

文章编号:1000-582X(2011)06-051-09

# 热物理模型对空化泡崩溃末期第一次闭合特性的影响

田红<sup>1,2</sup>, 杨晨<sup>1</sup>

(1. 重庆大学 动力工程学院, 重庆 400044; 2. 广东石油化工学院 机电工程学院, 广东 茂名 525000)

**摘要:**通过理论证明和数值计算,研究了不同的热物理模型对空化泡崩溃末期的各种特性参数的影响。结果指出,随着多方指数 $\gamma$ 的增加,合外力功和动能的最大值逐渐降低,泡内最大温度值逐渐增加,最大压力值却是逐渐降低的;在空化泡崩溃闭合点,合外力功、动能以及半径到达最小值,同时温度和压力达到最大值,五者均具有同时刻性;空化泡被压缩至初始半径值点 $R=R_0$ ,该点是合外力功和动能的最大值所对应的驻点半径,同时,该点也是等温过程与绝热过程的分界点,空化泡从膨胀至最大半径然后被压缩至初始半径 $R=R_0$ 时刻为止的这段时间内是属于热力学等温过程,然后,空化泡从被压缩至初始半径开始到空化泡第一次崩溃闭合点即最小半径 $R=R_{\min}$ 时刻为止,该过程是属于动力学绝热过程;对于泡内气体为空气的空化泡在同一空化过程中,在不同阶段分别采用不同的热物理模型,在热力学等温过程期间多方指数取 $\gamma=1.0$ ,在动力学绝热过程期间多方指数取 $\gamma=1.3\sim 1.4$ 之间较为合理。

**关键词:**热物理模型;空化泡;崩溃末期;等温过程;绝热过程

中图分类号:O644;O414.1

文献标志码:A

## Thermophysics model influence on the first closed characteristics of the collapse final stage of cavitation bubble

TIAN Hong<sup>1,2</sup>, YANG Chen<sup>1</sup>(1. College of Power Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China ;  
2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Guangdong Institute of Petrochemical Technology, Maoming 525000, Guangdong, P. R. China)

**Abstract:** Using the theoretical proof and numerical computation methods, this paper investigates the impact of different thermophysics models on the characteristics of cavitation bubble at the end, and analyzes their graphics, data and its local detail. The results show that with the increase of the polytropic index  $\gamma$ , the maximum combined external force and kinetic energy are gradually reduced, the maximum temperature inside the cavitation bubble is gradually increased, and the maximum pressure is gradually reduced. At the collapse closed point of cavitation bubble, the combined work force, kinetic energy and the radius reach the minimum value, at the same time, the temperature and pressure come to the maximal value, and all five of them have the simultaneity characteristics. When the cavitation bubble is compressed to the initial radius point  $R=R_0$ , this point is the corresponding stagnation radius of combined external force and kinetic energy, at the same time, this point is also the demarcation point of isothermal process and the adiabatic process. This cavitation process is called the thermodynamics isothermal process including the begin of

收稿日期:2010-12-07

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50876117)

作者简介:田红(1969-),男,重庆大学博士研究生,主要从事超声波处理污水污泥中的工程热物理研究。

杨晨(联系人),重庆大学教授,博士生导师,(Tel)023-65103512;(E-mail)yxtyc@cqu.edu.cn。

cavitation bubble expansion to the maximum radius and the compressed to the original radius point  $R=R_0$ . After that, from the beginning of cavitation bubble compressed to the initial radius until to the first time collapse closed point of cavitation bubble, that is the cavitation bubble radius reach the minimum radius  $R=R_{\min}$ , this process is called dynamics adiabatic process. At the same cavitation process of air cavitation bubble, the different thermophysics models of cavitation bubble are adopted at different stages. During the stage of thermodynamics isothermal process, the polytropic ratio of  $\gamma$  is taken equal to 1.0. During the dynamics adiabatic process, the polytropic ratio of  $\gamma$  is taken equal to 1.3~1.4 which are more reasonable.

**Key words:** thermophysics model; cavitation bubble; collapse final stage; isothermal process; adiabatic process

空化泡热物理模型的确定对于探讨空化泡在崩溃末期空化效应的剧烈程度以及超声空化效应在实际工程中的应用均有重要意义。超声波辐照液体将产生超声空化效应,空化泡在极短时间内崩溃闭合时将产生温度  $5\ 075\pm 156\text{ K}$ , 伴随声致发光<sup>[1]</sup>, 以及 1 000 个以上的大气压, 温度变化率达  $10^{10}\text{ K/s}$ <sup>[2]</sup>, 并伴随强烈的冲击波和高速的射流等空化效应。因此, 为了估计气泡崩溃末期的温度和压力, Prasad Naidu 等人<sup>[3]</sup>认为气泡生长期和崩溃初始阶段是属于等温过程, 而在崩溃末期是属于绝热过程, 但是没有指出等温和绝热的分界点。文献[4]从泡内气体的热力学状态分析认为, 气泡生长期(膨胀阶段开始)是等温过程, 在闭合期(即压缩阶段开始)是绝热过程, 而闭合末期为混合过程。文献[5]探讨了考虑气体和水蒸汽的传热、传质以及汽液相变对空化泡动力学的影响, 指出还没有可靠的准则来界定等温和绝热两种状态的分界及其多方指数的确定。文献[6]指出, 假设气体密度不变, 提出空化泡内气体动能的表达式, 并用加速度表示动能的变化量, 认为动能变化量小于 0 时, 动能转换为泡内气体热能而加热泡内气体。文献[7]指出膨胀阶段是等温过程, 压缩阶段是绝热过程, 但是也没有提出等温、绝热过程的界定方法。

综上所述, 众多文献对空化泡的等温、绝热过程的分析只是提出了一种猜测, 还没有文献对其进行过具体深入的研究, 也没有文献提出等温、绝热过程的界定准则以及多方指数的确定方法。由于空化泡内的能量转换特性直接影响着空化效应的强弱, 而且泡内热力学模型的确定对空化泡崩溃末期第一次闭合时空化效应的各参数值的计算具有重要影响, 所以, 对等温、绝热过程以及代表热力学模型的多方指数的研究就显得非常重要。

因此, 通过理论分析, 同时采用数值计算, 在不同的热物理模型下, 探讨合外力功、动能、温度、压力以及气泡半径等参数的变化特性, 并从能量转换的

角度进行分析, 给出了等温过程与绝热过程的界定方法及多方指数的确定准则, 揭示了多方指数的变化对空化效应影响的内在规律。

## 1 理论部分

### 1.1 物理模型假设

空化泡泡内气体假设为空气, 泡外液体为水, 气泡在变化过程中始终保持球形, 考虑气泡因振动而产生的辐射阻尼; 考虑液体的粘滞性以及表面张力的影响, 不考虑泡内蒸汽压力; 外部总输入能量为合外力功  $W$ , 泡内气体动能  $E$ , 其它形式的能量为  $E_{\text{other}}$ , 则根据能量平衡有

$$W = E + E_{\text{other}} \quad (1)$$

### 1.2 空化泡运动方程

考虑气泡运动中的粘滞损耗和气泡振动的辐射阻尼<sup>[8]</sup>, 空化泡内气体为空气, 在 Noltingk-Neppiras 的基础之上<sup>[9]</sup> 据此可以写出空化泡的运动方程如下。

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho_1} \left[ \left( P_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - P_A - P_0 - \frac{2\sigma}{R} \right] - \frac{4\mu}{\rho_1 R} \dot{R} + \frac{R}{\rho_1 c} \frac{d}{dt} \left[ \left( P_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - P_A \right], \quad (2)$$

其中:  $R$  表示空化泡半径;  $R_0$  初始半径;  $P_A$  声压;  $\gamma$  是表示泡内气体绝热程度的多方指数;  $\sigma$  表面张力系数;  $\mu$  液体的粘性系数;  $\rho_1$  表示液体密度;  $\dot{R}$  表示半径对时间的一阶导数;  $\ddot{R}$  表示半径对时间的二阶导数。

### 1.3 合外力功

包括声压力在内的合力对空化泡所做的功等于空化泡内气体克服合外力所做的功, 同时也等于空化泡体积变化时相应变化的液体的动能, 不考虑液体密度  $\rho_1$  的变化

$$W = E_K \quad (3)$$

气泡壁的径向速度可以表示如下<sup>[10]</sup>

$$v(r) = \frac{R^2}{r^2} \dot{R}, \quad (4)$$

其中: $r$ 为距离气泡中心的半径,则气泡外液体的动能为

$$E_K = \int_R^\infty \frac{1}{2} \rho_l v^2(r) 4\pi r^2 dr = 2\pi \rho_l (\dot{R})^2 R^4 \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = 2\pi \rho_l (\dot{R})^2 R^3. \quad (5)$$

因此,由方程(3)、(5)可以得出合外力功的表达式为

$$W = 2\pi \rho_l (\dot{R})^2 R^3, \quad (6)$$

将合外力功 $W$ 对半径 $R$ 求导数,则从式(6)可以得出

$$\frac{dW}{dR} = 2\pi \rho_l R^2 [3(\dot{R})^2 + 2R\ddot{R}], \quad (7)$$

令

$$\frac{dW}{dR} = 0, \quad (8)$$

可得到

$$2\pi \rho_l R^2 [3(\dot{R})^2 + 2R\ddot{R}] = 0. \quad (9)$$

根据初始条件对式(9)进行求解,可以解出半径等于初始半径即 $R=R_0$ , $R=R_0$ 的点即为合外力功函数 $W$ 的驻点,而且是唯一的驻点,根据实际经验可知,在空化泡压缩阶段即在空化泡半径从最大半径值压缩到最小半径之间,合外力功 $W$ 一定取得最大值,据此,可以判定,在驻点 $R=R_0$ ,合外力功将取得最大值。

将合外力功 $W$ 对时间求导数,则从式(6)可以得出

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dR} \frac{dR}{dt} = 2\pi \rho_l R^2 \dot{R} [3(\dot{R})^2 + 2R\ddot{R}], \quad (10)$$

则合外力功的变化量

$$\Delta W = \frac{dW}{dt} \Delta t = 2\pi \rho_l R^2 \dot{R} [3(\dot{R})^2 + 2R\ddot{R}] \times \Delta t. \quad (11)$$

由于,当 $R=R_0$ 时,为合外力功函数的驻点,将式(9)代入式(11),可得

$$\Delta W = 0. \quad (12)$$

同时,由于合外力功在 $R=R_0$ 时取得最大值,因此,在压缩阶段可以得出,1)在空化泡半径被压缩至初始半径 $R_0$ 之前,合外力功的值是增大的,即 $R>R_0$ , $\Delta W>0$ ;2)在空化泡被压缩至 $R=R_0$ 时, $\Delta W=0$ ,但是,此时合外力功达到最大值;3)当空化泡被压缩至小于初始半径之后, $R<R_0$ , $\Delta W<0$ ,合外力功值逐渐减少。因此,可以得出在空化泡被压

缩至 $R=R_0$ 点是合外力功的一个分界点,该点为合外力功的最大值点。

#### 1.4 气泡内气体的动能

空化泡内气体动能对空化泡的热力学状态有很大的影响,因此,需要分析泡内气体的动能的变化情况,空化泡内气体的速度可表示为<sup>[6,11]</sup>

$$v_g(r) = \frac{\dot{R}}{R} r, \quad (13)$$

其中, $r$ 为距离气泡中心的半径,则泡内气体的动能可以表示为

$$E = \int \frac{1}{2} v_g^2 \rho_g dV = \frac{1}{2} \left( \frac{\dot{R}}{R} \right)^2 \int_0^R \rho_g r^2 4\pi r^2 dr = \frac{2}{5} \pi \rho_g (\dot{R})^2 R^3. \quad (14)$$

不考虑泡内气体密度 $\rho_g$ 的变化,将式(14)与合外力功的表达式(6)相比较,两者具有相同的变化趋势,即 $(\dot{R})^2 R^3$ ,只是其系数值不一样,因此,同理可以得出

$$\frac{dE}{dR} = \frac{2}{5} \pi \rho_g R^2 [3(\dot{R})^2 + 2R\ddot{R}] = 0. \quad (15)$$

根据初始条件对式(15)进行求解,可以解出半径等于初始半径即 $R=R_0$ , $R=R_0$ 的点即为泡内气体动能函数 $E$ 的驻点,而且是唯一的驻点,根据实际经验可知,在空化泡压缩阶段即在空化泡半径从最大半径值压缩到最小半径之间,泡内气体动能 $E$ 一定取得最大值,据此,可以判定,在驻点 $R=R_0$ ,动能 $E$ 将取得最大值。

泡内气体动能的变化量

$$\Delta E = \frac{dE}{dt} \Delta t = \frac{2}{5} \pi \rho_g R^2 \dot{R} [3(\dot{R})^2 + 2R\ddot{R}] \times \Delta t, \quad (16)$$

由于,当 $R=R_0$ 时,为合外力功函数的驻点,将式(15)代入式(16),可得

$$\Delta E = 0. \quad (17)$$

因此,在压缩阶段可以得出,1)在空化泡半径被压缩至初始半径 $R_0$ 之前,动能是增加的,即 $R>R_0$ , $\Delta E>0$ ;2)在空化泡被压缩至 $R=R_0$ 时, $\Delta E=0$ ,动能达到最大值;3)当空化泡被压缩至小于初始半径之后, $R<R_0$ , $\Delta W<0$ ,动能逐渐减少,动能转化为泡内气体的热能而加热泡内气体使其温度逐渐升高<sup>[6]</sup>,或部分动能以其它形式的能量方式进行转换。因此,可得出在空化泡被压缩至 $R=R_0$ 时刻是动能的一个分界点,该点为动能的最大值点。

#### 1.5 空化泡的温度与压力

泡内气体的压力随气泡半径、温度、气泡速度以

及多方指数变化而变化的一个物理量,而气泡内的温度随着气泡半径的变化而变化,通过文献[12-16]的比较,不考虑 van der Waals 硬核半径的影响,视泡内气体为均匀理想气体,考虑表面张力,不考虑热扩散的影响,空化泡内气体的温度以及压力的表达式,采用常用最简单的方程式就可以满足对空化泡内压力和温度的计算要求,即如下所示

$$T = T_0 \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3(\gamma-1)}, \quad (18)$$

$$P = \left( P_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma}, \quad (19)$$

其中: $T$ 、 $P$  分别为气泡内温度及压力; $T_0$ 、 $P_0$  为初始温度及初始压力; $R_0$ 、 $R$  为初始半径及半径; $\gamma$  为多方指数; $\sigma$  为表面张力系数。

## 2 数值计算方法及参数

采用 Runge-Kutta 算法对气泡运动方程进行求解,解出气泡半径及一阶导数之后代入相应的等式进行计算,可以求出合外力功、动能、压力以及温度等参数,据此得到各参数的变化趋势图及数据。参数的选取,采用文献常用的参数<sup>[7]</sup>,该参数具有典型性,气泡半径  $R_0 = 4.5 \mu\text{m}$ ,液体静压  $P_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,声压幅值  $P_a = 1.25 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,频率 = 30 kHz,液体密度  $\rho_l = 1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,粘性系数  $\mu = 0.001 \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$ ,表面张力系数  $\sigma = 0.076 \text{ N/m}$ ,声速  $c = 1481 \text{ m/s}$ ,空气密度  $\rho_g = 1.29 \text{ kg/m}^3$ ,空气的多方指数分别取  $\gamma = 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ ,环境温度  $T_0 = 298 \text{ K}$ ;声压  $P_A = -P_a \sin(2\pi ft)$ , $f$  为频率, $t$  为时间。

## 3 结果与讨论

### 3.1 多方指数对空化泡崩溃末期第一次闭合时各参数的影响

#### 3.1.1 图形分析

图 1 为驱动声压与空化泡半径的关系,多方指数对半径、外力功、动能、温度及压力的影响如图 2~图 6 所示。图 1 显示,空化泡半径在声压负压相开始膨胀,并达到最大值之后被压缩,在刚过正压相初期半径第一次被压缩至最小值而闭合,随后在正压相且在初始半径附近波动并最后趋于稳定。从图 2~图 6 可知,随着多方指数的增加,半径、合外力功以及泡内气体动能最大值逐渐降低,而温度最大值逐渐增加,不考虑等温( $\gamma = 1.0$ )时,最大压力值

逐渐降低。

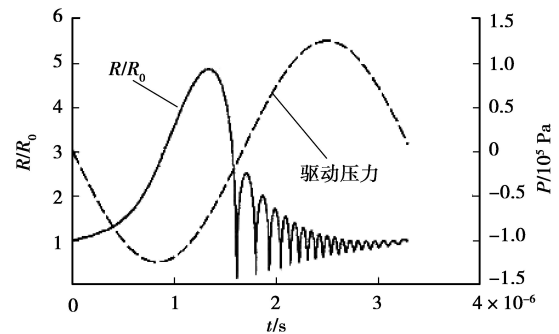


图 1 驱动声压和  $\gamma = 1.4$  时的  $R/R_0$  随时间变化曲线

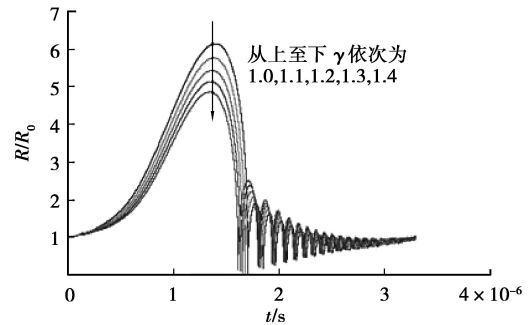


图 2 不同  $\gamma$  时  $R/R_0$  随时间的变化曲线

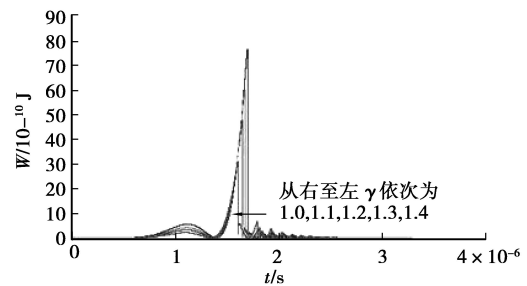


图 3 不同  $\gamma$  时合外力功随时间的变化曲线

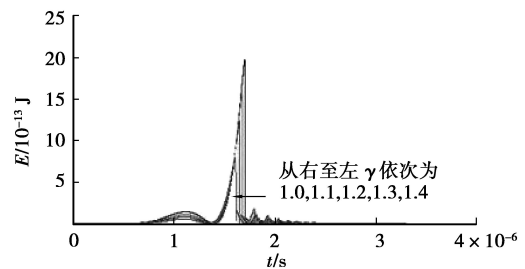
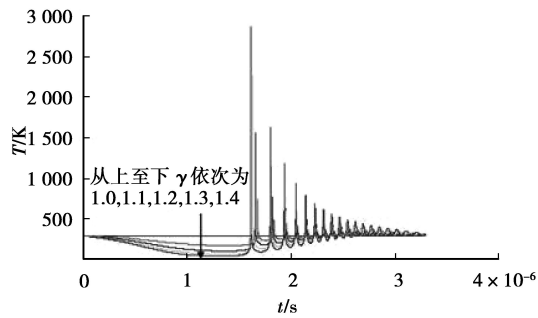
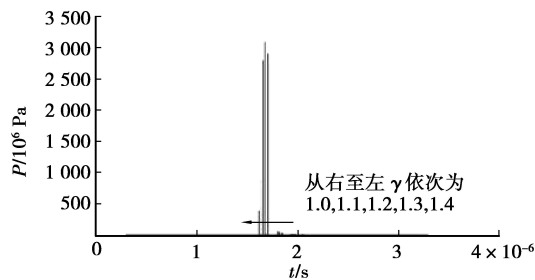


图 4 不同  $\gamma$  时动能随时间的变化曲线

图5 不同 $\gamma$ 时温度随时间的变化曲线图6 不同 $\gamma$ 时压力随时间的变化曲线

合外力功、动能、温度及压力的最大值变化至最小值从图上看类似阶跃状态,即在极短的时间内完成从最大值降低到最小值的变化。二者在到达最大值之前,合外力功与动能具有相同的变化趋势,在声压到达负压相的最小值之前二者值几乎没有什么变化,随后逐渐增大并出现一个很小的波峰,然后二者逐渐降低至最低并出现波谷,此时声压还处于负压相;合外力功与动能在到达最大值之前出现一小的波峰波谷的原因是与气泡半径及其变化速度有关,出现波峰是由于此刻半径变化快即速度值大,出现波谷是由于此刻空化泡半径达到最大值,半径速度变化接近0值

的原因;但随声压逐渐增大并趋向平衡位置,气泡进入压缩阶段,合外力功与动能开始逐渐快速增大,在声压经过平衡位置之后而开始进入正压相的初期,二者值急速增至最大值,随后即刻在极短时间内减少至最小值,完成空化泡的第一次崩溃,发生强烈的空化效应,随后再经过几个波动逐渐平缓而趋于0值。

温度在到达最大值之前变化平缓而其值趋于初始温度甚至更小,温度此段时间内低于初始温度,这主要是由于在声压负压相,由于气泡体积增大,压力降低,体积和压力的共同结果导致泡内温度降低,而且由于体积变化相对崩溃末期来说其变化非常缓慢,因此,此时段内温度变化均匀,气泡处于等温过程;然后温度逐渐增大,在极短的时间内增加至最大值随后立即以类似阶跃的变化降低到达最小值,说明在该段时间能量转化速度非常快,相对于能量转换来说热量可能来不及传递而能量转化就已经完成,所以该阶段可能处于绝热过程,再随后出现的波动是由于在崩溃闭合之后气泡半径出现反跳的原因。压力在最大值前后附近均变化平缓,且值非常小而接近初始值,从初始值到最大值再到初始值是在极短的时间内同样以类似阶跃的变化形式完成的,说明在该过程中发生了能量的急剧转换,并为发生强烈的空化效应提供了能量保证。

### 3.1.2 结果分析

从合外力功(或泡内气体动能)最大值到最小值之间的崩溃末期第一次闭合微元段的半径比值、合外力功、动能、温度以及压力的最大值最小值以及在空化泡半径被压缩至初始半径( $R=R_0$ )以及最小半径时的相关数据按照不同的多方指数 $\gamma$ 进行分类整理而得出,如表1所示。

表1 空化泡崩溃末期第一次闭合时的特性参数

|              | 时间/ $10^{-6}$ s | 半径比值/ $(R/R_0)$            | 外力 $W/10^{-10}$ J | 动能/ $10^{-13}$ J | 温度/K             | 压力/ $10^6$ Pa    |
|--------------|-----------------|----------------------------|-------------------|------------------|------------------|------------------|
| $\gamma=1.0$ | 17.010 4        | 1.269 6                    | 76.638 3(max)     | 19.772 7(max)    | 298.000 0        | 0.066 0          |
|              | 17.023 6        | 0.987 1( $R \approx R_0$ ) | 76.435 0          | 19.720 3         | 298.000 0        | 0.140 4          |
|              | 17.039 0        | 0.036 0(min)               | 0.053 7(min)      | 0.013 8(min)     | 298.000 0        | 2 891.331(max)   |
| $\gamma=1.1$ | 16.744 2        | 1.244 4                    | 59.927 6(max)     | 15.461 3(max)    | 279.077 1        | 0.065 6          |
|              | 16.757 4        | 0.991 0( $R \approx R_0$ ) | 59.755 2          | 15.416 8         | 298.810 0        | 0.139 2          |
|              | 16.775 0        | 0.047 82(min)              | 0.107 8(min)      | 0.027 8(min)     | 741.890 9(max)   | 3 075.711 0(max) |
| $\gamma=1.2$ | 16.506 6        | 1.221 4                    | 47.703 9(max)     | 12.307 6(max)    | 264.302 1        | 0.065 75         |
|              | 16.519 8        | 0.991 8( $R \approx R_0$ ) | 47.552 0          | 12.684 2         | 299.472 2        | 0.139 1          |
|              | 16.539 6        | 0.063 36(min)              | 0.204 4(min)      | 0.052 7(min)     | 1 559.951(max)   | 2 779.401 0(max) |
| $\gamma=1.3$ | 16.285 5        | 1.209 1                    | 38.309 1(max)     | 9.883 8(max)     | 251.184 0        | 0.064 4          |
|              | 16.298 7        | 1.003 2( $R \approx R_0$ ) | 38.187 2          | 9.852 3          | 297.142 1        | 0.133 4          |
|              | 16.321 8        | 0.105 3(min)               | 0.645 2(min)      | 0.166 5(min)     | 2 260.156 0(max) | 878.173 5(max)   |
| $\gamma=1.4$ | 16.077 6        | 1.191 4                    | 30.949 7(max)     | 7.985 0(max)     | 241.511 5        | 0.647 4          |
|              | 16.090 8        | 1.004 2( $R \approx R_0$ ) | 30.841 0          | 7.957 0          | 296.5053         | 1.327 4          |
|              | 16.116 1        | 0.152 7(min)               | 6.235 8           | 1.608 8          | 2 842.487(max)   | 362.052 5(max)   |
|              | 16.117 2        | 0.158 7                    | 1.404 5(min)      | 0.362 4(min)     | 2 713.068 0      | 307.566 5        |

说明:表中数据有注释(max)及(min)分别表示该值为最大值、最小值, ( $R \approx R_0$ )表示在崩溃末期空化泡被压缩至初始半径时的值。

在不同的多方指数下,将合外力功最大值  $W_{\max}$  (或泡内气体动能最大值  $E_{\max}$ ) 与气泡半径被压缩到初始半径时相应的合外力功 (或泡内气体动能) 值  $W_{R=R_0}$  (或  $E_{R=R_0}$ ) 相比较可知,经计算两者相差的百分比最大值为 0.35%,两者几乎相等,因此,可以说在崩溃末期空化泡被压缩至初始半径时的合外力功 (或泡内气体动能) 均同时到达最大值,这里的数值计算结果验证了前面的理论推导结果的正确性,即在合外力功 (或泡内气体动能) 对半径求导,得出在  $R=R_0$  时为其驻点,且该驻点为其最大值点。因此,在崩溃末期空化泡被压缩至初始半径  $R=R_0$  时,合外力功及泡内气体动能均同时到达最大值。

在多方指数为  $\gamma=1.0, 1.1, 1.2, 1.3$  时,当空化泡被压缩至最小半径时刻,合外力功及泡内气体动能均同时到达最小值;而且除  $\gamma=1.0$  的等温过程的温度外,泡内温度及压力也是在空化泡被压缩至最小半径时刻达到最大值。当多方指数  $\gamma=1.4$  时,在被压缩至最小半径时刻,温度及压力同时达到最大值,但是,合外力功及泡内气体动能还需要 1.1 ns 的时间才能达到最小值,出现这种情况,可能是因为,从表 1 可知随着多方指数的增大,气泡最小半径值却是增大的,即在  $\gamma=1.4$  时,相对于其它多方指数下的最小半径来说,气泡的最小半径值是最大的,造成能量转换不及时,还需要 1.1 ns 的时间才能完成合外力功及动能转化到最小值而实现能量的最大率转换;还可能是因为,多方指数取  $\gamma=1.4$  时有些偏大,在气泡达到最小半径的闭合点时,还没有实现能量的最大率转换,因此取  $\gamma=1.3\sim 1.4$  应该更适合些;或者是与其频率值有关。忽略  $\gamma=1.4$  时出现的能量转换至最小值的微小时间偏差影响,可以得出正是由于合外力功及泡内气体动能同时在极短时间里,从最大值变化到最小值 (且最小值非常小),完成能量的最大率转换,与此同时,才导致泡内气体温度和压力升高到最大值。

从表 1 中还可以看出,随着多方指数的增加,最大温度值逐渐增加,除  $\gamma=1.0$  的最大压力值之外,最大压力值随多方指数的增加而逐渐降低。随着多方指数增大而越接近绝热指数  $\gamma=1.4$  时,由于绝热程度更高,此过程内相应的将有更多的热量储存于气泡内,导致泡内最大温度值逐渐增加,而泡内最大压力值却是降低的,这正好说明了能量传

递与转换,因温度而具有的能量增加则因压力而具有的能量将相应降低一些。由于绝热程度更高,泡内因温度而具有的各种能量所占比例更高,导致高温而产生的各种空化效应将更强烈且释放相对更多的能量,反之,因高压而产生的冲击波等空化效应 (机械效应) 释放的能量相对来说所占比例相应小一些,空化效应产生的机械效应的破坏力相对弱一些。

在崩溃闭合点,合外力功和动能以及半径的变化到达最小值,以及温度和压强的变化达到最大值,五者均具有同时刻性,正是由于功和动能的完全转化,以及空化泡半径达到最小值,为产生强烈的高温高压的空化效应而提供了能量及空间环境的准备。

### 3.1.3 多方指数 $\gamma=1.3$ 的图形分析

根据前面的分析,选取多方指数取  $\gamma=1.3$  时,对空化泡半径、合外力功、动能、温度以及压力进行微元段详图分析,对前面的图形及数据的分析分析进行进一步的直观论证。图 8,图 10 分别表示图 7,图 9 中虚线框中的详图,虚线框取值为合外力功 (或动能) 最大值至最小值之间。

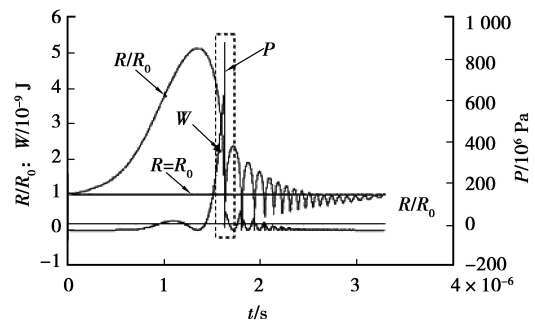


图 7 空化泡半径、合外力功和压力随时间的变化曲线

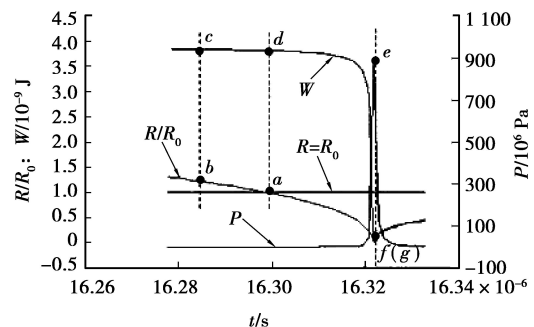


图 8 崩溃末期的空化泡半径、合外力功和压力随时间变化曲线的详图

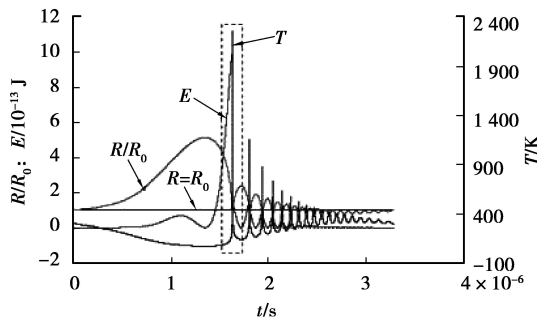


图9 空化泡半径、动能和温度随时间的变化曲线

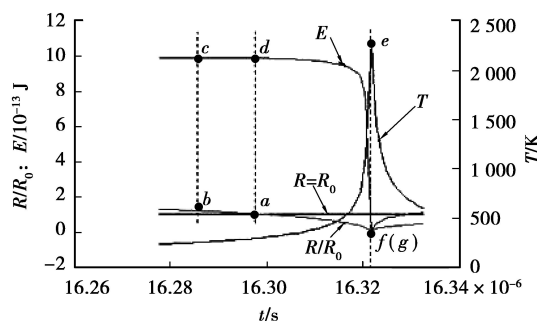


图10 崩溃末期的空化泡半径、动能和温度随时间变化曲线的详图

图中所示符号意义如下, $R/R_0$ 表示半径与初始半径的比值曲线, $R=R_0$ 直线表示合外力功(或泡内气体动能对半径求导令其等于0值时求出的半径等于初始半径(见前面理论推导部分)), $W$ 表示合外力功曲线, $T$ 表示泡内温度曲线, $P$ 泡内压力曲线。图8中的 $a$ 点表示曲线 $R/R_0$ 与直线 $R=R_0$ 的交点,过该交点做垂直于直线 $R=R_0$ 且与合外力功曲线 $W$ 交于 $d$ 点, $c$ 点表示最大合外力功值点,过该点做垂线交曲线 $R/R_0$ 于 $b$ 点;而 $e, f, g$ 各点分别表示在同一时刻的压力最大值点、合外力功最小值点以及半径最小值点。图10中的 $a$ 点表示曲线 $R/R_0$ 与直线 $R=R_0$ 的交点,过该交点做垂直于直线 $R=R_0$ 且与泡内气体动能曲线 $E$ 交于 $d$ 点, $c$ 点表示最大动能值点,过该点做垂线交曲线 $R/R_0$ 于 $b$ 点;而 $e, f, g$ 各点分别表示在同一时刻的温度最大值点、动能最小值点以及半径最小值点。

从图7,图8及数据计算可知,合外力功最大值 $c$ 与半径被压缩至初始半径值所对应的合外力功 $d$ 点的值相差0.32%(此时多方指数 $\gamma=1.3$ ),因此,可以认为 $c$ 点与 $d$ 点的值相等且均等于合外力功最大值,同理,由于合外力功与动能具有相同的变

化趋势,在图9、图10中, $d$ 点与 $c$ 点的功值相等且均等于动能最大值,因此,结合前面的理论推导部分,可以认为空化泡半径被压缩至初始半径值点,该点是合外力功与动能的最大值所对应的是驻点半径。根据微元段数据,以及从图8、图10可知,在同一时刻,合外力功、动能及半径均达到最小值,压力及温度均达到最大值。从 $d$ 点开始,合外力功及动能开始急速降低,在同一时刻降低到最小值点 $f$ ,完成能量的最大转换。压力的变化在接近最大值点 $e$ 时刻之前均几乎没有变化其值接近于0值,在约6.6 ns时间内从约1个大气压陡增至最大值787 MPa,随后急剧降低至1个大气压甚至更低;而温度从 $a$ 点所对应的值为初始温度值298 K开始经过23.1 ns时间迅速的增至最大温度值2260 K,随后急速降低至初始温度值甚至更低;温度与压力的比较而言,压力变化曲线陡峭,而温度则相对缓慢一些,这主要是因为空化泡内温度均匀花费的时间相对于压力来说更长一些。

### 3.2 等温过程、绝热过程与多方指数

在空化泡振动周期内,从热力学状态来看,气泡的等温过程和绝热过程的确定,以及多方指数 $\gamma$ 值的确定,对于探讨空化泡的热物理模型以及气泡内部参数的变化和空化效应的激烈程度都将产生重要的影响。

文献[17]认为,气泡崩溃末期的压缩满足绝热需要符合下面2个条件:1)压缩过程中没有热交换;2)压缩过程中体积变化很慢,从这一点来说,系统是属于热均匀的,温度均匀,温度是体积的函数,这是属于热力学绝热,区别于动力学绝热。文献[18]指出,由于周围液体具有很大的热容量,相对微小气泡的传热,在气泡运动期间可以忽略;泡内温度相对于周围液体温度来说是均匀的,表面张力假设均匀,泡内气体为该压力下的饱和气体,该系统认为是热力学系统均匀而非动力系统均匀;而在压缩过程中气泡运动速度非常快,气体的动力学认为是绝热的,属于动力学绝热。

从空化泡第一次被压缩至初始半径开始,至最小半径半径时为止的时间为 $\Delta t_\gamma$ ,经计算, $\Delta t_{1.4}=26.4$  ns, $\Delta t_{1.3}=23.1$  ns, $\Delta t_{1.2}=19.8$  ns, $\Delta t_{1.1}=17.6$  ns, $\Delta t_{1.0}=15.4$  ns,最大值是多方指数 $\gamma=1.4$ 时,为26.4 ns。在气泡辐射运动期间,有气体(空气包括极少量水蒸汽在内)通过气泡壁的扩散时,扩散时间 $\tau_d \propto (R_0)^2/D$ , $D \sim 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}^{[19]}$ ,当空化泡半径 $R_0$ 为4.5  $\mu\text{m}$ 时,则扩散时间约为20 ms,该时间远

远大于  $\Delta t_{1.4} = 26.4 \text{ ns}$  的时间,因此,可以忽略热量在  $\Delta t_{1.4} = 26.4 \text{ ns}$  的时间内通过空化泡壁因传质而扩散的热量;同时,该时间值  $\Delta t_{1.4} = 26.4 \text{ ns}$  也远小于当泡内气体为氩气时的热扩散时间  $100 \text{ ns}^{[20]}$ ;而且,在该段时间里面,能量的转换速度非常快;因此,在这段时间段里面考虑属于绝热过程应该是合理的。

在气泡被压缩至初始半径时刻之前,从图7、图9可知,合外力功及动能进行能量转换非常缓慢,此时刻之前的温度和压力变化同样缓慢,温度趋近于初始值附近,而压力几乎没有变化而等于初始值,而且此刻之前的气泡半径变化缓慢,满足气泡体积变化缓慢,而且热量均匀传播,温度均匀,满足热力学系统均匀,属于等温变化过程,即热力学等温过程;而且,从空化泡被压缩至初半径时的时间约为  $16.5 \mu\text{s}$  (取不同  $\gamma$  时的平均值),约占整个周期 ( $33.33 \mu\text{s}$ ) 一半的时间(频率为  $f = 30 \text{ kHz}$ )。因此,可以说明,等温过程在振动周期内将持续很长的时间。

从图7、图9还可知,从空化泡压缩至初始半径开始再压缩至最小半径值,即空化泡崩溃第一次闭合时为止,在  $23.1 \text{ ns}$  内,即从合外力功和动能的最大值时刻开始,进行急剧的能量转换,合外力功及动能急剧降低,导致温度和压力在  $23.1 \text{ ns}$  时间达到最大值,能量转换率达到最大,同时  $23.1 \text{ ns}$  远小于气体通过气泡壁的扩散传质传热时间  $20 \text{ ms}^{[19]}$  以及当泡内气体为氩气时的热扩散时间  $100 \text{ ns}^{[20]}$ ,说明在此过程中泡内气体的热量来不及传递到外界,同时压缩过程气泡运动速度非常快,从气体的动力学角度认为是绝热的,属于动力学绝热过程。

多方指数  $\gamma$  是表示气泡的动态变化(气体的膨胀或压缩)与温度之间相互影响的一个指数<sup>[7]</sup>,描述了气泡在给定时间内的等温和绝热各自运动的程度,或各自所占范围。多方指数值的大小决定着空化泡属于等温过程还是绝热过程,或介于二者之间。从前面的分析可知,多方指数的变化直接影响着合外力功及动能的最大值及最小值,以及温度和压力的最大值,对于能量的转换程度和绝热压缩时间都有重要影响,最终影响着各种空化效应的强弱。

综合考虑等温、绝热过程以及多方指数对合外力功、动能、温度以及压力等最大值、最小值以及能量转换程度的影响等因素,指出根据不同热力学

及动力学状态,在不同的阶段,采用不同的热物理模型,即在等温过程期间,多方指数取  $\gamma = 1.0$ ,而在绝热过程期间,对于文中使用的模型,泡内气体为空气时,多方指数值取  $\gamma = 1.3 \sim 1.4$  之间更为合理。这样在不同热力学状态,采用不同的热物理模型进行描述,可以比较真实的模拟空化泡在生命周期中的变化过程,同时可以预测空化效应的激烈程度,为进一步详细研究各种空化效应提供了理论基础。

## 4 结 论

1)随着多方指数的增加,合外力功以及泡内气体动能的最大值逐渐降低;随着多方指数增大而越接近绝热指数  $\gamma = 1.4$ ,绝热程度越高,将有更多的热量储存于气泡内,导致泡内最大温度值逐渐增加,而泡内最大压力值却是逐渐降低的;对同一绝热指数来说,这正好说明了能量的传递与转换,因温度而具有的能量所占比例更高,则因压力而具有的能量所占比例将相应低一些。

2)在空化泡崩溃闭合点,合外力功和动能以及半径的变化到达最小值,同时温度和压强的变化达到最大值,五者均具有同时刻性;正是由于合外力功和泡内气体动能在崩溃点之前的极短的时间内以类似阶跃的变化形式完成能量的最大值到最小值的最大率转换,以及空化泡半径在崩溃点达到最小值而导致气泡体积达到最小值,为产生强烈的高温高压等空化效应而提供了能量及空间环境准备。

3)理论推导证明与空化泡的数值计算均得出,在空化泡崩溃末期第一次被压缩至初始半径值  $R = R_0$  点,该点是合外力功和泡内气体动能的最大值所对应的驻点半径;该点也是等温程与绝热过程的分界点,从空化泡开始膨胀然后被压缩至初始半径  $R = R_0$  时刻点之前属于热力学等温过程;随后从空化泡被压缩至初始半径  $R = R_0$  时刻开始到空化泡第一次闭合于最小半径  $R = R_{\min}$  即崩溃点时刻为止,该段时间内属于动力学绝热过程。

4)在空化泡的同一空化过程中,根据不同的热力学状态和动力学状态,在不同阶段分别采用不同的热物理模型对空化泡进行描述;在等温过程期间,多方指数取  $\gamma = 1.0$ ,而在绝热过程期间,对于文中使用的模型,泡内气体为空气时,多方指数值取  $\gamma = 1.3 \sim 1.4$  之间较为合理。



## 参考文献:

- [1] FLINT E B, SUSLICK K S. The temperature of cavitation [J]. *Science*, 1991, 253(5026): 1391-1399.
- [2] SUSLICK K S. Sonochemistry and sonoluminescence [C]//MEYERS R A. *Encyclopedia of physical science and technology*, 3rd ed. San Diego: Academic Press, 2001: 363-376.
- [3] PRASAD NAIDU D V, RAJAN R, KUMAR R, et al. Modelling of a batch sonochemical reactor solutions [J]. *Chemical Engineering Science*, 1994, 49(6): 877-888.
- [4] ZHANG D J. Collapse and rebound of single cavitation bubble [J]. *Nonlinear Acoustics in Perspective*, 1996, 14: 224-249.
- [5] SOCHARD S, WILHELM A M, DELMAS H. Gas-vapour bubble dynamics and homogeneous sonochemistry [J]. *Chemical Engineering Science*, 1998, 53(2): 239-254.
- [6] YASUI K. Alternative model of single-bubble sonoluminescence [J]. *Physical Review E*, 1997, 56(6): 6750-6760.
- [7] LIJFSTEDT R, BARBER B P, PUTTERMAN S. Toward a hydrodynamic theory of sonoluminescence [J]. *Physics of Fluids A*, 1993, 5(11): 2911-2928.
- [8] KELLER J, MIKISIS M. Radiation damping is included by bubble oscillations of large amplitude [J]. *Journal of Acoustical Society of America*, 1980, 68: 628-633.
- [9] NOLTINGK B E, NEPPIRAS E A. Cavitation produces by ultrasonic [J]. *Proceedings of the Physical Society London*, 1950, B63: 674-685.
- [10] LEIGHTON T G. *The acoustic bubble* [M]. London, UK: Academic press, 1994.
- [11] KWAK H, YANG H. An aspect of sonoluminescence from hydrodynamic theory [J]. *Journal of the Physical Society of Japan*, 1995, 64(6): 1980-1992.
- [12] DEY B, AUBRY S. New suggestion concerning the origin of sonoluminescence *Physica D* [J]. *Schock Wave*, 2006, 216(1): 136-156.
- [13] MINSIER V, PROOST J. Shock wave emission upon spherical bubble collapse during cavitation-induced megasonic surface cleaning [J]. *Ultrasonics Sonochemistry*, 2008, 15(4): 598-604.
- [14] KIM K Y, BYUN K T, KWAK H Y. Temperature and pressure fields due to collapsing bubble under ultrasound [J]. *Chemical Engineering Journal*, 2007, 132(1-3): 125-135.
- [15] KIM K Y, KWAK H Y. Predictions of bubble behavior in sulfuric acid solutions by a set of solutions of navier-stokes equations [J]. *Chemical Engineering Science*, 2007, 62(11): 2880-2889.
- [16] SUSLICK K S, FLANNIGAN D J. Inside a collapsing bubble: sonoluminescence and the conditions during cavitation [J]. *Annual Review of Physical Chemistry*, 2008, 59(5): 659-683.
- [17] PRABHU A V, GOGATE P R, PANDIT A B. Optimization of multiple-frequency sonochemical reactors [J]. *Chemical Engineering Science*, 2004, 59(22/23): 4991-4998.
- [18] XU R Q, ZHAO R, CUI Y P, et al. The collapse and rebound of gas-vapor cavity on metal surface [J]. *Optik*, 2009, 120(3): 115-120.
- [19] KUMA K S, MOHOLKAR V S. Conceptual design of a novel hydrodynamic cavitation reactor [J]. *Chemical Engineering Science*, 2007, 62(10): 2698-2711.
- [20] HILGENFELDT S, GROSSMANN S, LOHSE D. Sonoluminescence light emission [J]. *Physics of Fluids*, 1999, 11(6): 1318-1330.

(编辑 陈移峰)