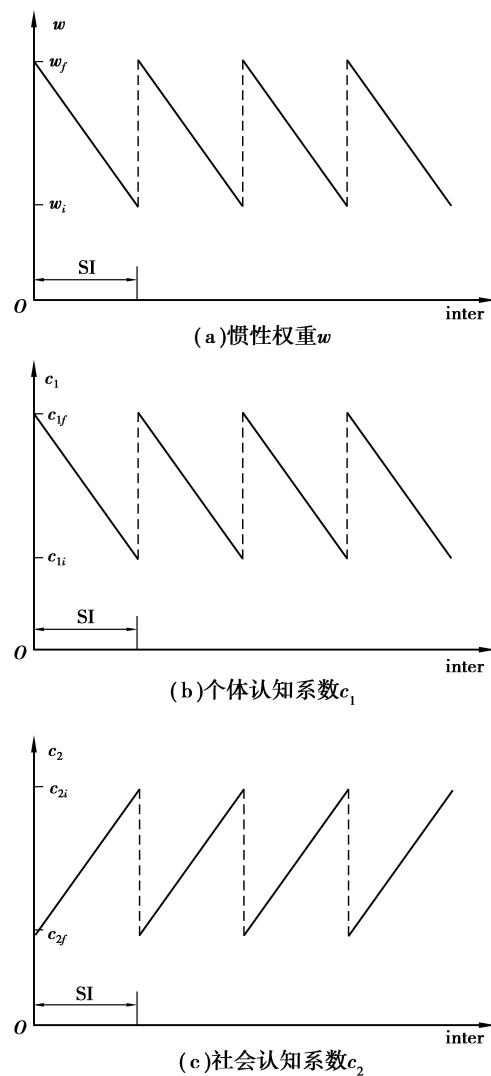


图 1 参数振荡变化示意图,SI 是每一个阶段的迭代次数

图 1 显示了 3 种控制参数(惯性权重,个体认知系数和社会认知系数)的振荡曲线。整个迭代过程可分为许多阶段,在每个阶段中参数均线性变化。但是从整个优化的过程来看控制参数是振荡变化的。此外,为控制群体的多样性,在每个阶段的开始所有粒子的位置重新初始化。

### 3 实验设置

#### 3.1 测试函数

为分析 OPS 策略的性能,选取 4 个 Benchmark 优化问题进行分析,表 1 显示了这些 Benchmark 函数的定义和搜索空间。

表 1 测试函数及其最大速度

函数名	方程	值域
Sphere 函数	$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	(-100,100) <sup>n</sup>
Rosenbrock 函数	$f_2(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$	(-100,100) <sup>n</sup>
Rastrigin 函数	$f_3(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10]$	(-10, 10) <sup>n</sup>
Griewank 函数	$f_4(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos(x_i / \sqrt{i}) + 1$	(-600,600) <sup>n</sup>

其中  $n$  是维数。

#### 3.2 实验设置

所有的方法都采用 C++ 实现。实验平台为 Pentium 4.0(3.40 GHz, 1.0 GB 的 RAM)。

实验设置如下

1) 初始化:对所有方法,在整个搜索空间随机产生初始群体。

2) 群体规模:全部取值 40。

3) 维度规模:所有测试函数取 30 维

4) 实验次数和终止条件

对每个函数实验 50 次取其 50 次最优值的平均值和标准差(括号内)。算法终止于给定迭代次数后或者其它终止条件的满足。迭代的最大数量设置为 5 000。所有测试函数的全局最优值为 0,取 0.01 为

迭代终止条件。

5) 最大速度:0.5。

6) 在 TVIW 中的参数设置: $w_i$  设置为 0.9, $w_f$  设置为 0.4。2 个加速度系数恒定为 1.494。

7) 在 RANDIW 中的参数设置:惯性权重由(5)式给出。2 个加速度系数恒定为 1.494。

8) 在 TVAC 中的参数设置: $w_i$  设置为 0.9, $w_f$  设置为 0.4, $c_{1i}$  设置为 2.5, $c_{1f}$  设置为 0.5, $c_{2i}$  设置为 0.5, $c_{2f}$  设置为 2.5。

9) 在 OPS 中的参数设置: $w_i$  设置为 0.9, $w_f$  设置为 0.4, $c_{1i}$  设置为 2.5, $c_{1f}$  设置为 0.5, $c_{2i}$  设置为 0.5, $c_{2f}$  设置为 2.5。

表 2 不同 SI 值的寻优结果(实验重复 50 次,统计其均值和标准差)

函数	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1 000
$f_1$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
$f_2$	56.1 (56.9)	11.4 (11.7)	4.76 (3.99)	5.98 (10.0)	5.28 (11.9)	7.14 (16.5)	5.40 (12.1)	5.82 (11.6)	7.56 (15.8)	9.40 (23.9)
$f_3$	28.2 (7.99)	25.5 (8.68)	21.6 (7.57)	22.3 (6.94)	24.1 (7.37)	24.2 (6.52)	24.6 (9.02)	26.0 (8.58)	24.8 (6.63)	26.1 (8.08)
$f_4$	0.013 8 (0.016 1)	0.021 5 (0.029 5)	0.012 1 (0.013 9)	0.015 5 (0.023 7)	0.015 6 (0.015 6)	0.015 4 (0.020 5)	0.015 7 (0.019 0)	0.014 6 (0.073 3)	0.012 7 (0.015 2)	0.016 1 (0.019 8)

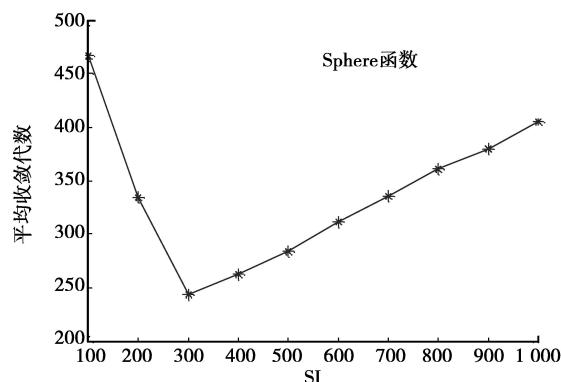


图 2 不同阶段的平均收敛代数

#### 4 仿真结果

首先,观察 OPS 中 SI 对于平均最优值的影响。不同 SI 值的寻优结果见表 2。不同的 IS 值对 Sphere 函数均能收敛,而其他的几个函数 SI 为 300 的时候,优化值是最小的。图 2 所示 SI 对 Sphere 函数收敛速度的影响。SI 的值对收敛快速性影响很大,SI 为 300 时,收敛最快。最终通过实验确定选择 SI 为 300。

表 3 显示了 OPS 与 TVIW 和 RANDIW,以及 TVAC 比较结果。从表 3,可以看出 OPS 的最优值均小于其它几种方法。

表 3 不同方法的 50 次实验的均值和标准差

函数	TVIW	TVAC	RANDIW	OPS
$f_1$	0.01	0.01	0.01	0.01
$f_2$	14.6 (20.2)	12.3 (22.5)	16.2 (17.4)	4.76 (3.99)
$f_3$	37.2 (9.73)	28.9 (6.99)	56.4 (17.3)	21.6 (7.57)
$f_4$	0.0165 (0.0196)	0.0205 (0.0200)	0.0160 (0.0184)	0.0121 (0.0139)

图 3 显示对于不同方法在 Sphere、Rosenbrock Rastrigrin、Griewank 函数上的 50 组重复实验的收敛曲线。图 3 表明 RANDIW 在算法早期比 TVIW 和 TVAC 有着明显较快的收敛速度,表明 RANDIW 比较适合应用在动态优化系统当中。在动态优化系统中,收敛快速性是一个重要的指标[9]。但是 RANDIW 在 Rastrigrin 函数上,在收敛后期停滞不前,最终的优化值要劣于 TVIW 和 TVAC 的结

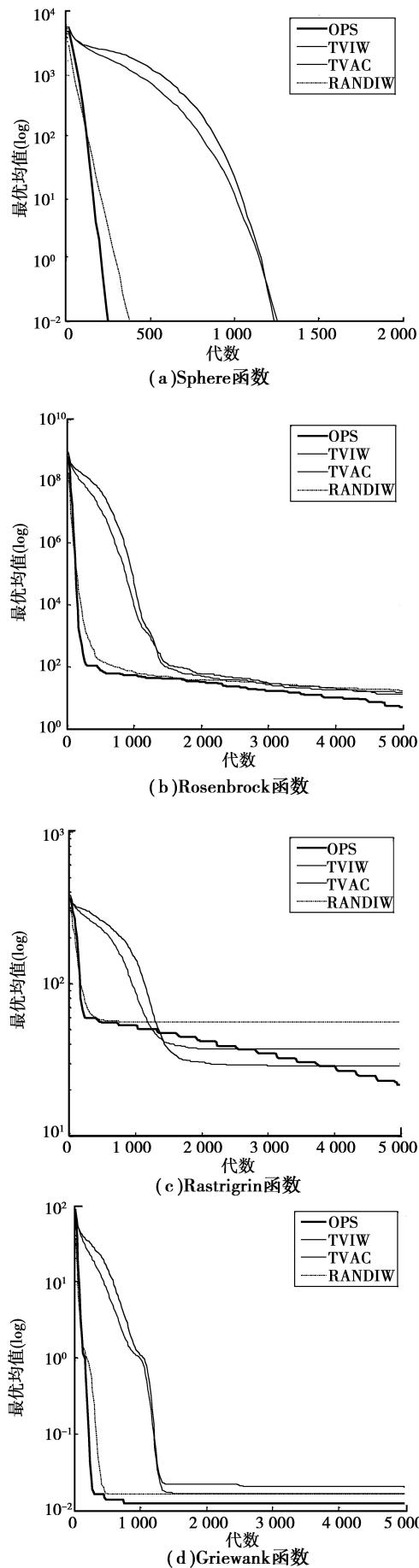


图 3 最优均值随代数的收敛曲线

果。而 OPS 策略在早期的收敛快速性和最终的收敛优化值这两个指标上均优于 RANDIW、TVIW 和 TVAC 的对应指标。特别在 Rastrigin 函数上, OPS 在早期快速收敛的基础上, 进行强有力的振荡, 优化值随之不断减小。在 Rosenbrock 函数, OPS 也是在早期快速收敛的基础上, 进行强有力的振荡, 优化值随之不断减小。实验结果表明 OPS 策略既可应用在对收敛快速性要求较高的动态优化系统当中, 也可用在对收敛时间不是特别要求的稳态系统当中。

## 5 结 论

受到群体社会行为中经常出现的分散和重组不断交替现象的启发, 提出了一种振荡参数策略用于改进粒子群优化算法。通过对惯性权重以及加速度系统的振荡, 使得全局搜索和局部挖掘在整个优化过程中多次交替。实验结果验证了算法的有效性。

## 参考文献:

- [1] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. November 27-December 01, 1995, Perth, WA. Australia. [s. l.]: Institute of Electrical and Electronic Engineers, [2002-08-06].
- [2] ATNAWEERA A, HALGAMUGE S K, WASTION H C. Self-organizing hierarchical particle swarm optimizer with time-varying acceleration coefficients [J]. IEEE Transaction on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 240-255.
- [3] REYES-SIERRA M, COELLO C A C. Multi-objective particle swarm optimizers: a survey of the state-of -the-art[J]. International Journal of Computational Intelligence Research, 2006, 2(3): 287-308.
- [4] SHI Y, EBERHART R C. Empirical study of particle swarm optimization[C]// Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation. July 06-09, 1999, Wahington, USA. [S. l.]: Institute of Electrical and Electronic Engineers, [2002-08-06].
- [5] STACEY A, JANCIC M, GRUNDY I. Particle swarm optimization with mutation[C]// The 2003 Congress on Evolutionary Computation. December 8-12, 2003, Canberra, Australia. [S. l.]: Institute of Electrical and Electronic Engineers, [2004-05-24].
- [6] NEMA S, GOULERMAS J, SPARROW G, et al. A hybrid particle swarm branch-and-bound (HPB) optimizer for mixed discrete nonlinear programming [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part A: Systems and Humans, 2008, 38(6): 1411-1423.
- [7] LIN C J, CHEN C H, LIN C T. A hybrid of cooperative particle swarm optimization and cultural algorithm for neural fuzzy networks and its prediction applications[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part C: Applications and Reviews, 2009, 39(1), 55-68.
- [8] SHI Y, EBERHART R C. A modified particle swarm optimizer[C/OL] // The Fourth International Conference on Machine Learing and Cybernetics. Guangzhou, China, August 18-21, 2005. <http://dsp.szu.edu.cn/pso/ispo/download/a%20modified%20pso.pdf>
- [9] SHI Y H, EBERHART R C. Tracking and optimizing dynamic systems with particle swarms[C] // Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation. May 27-30, 2001, Seoul, Korea. [S. l.]: Institute of Electrical and Electronic Engineers, [2002-08-07].
- [10] CLERC M. The swarm and the queen: Towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization[C]. Proceedings of the 1999 International Congress on Evolutionary Computation. July 6-9, 1999, Washington, USA. [S. l.]: Institute of Electrical and Electronic Engineers, [2002-08-06].
- [11] CLERC M, KENNEDY J. The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multi-dimensional complex space[J]. IEEE Transaction on Evolutionary Computation, 2002, 6(1): 58-73.
- [12] MILLONAS M M. Swarms phase transitions and collective intelligence[M]. MA: Addison Wesley, 1994.
- [13] 罗辞勇, 陈民辅. 适应性粒子群寻优算法[J]. 控制与决策, 2008, 23(10): 1135-1138, 1144.
- [14] LUO CI-YONG, CHEN MIN-YOU. Adaptive particle swarm optimization algorithm[J]. Control and Decision, 2008, 23(10): 1135-1138, 1144.
- [15] HEPPER F, GRENDANDER U. A stochastic nonlinear model for coordinated bird flocks[M]. Washington DC: AAAS Publications, 1990.
- [16] BONABEAU E, DORIGO M, THERAULAZ G. Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems[M]. New York: Oxford University Press, 1999.